

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

Rivera Gómez, Héctor; Garnica González, Jaime; González González, Jesús Manuel

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
kgarnica@uaeh.edu.mx

Resumen

Este artículo considera el problema de control de la producción, mantenimiento y subcontratación no-confiable para un sistema de producción sujeto a un deterioro progresivo. Considerando un stock de seguridad en la estrategia de producción, asegurando un nivel de servicio por la incertidumbre del sistema. El deterioro impacta negativamente en la tasa de defectos, ocasionando problemas de calidad. La estrategia de mantenimiento consiste en una reparación imperfecta, reduciendo parcialmente los efectos del deterioro. Además debido a la reducción de la

capacidad de producción causada por el deterioro, se puede utilizar la subcontratación para satisfacer parte de la demanda. El objetivo del estudio es desarrollar una política de control que regule las estrategias de producción, subcontratación y mantenimiento, minimizando el costo total incurrido. Por lo que se propone un modelo de optimización para determinar los valores óptimos de los parámetros de control, dando solución al problema.

Palabras clave: empresa, sistema, modelo de negocios, sustentabilidad.
JEL: M14, O13.

The company and the business model as central agents for sustainable development

Abstract

The purpose of this research is the generation of a sustainable business model for the company. It is considered that business activities have been a co-participant in the social, environmental and economic problems generated, for which they have been called upon to actively participate in the sustainable development of

their region of influence (Remacha, 2017). Considering as a reference the concepts of the company as a system, business model and sustainability in the company, the definition of a sustainable business model is carried out, which is structured based on the social, environmental and economic dimensions of sustainability.

Palabras clave company, system, business model, sustainability.
JEL: M14, O13.

1. Introducción

Esta sección de introducción se divide en dos subsecciones. En primer lugar, se destaca la motivación de la investigación, se presenta las razones que justifican la importancia del modelo desarrollado, y se identifican las necesidades industriales que motivaron este estudio. En la segunda subsección, se realiza una amplia revisión de la literatura, donde se definen las tendencias recientes de investigación en el campo de los sistemas de producción. También se presenta la contribución de este estudio, donde se detectan las oportunidades de investigación que se pretende cubrir con el modelo propuesto.

1.1 Motivación

En la actualidad, las empresas se enfrentan a varios problemas que ponen en peligro su rendimiento económico. En un contexto de producción real, es habitual que se observen diversas problemáticas tales como: fallos aleatorios, estrategias de mantenimiento ineficaces, disminución de la calidad, por mencionar algunos. Los cuales tienen un fuerte impacto en el rendimiento general de dichos sistemas de producción. Por lo tanto, las estrategias eficaces de producción y mantenimiento son clave para mitigar los efectos de estas perturbaciones aleatorias. Además, una tercera función clave definida por la calidad del producto se ha convertido en una dimensión crítica en los últimos años y se ha incorporado gradualmente al campo de los sistemas de producción. Dado que la determinación de una estrategia efectiva de calidad está fuertemente relacionada con la producción y el mantenimiento, recientemente el desarrollo de modelos integrados que incorporan las tres funciones clave de producción, calidad y mantenimiento han proporcionado resultados superiores a los obtenidos con modelos tradicionales que abordan estas funciones por separado. Sin embargo, es necesario seguir investigando en este ámbito, ya que todavía hay varios factores que no se han incluido en varios modelos y tales factores tienen un efecto negativo en el rendimiento del sistema. Por ejemplo, el deterioro gradual de los sistemas productivos es un

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

fenómeno muy común con efectos negativos en empresas del sector automotriz, industrias de semiconductores, fabricación, entre otros.

El costo de producción y el rendimiento de los sistemas de producción dependen del nivel de deterioro del sistema. En la fabricación, un proceso de deterioro conduce ciertamente a una vida útil corta de las herramientas, frecuentes cambios de herramental y un aumento del costo total. Sin embargo, a pesar de los efectos negativos del proceso de deterioro, sigue habiendo áreas de oportunidad que deben estudiarse en el contexto de la determinación de estrategias eficientes de producción, calidad y mantenimiento. En este contexto incierto, las empresas necesitan contramedidas eficaces para alcanzar sus objetivos económicos. Además en los últimos años, la subcontratación representa una solución atractiva que se utiliza ampliamente en la producción. Los modelos tradicionales, que incluyen aspectos de la subcontratación, se desarrollaron sobre la base de supuestos simplistas que no son representativos de la realidad de las empresas actuales. Por ejemplo, en muchos estudios se asume que el subcontratista está siempre disponible. Sin embargo, en la producción real, es habitual observar frecuentes retrasos aleatorios por parte del subcontratista. De hecho, la disponibilidad aleatoria del subcontratista tiene un fuerte efecto en la política de control y debe ser estudiada en detalle. De los párrafos anteriores se desprende la necesidad de realizar más investigación en esta área, ya que es preciso determinar métodos de programación avanzados para lograr una planeación eficaz de la producción, subcontratación y del mantenimiento teniendo en cuenta el deterioro de la calidad con el objetivo de mejorar la rentabilidad de las empresas. Dicha problemática es precisamente el área de estudio del presente artículo.

2. Marco teórico

Al analizar la literatura sobre la integración de las estrategias de producción y mantenimiento, se observa que se han realizado un número considerable de trabajos, lo que tiene sentido dado que los sistemas de producción actuales se han vuelto más complejos. Existen diversos estudios que se enfocan en investigar el efecto que producen las fallas aleatorias en el desempeño de los sistemas de producción, como en Cho y Palar

(1991). Usualmente el objetivo de estos modelos es el maximizar la disponibilidad o minimizar el costo del mantenimiento. Lee, Chandra y Deleveauz (1997) estudiaron estrategias para mejorar la calidad para reducir la proporción de productos defectivos y analizaron como afecta al costo de inventario, la pérdida de ganancias debido al costo que producen las fallas internas y externas. Panda et al. (2008) consideraron un tamaño de lote económico de producción para productos con defectos en el cual la tasa de producción es una cantidad fija y una tasa de fallas basada en una función de probabilidad. Lee (2008) desarrolló un modelo de mantenimiento de un sistema multi-nivel y multi-etapa. Dicho modelo proporciona una cantidad óptima de inversión en el mantenimiento preventivo que reduce la varianza del valor objetivo de las características de calidad. Chiu et al. (1997) desarrollaron un modelo de producción con desechos, retrabajo, y fallas de máquina aleatorias para determinar el tiempo óptimo de corrida y cantidad de producción. Jean (2012) estudió un modelo en el cual integra problemas de calidad, paros y fallas simultáneamente. Al considerar el efecto de las fallas como un fenómeno aleatorio que deriva en la disminución de la capacidad de producción, es común que se observe como consecuencia que el sistema de producción no es capaz de satisfacer el nivel de servicio que espera el cliente. Para estos casos es necesario considerar la subcontratación como una estrategia alternativa para cumplir con la demanda solicitada.

A través de los años, en la literatura se han publicado diversos estudios en donde se considera la relación entre el mantenimiento y la calidad como factores importantes a considerar en la planeación de la producción. Por ejemplo, Tapiero (1986) formuló un problema de control estocástico de mantenimiento basado en la calidad de productos, asumiendo que la calidad es una función conocida del estado de degradación de la máquina. Hsu y Kuo (1995) estudiaron el desempeño de una política de inspección y mantenimiento que considera una inspección total de un lote de producción después de producir un cierto número de productos. En dicho modelo se inicia una actividad de mantenimiento ya sea correctivo o preventivo cuando una fracción de productos

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

defectivos alcanza cierto límite. Liao et al. (2009) integraron el mantenimiento y programas de producción en un modelo para un proceso imperfecto con defectos considerando un sistema de producción con deterioro con mantenimiento imperfecto y retrabajo. Radhoui et al. (2010) desarrollaron una política de inspección total para determinar la proporción de productos no-conformes de cada lote producido y después utilizaron esta proporción para tomar la decisión de realizar acciones de mantenimiento preventivo y mantenimiento mayor. Panagiotidou y Tagaras (2010) analizaron la integración de mantenimiento basado en la condición y estrategia de control donde las decisiones de mantenimiento están basadas en información recopilada de tablas de control. Como puede observarse en estos artículos, existen algunos estudios que consideran las estrategias de mantenimiento y su relación con la calidad de la producción. Sin embargo, es común encontrar que cuando un mantenimiento es realizado, se pierde tiempo en la producción y ocasiona una reducción en el nivel de servicio. Es por ello, que la subcontratación es una herramienta importante, puesto que permite alcanzar los objetivos de nivel de servicio requeridos por los clientes.

Los estudios que se han desarrollado considerando la integración de la producción y la subcontratación han sido objeto de diversos estudios, ya que concuerdan en que la subcontratación puede ayudar a las compañías a cumplir con sus objetivos, así como también se puede notar una reducción en el costo de inventario y de faltantes como en Abernathy et al. (2000). En el trabajo de Dahane et al. (2011) se estudio un problema de control conjunto de mantenimiento y producción en un ambiente con subcontratación. Además, el sistema de producción esta compuesto por una máquina principal y es apoyado por un subcontratista caracterizado por una tasa constante de fallas. Tan (2004) estudió un modelo compuesto por un fabricante y un subcontratista con demanda aleatoria. En dicho modelo se considera que el subcontratista presta su servicio a diferentes fabricantes y como consecuencia, puede no estar disponible para satisfacer la demanda inmediatamente. Lan et al. (2009) consideraron una nueva clase de planeación de la producción multi-periodo y el problema de abastecimiento con niveles de servicio. En su modelo consideraron una empresa con un número de plantas y subcontratistas, la

cual tiene que cumplir con la demanda del producto dependiendo del nivel de servicio establecido por los clientes. Con base en los artículos discutidos destaca que el número de estudios referentes a la subcontratación no-confiable son reducidos y el efecto del nivel de servicio no ha sido considerado. Por tal motivo, es necesario desarrollar un modelo que analice el impacto de estos dos factores en la planeación de las estrategias de producción y mantenimiento.

El servicio al cliente se ha convertido en los últimos años en un tema de suma importancia debido a que las empresas están más comprometidas con cumplir con las expectativas del cliente e incluso superarlas. Las empresas buscan satisfacer a sus clientes para establecer un lazo de confianza y que el cliente perciba, que ellos son importantes para las empresas. Mula (2006) realizó un resumen de los diversos planes de producción bajo incertidumbre que se han publicado. En el describe los modelos de planeación de la producción con restricciones de nivel de servicio utilizando herramientas de optimización estocásticas y optimización robusta. Alfieri y Brandimare (2005) analizaron los modelos estocásticos multi-etapa aplicados en una producción multi-periodo y planeación de la capacidad en los sistemas de manufactura. Wu (2006) aplicó un enfoque robusto de optimización para problemas de producción inciertos con límites de cuota de importación bajo un ambiente administrativo de la cadena de suministro. En Leung et al. (2007) se desarrolló un modelo robusto de optimización para un problema de planeación de la producción agregada multi-sitio. Kazemi Zanjani et al. (2010) propusieron dos modelos de optimización con diferentes medidas de variabilidad de costos de recurso para planeación de la producción con rendimiento incierto. Con base en lo expuesto, es evidente que el nivel de servicio al cliente considerando un subcontratista no-confiable, ha sido muy poco abordado. Esta falta de análisis en dicho tema justifica el desarrollo de la presente investigación.

Por lo anterior, se tiene como principal objetivo el desarrollar una estrategia de control de la producción que pueda utilizar a la subcontratación y el mantenimiento para cumplir

con la demanda de los clientes y disminuir el costo total incurrido. Así mismo el modelo propuesto busca cumplir con el nivel de servicio requerido por los clientes. Debido a que el modelo desarrollado es de tipo dinámico y estocástico (fallas y reparaciones aleatorias), es difícil encontrar una solución analítica al problema, por lo que se utiliza un enfoque basado en la optimización de la simulación para determinar una solución óptima. Se propone una nueva política de control que regula simultáneamente las estrategias de producción, subcontratación no-confiable y mantenimiento imperfecto, considerando los efectos del deterioro y la restricción del nivel de servicio.

Por medio del presente estudio, se considera que una de las contribuciones en el campo de las ciencias administrativas, es contar con un referente de modelo matemático que podrá ser utilizado para realizar la toma de decisiones con relación a la planeación de la producción, de tal forma que realice una elección de la mejor estrategia, al reflexionar sobre las variables de subcontratación no-confiable y mantenimiento imperfecto, considerando los efectos del deterioro y la restricción del nivel de servicio.

El resto del documento está compuesto de la siguiente manera: la sección dos presenta el modelo propuesto, como también la estrategia de producción, subcontratación y mantenimiento. La sección tres describe la metodología propuesta. En la sección cuatro, se exhibe y se valida el modelo de simulación desarrollado. En la sección cinco, se desarrolla un ejemplo numérico. En la sección seis, se presenta un análisis de sensibilidad de variaciones de diversos costos. En la sección siete, se realiza un estudio comparativo para demostrar la eficiencia del modelo propuesto, además se analiza el impacto de la restricción del nivel de servicio y por último, la sección ocho, donde se exponen las conclusiones y posteriormente se dan a conocer las referencias del trabajo.

3 Descripción del modelo

El sistema de manufactura bajo estudio consiste en una unidad productiva que experimenta un proceso de deterioro y que elabora un solo tipo de producto para

satisfacer la demanda del cliente. Es necesario cierto nivel de stock de seguridad como protección contra las fallas aleatorias de la unidad y asimismo cumplir con el nivel de servicio al cliente NS . Se considera además la participación de un subcontratista, el cual tiene la característica de ser no-confiable, pues en ciertos periodos de tiempo no está disponible debido a problemas técnicos. La tasa de producción de la unidad u_1 y del subcontratista u_2 son flexibles y se ajustan entre los valores 0 y el máximo nivel. La unidad productiva está sujeta a una degradación continua que depende del tiempo de operación. El efecto del deterioro implica un incremento en la cantidad de defectivos producidos. Por consiguiente, una estrategia de mantenimiento es necesaria para mantener y restaurar el desempeño de la unidad productiva en condiciones aceptables. Cuando la unidad falla se realiza un mantenimiento mínimo, la cual no reduce los efectos del deterioro dado que la unidad regresa a la condición anterior en la que ocurrió la falla. Cuando la unidad alcanza cierto nivel de deterioro se realiza un mantenimiento imperfecto, el cual mitiga parcialmente los efectos del deterioro. Al considerar una estrategia con stock de seguridad se proporciona protección al nivel de servicio debido a las incertidumbres que impactan la producción y la calidad. El objetivo del modelo desarrollado es controlar conjuntamente la estrategia de producción, subcontratación y mantenimiento que minimicen el costo total incurrido y que satisfaga la restricción del nivel de servicio.

El sistema de manufactura analizado en el presente artículo está basado en las siguientes asunciones:

- A1. Al principio del ciclo de producción, una nueva unidad está en funcionamiento y la influencia del deterioro es mínima.
- A2. La demanda es conocida y constante durante el horizonte de producción considerado.
- A3. La unidad de producción experimenta un desgaste creciente con el uso y se deteriora. El deterioro se modela con el uso de una función creciente, que varía con la tasa de producción.

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

A4. El deterioro del sistema de producción tiene un efecto negativo en el número de defectos generados.

A5. En el momento del fallo, se realiza un mantenimiento mínimo, en el que el estado de la máquina se deja en condiciones tal como estaba antes de la falla (as-bad-as-old, ABAO).

A6. El mantenimiento mayor esta disponible y es una reparación perfecta que rejuvenece la unidad de producción a condiciones iniciales.

A7. Pueden observarse faltantes de producto, si el tiempo necesario para realizar las reparaciones y el mantenimiento mayor tarda más que el tiempo necesario para agotar el nivel de existencias utilizado como protección.

A8. La subcontratación esta disponible para apoyar la producción interna y es una alternativa para satisfacer la demanda de productos.

A9. El subcontratista es no-confiable debido a diversas perturbaciones causadas por los fallos aleatorios, periodos en los que esta ocupado atendiendo a otros clientes, otros eventos aleatorios, entre otros. Por lo que el subcontratista presenta una disponibilidad aleatoria. Esta asunción no se ha utilizado en el contexto de la optimización conjunta de producción-calidad-mantenimiento.

La formulación del modelo indica que para cualquier tiempo específico t , los estados del sistema de manufactura y el subcontratista, pueden ser descritos por un proceso estocástico discreto continuo $\{\alpha_1(t), t > 0\} \in I_1\{1,2,3\}$ y $\{\alpha_2(t), t > 0\} \in I_2\{1,2\}$, respectivamente. Cuando $\alpha_1(t) = 1$ la unidad productiva está en modo operativo, cuando $\alpha_1(t) = 2$ la unidad está en el modo de falla y cuando $\alpha_1(t) = 3$ la unidad se encuentra en el modo de mantenimiento imperfecto. Con respecto al subcontratista, cuando $\alpha_2(t) =$

1 este está en el modo operativo y cuando $\alpha_2(t) = 2$ el subcontratista no está disponible debido a fallas técnicas.

La ecuación diferencial (1) define la dinámica del inventario:

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} = \frac{u_1(t)}{1-\beta(a)} + u_2 - d, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

Donde d es la demanda del cliente. La tasa de producción, en cualquier tiempo t , debe satisfacer la restricción de capacidad del sistema de producción $0 \leq u_1(t) \leq u_{max}$. Se considera que el subcontratista solamente satisface un porcentaje de la demanda, como se expresa a continuación:

$$u_2 = k \cdot d \quad (2)$$

Donde k es el porcentaje de la demanda del cliente que puede satisfacer el subcontratista. A fin de modelar el proceso de deterioro, se utiliza la edad de la unidad productiva como indicador del nivel de degradación. Se define dicha edad en función de la tasa de producción, tal como se presenta en la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial a(t)}{\partial t} = \eta_o \cdot u(t) \quad (3)$$

$$a(T) = 0 \quad (4)$$

Donde T es el tiempo en el que se restauró la unidad por última vez. Dado que el modelo incorpora en su formulación los efectos del proceso de deterioro, se define que la tasa de defectos incrementa en función de la edad de la unidad, Colledani y Tolio (2011):

$$\beta(a) = b_0 + b_1 [e^{-\eta_1 a(t)^{\eta_2}}] \quad (5)$$

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

Donde b_0 es la tasa de defectos cuando la unidad está en condiciones iniciales, b_1 es el límite superior del proceso de deterioro, η_1 y η_2 son constantes no negativas. Al considerar que la unidad productiva está sujeta a fallas aleatorias, su disponibilidad en estado estable puede calcularse con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\pi_i^{prod} \cdot Q(\cdot) = 0 \text{ y } \sum_{i=1}^3 \pi_i^{prod} = 1 \quad (6)$$

Donde $Q(\cdot)$ es la matriz de transición entre estados de la unidad productiva. En este caso, al resolver el sistema de ecuaciones (6) se tiene que el porcentaje de tiempo que la unidad permanece en el modo operativo π_1^{prod} está dado por:

$$\pi_1^{prod} = \frac{1}{1 + q_{12}/q_{21} + q_{13}/q_{31}} \quad (7)$$

Donde q_{ij} denota las probabilidades de transición entre estados de la unidad productiva. Además, debido a que se asume en el modelo que el subcontratista es no-confiable, se puede resolver un sistema de ecuaciones similar a la expresión (6) para el subcontratista, a fin de determinar su disponibilidad en el modo operativo. Lo que conlleva a la siguiente ecuación:

$$\pi_1^{sub} = \frac{1}{1 + q_{12}^{sub}/q_{21}^{sub}} \quad (8)$$

Donde q_{ij}^{sub} son las probabilidades de transición entre estados del subcontratista. Al tener en cuenta el efecto del deterioro, se observa que la tasa de defectos aumenta progresivamente, por lo que se tiene que considerar este fenómeno para garantizar que la unidad productiva es capaz de satisfacer la demanda del cliente aun en casos donde dicha unidad experimenta altos niveles de deterioro. Con base en esto, el sistema debe cumplir con la siguiente restricción:

$$\frac{u_{max}}{1 - \beta(a)} \cdot \pi_1^{prod} + u_2(\cdot) \cdot \pi_1^{sub} \geq d \quad (9)$$

3.1 Estrategia de producción y subcontratación

La estrategia de producción que se emplea en este artículo, es una versión extendida de la política tradicional de punto de cobertura, pero toma en cuenta la posibilidad de utilizar a la subcontratación para satisfacer a la demanda del cliente. Al contar con un subcontratista, se tiene una alternativa efectiva de evitar costos de faltantes y al mismo tiempo incrementar el nivel de servicio al cliente. Sin embargo, los productos elaborados por el subcontratista tienen un costo de producción más alto. En este contexto, el gerente debe de considerar que cantidad de productos producir internamente y que cantidad de productos se debe pedir al subcontratista para cumplir con el nivel de servicio deseado por el cliente y que a su vez se incurra en el menor costo total incurrido. La política de control de producción-subcontratación está definida por las siguientes dos ecuaciones:

Si $a(t) < A_{sub}$:

$$\begin{cases} u_1(t) = \begin{cases} u_{max} & \text{si } x(t) < Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \\ \frac{d}{1-\beta(a)} & \text{si } x(t) = Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \\ 0 & \text{si } x(t) > Zo^* \text{ o } \alpha_1(t) = 0 \end{cases} \\ u_2(t) = 0 \quad \forall x(t), \alpha_1(t), \alpha_2(t) \end{cases} \quad (10)$$

Si $a(t) \geq A_{sub}$:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 u_1(t) = \left\{ \begin{array}{ll}
 u_{max} & \text{si } x(t) < Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 0 \\
 \text{Max} \left(\left(\frac{u_{max}-u_2^*}{1-\beta(a)} \right), 0 \right) & \text{si } x(t) < Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 1 \\
 \frac{d}{1-\beta(a)} & \text{si } x(t) = Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 0 \\
 \text{Max} \left(\left(\frac{d-u_2^*}{1-\beta(a)} \right), 0 \right) & \text{si } x(t) = Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 1 \\
 0 & \text{si } x(t) \leq Zo^* \text{ y } \alpha_1(t) = 0 \text{ y } \forall \alpha_2(t) = 0 \\
 0 & \text{si } x(t) > Z^*
 \end{array} \right. \\
 \\
 u_2(t) = \left\{ \begin{array}{ll}
 u_2^* & \text{si } x(t) \leq Zo^* \text{ y } \alpha_2(t) = 1 \text{ y } \forall \alpha_1(t) = 0 \\
 0 & \text{si } x(t) \leq Zo^* \text{ y } \alpha_2(t) = 0 \text{ y } \forall \alpha_1(t) = 0 \\
 0 & \text{si } x(t) > Z^*
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (11)$$

El parámetro A_{sub} representa a la edad crítica donde la política de producción cambia de una estrategia tradicional de cobertura a una estrategia mixta donde el subcontratista también puede participar en la satisfacción de la demanda.

3.2 Estrategia de mantenimiento imperfecto

El mantenimiento imperfecto se lleva a cabo cuando la edad de la unidad productiva supera el límite crítico A_o , al realizar este tipo de mantenimiento se reduce parcialmente el efecto del deterioro en la unidad. De esta manera, la política de control del mantenimiento imperfecto está regulada por la siguiente ecuación:

$$w^*(1, x, a) = \begin{cases} 1 & \text{si } a(t) \geq A_o \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (12)$$

La reducción parcial del nivel de deterioro después de realizar un mantenimiento imperfecto está dado por:

$$a^+ = a^- - \phi \cdot a^- \quad (13)$$

Donde ϕ es la eficiencia del mantenimiento imperfecto, con $0 < \phi < 1$, donde a^- representa la edad del sistema antes del mantenimiento imperfecto, a^+ es la edad del sistema después del mantenimiento imperfecto. La Ecuación (13) modela la reducción parcial del proceso de deterioro del mantenimiento imperfecto. De las ecuaciones (10)-(13) se observa que los parámetros de control de la política propuesta son (Z_o, A_{sub}, A_o) , los cuales permiten definir la tasa optima de producción, subcontratación y mantenimiento imperfecto (u_1^*, u_2^*, w^*) con base en el estado del sistema $(\alpha_1, \alpha_2, a, x)$. Al emplear una optimización conjunta de las estrategias de producción-mantenimiento-subcontratación, se han logrado obtener mejores resultados en términos del costo total incurrido, que otras políticas donde las decisiones se toman en una forma disociada, tal como se discutirá en secciones siguientes.

3.3 Función del costo total

El costo total esperado TC , está conformado por tres componentes, en el primero se considera el costo del inventario, el costo de faltantes, el costo de producción y el costo de subcontratación, como se expresa a continuación:

$$IB(t) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (C^+ x^+(y) + C^- x^-(t) + C_p u_1(t) + C_s u_2(t)) dt \quad (14)$$

Con $x^+ = \max(0, x)$

$$x^- = \max(-x, 0)$$

Donde x^+ es el nivel de inventario promedio en el sistema y x^- es el número promedio de faltantes. Las constantes C^+ y C^- penalizan al inventario y los faltantes, respectivamente. Mientras que C_p es el costo de producción y C_s es el costo de subcontratación. El costo promedio de calidad por unidad de tiempo $QC(t)$ en el intervalo $[0, T]$ esta determinado principalmente por el costo de defectivos C_{def} , como se define en la siguiente ecuación:

$$QC(t) = \frac{1}{T} \cdot \left(C_{def} \int_0^T (\beta(t) \cdot d) dt \right) \quad (15)$$

El promedio del costo de mantenimiento por unidad de tiempo $MC(t)$ en el intervalo $[0, T]$, considera los costos de reparación mínima C_R y el costo de mantenimiento imperfecto C_M , como se expresa a continuación:

$$MC(t) = \frac{1}{T} \cdot (C_R \cdot N_R(t) + C_M \cdot N_M(t)) \quad (16)$$

Donde $N_R(t)$ es el número de reparaciones mínimas que fueron realizadas en el intervalo $[0, T]$ y $N_M(t)$ refiere al número de veces que el mantenimiento imperfecto fue requerido en dicho intervalo.

En este modelo además se considera el nivel de servicio como una restricción a cumplir por el sistema de producción. Este nivel de servicio se define como la proporción de las demandas del cliente que se satisfacen con el inventario, también se le conoce como la tasa de cumplimiento. El indicador de nivel de servicio $NS(\cdot)$ se mide en porcentaje y en este caso se calcula de la siguiente manera:

$$NS(\cdot) = 1 - \left[\frac{T^{Fal}}{T_{sim}} \right] \quad (17)$$

Donde T^{Fal} es el tiempo durante el cual la demanda d del cliente no es satisfecha, por la falta de producto en el inventario y T_{sim} es el tiempo de simulación. De esta forma considerando las ecuaciones previas, el problema de optimización consiste en resolver el siguiente modelo estocástico no lineal:

$$Min TC(Z_o, A_{sub}, A_o) = \lim_{t \rightarrow \infty} (IB(t) + QC(t) + MC(t)) \quad (18)$$

Sujeto a

$$\left. \begin{array}{l}
 NS(\%) \leq NS_L \\
 \text{Ecuaciones (1)-(9)} \quad \quad \quad (\text{dinámicas de inventario y calidad}) \\
 \text{Ecuaciones (10)-(13)} \quad \quad \quad (\text{política de control})
 \end{array} \right\}$$

$$(Z_o, A_{sub}, A_o) \geq 0$$

Donde NS_L es el nivel de servicio requerido por los clientes. Debido que el modelo de optimización propuesto (18) es no lineal y estocástico, no es posible resolverlo con métodos matemáticos clásicos ya que son inoperantes debido a las transiciones dinámicas markovianas entre estados y el aumento progresivo de los defectos debido al deterioro. Es por esta razón, se propone un método alternativo de solución basado en la optimización de un modelo de simulación para encontrar una solución óptima de la función objetivo y especificar los parámetros de control óptimos en un tiempo razonable.

4. Metodología

En esta sección se presenta la metodología utilizada para determinar los parámetros de control óptimos del sistema. La metodología propuesta combina la flexibilidad de la simulación con técnicas de optimización a fin de representar con una alta precisión el comportamiento estocástico y dinámico del sistema de producción bajo estudio. Se realiza también un análisis estadístico basado en el diseño de experimentos y también una optimización empleando la técnica de superficie de respuesta. La metodología consiste en los siguientes pasos:

1) Modelo matemático: En este paso, se formula analíticamente el sistema de producción bajo estudio, se determinan las variables de decisión, la función objetivo que se va a minimizar y los parámetros de control de la política propuesta.

2) Modelo de simulación: en este paso se desarrolla un modelo de simulación del tipo discreto-continuo que utiliza los parámetros de control (Z_o, A_{sub}, A_o) como entradas, se realizan una serie de corridas del modelo de simulación para tener datos suficientes para evaluar el comportamiento estocástico y determinar el costo total incurrido.

3) Análisis estadístico: en este paso se realiza un diseño de experimentos a fin de determinar un modelo de regresión de segundo orden para el costo total incurrido y para el nivel de servicio. Además, dichos modelos de regresión se analizan estadísticamente para definir los efectos principales y las interacciones significativas que se deben considerar en la fase de optimización.

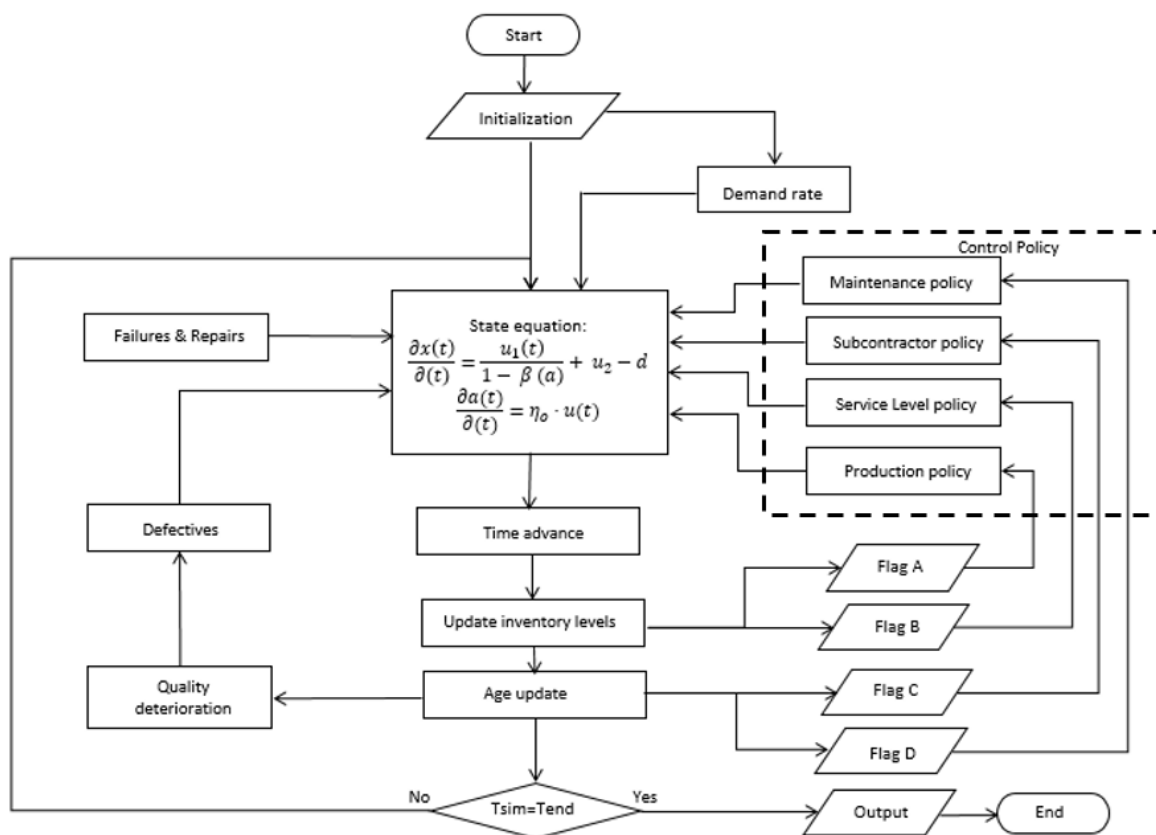
4) Optimización: en este paso el modelo de regresión obtenido para el costo total se optimiza dentro de un rango definido para los parámetros de control, además se definen los valores óptimos de estos parámetros (Z_o, A_{sub}, A_o) y el costo total óptimo, considerando la restricción del nivel de servicio. En este paso, también se analiza extensivamente la política de control óptima con un análisis de sensibilidad y un estudio comparativo a fin de validar los resultados obtenidos.

4.1. Modelo de simulación

En este trabajo se utilizó el software de simulación “ARENA” con rutinas de C++ para desarrollar un modelo de simulación del tipo discreto-continuo. El modelo inicia definiendo los parámetros requeridos para la simulación, como los parámetros de control (Z_o, A_{sub}, A_o) y los valores de las transiciones entre estados y demás parámetros pertinentes. Las rutinas de C++ nos permiten actualizar la tasa de defectos $\beta(\cdot)$ y la edad de la unidad productiva $a(\cdot)$. También, estas rutinas actualizan los niveles iniciales de

inventario C^+ y de faltantes C^- . Los componentes del modelo trabajan en equipo para reproducir las dinámicas del sistema de producción. El modelo incorpora las ecuaciones (10)-(13), para determinar adecuadamente la tasa de producción, subcontratación y mantenimiento imperfecto. Al finalizar la simulación, el modelo reporta el valor de diversos indicadores que se utilizan para calcular el costo total incurrido.

Figura 1. Diagrama de bloques del modelo de simulación



Fuente: Elaboración propia

4.2 Validación del modelo de simulación

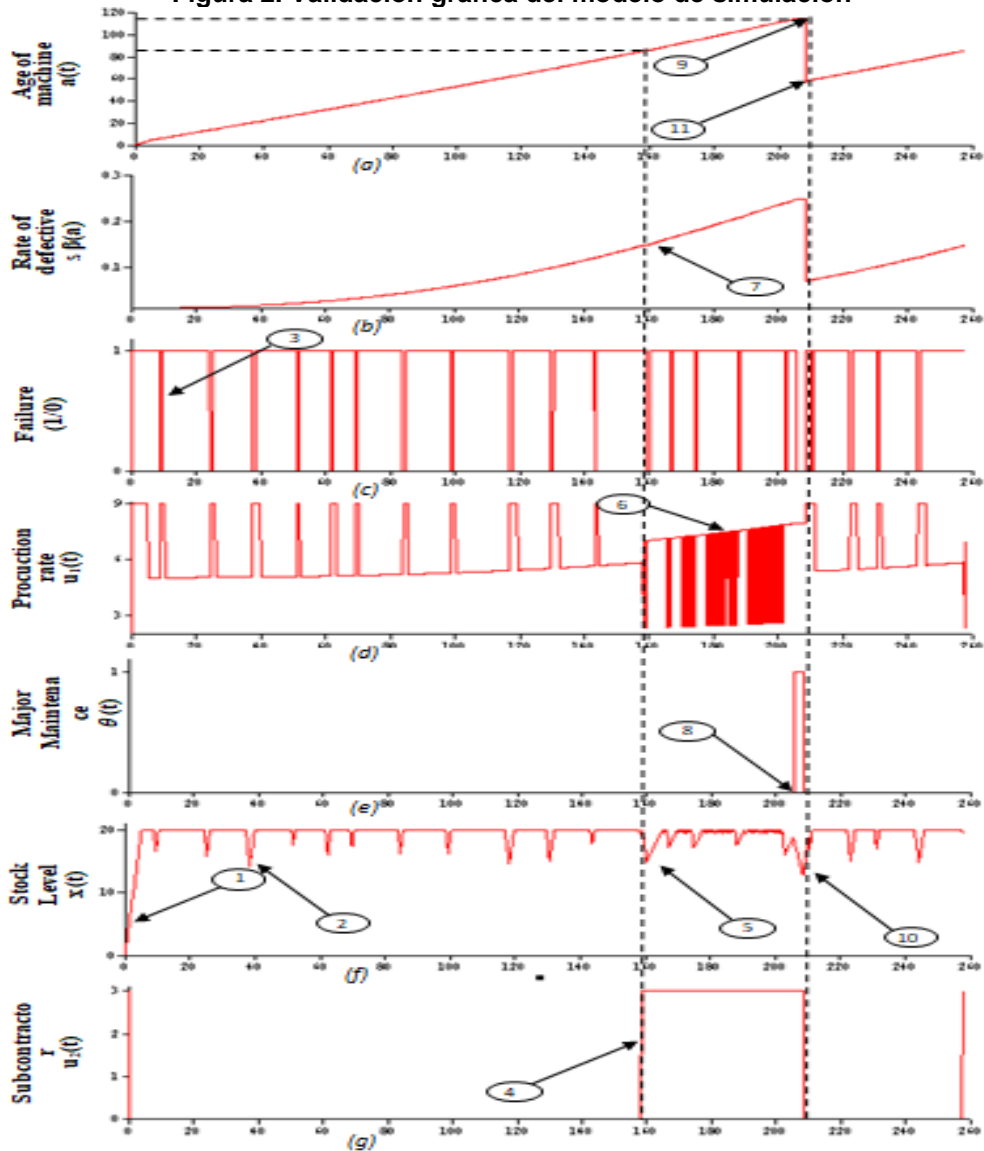
A fin de validar el modelo de simulación, se realizó un análisis del comportamiento de diversos indicadores representativos del sistema de producción. En la Figura 2, se

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

muestran las dinámicas de estos indicadores clave cuando los parámetros de control se establecen en los siguientes valores: $Z_o= 20$, $A_{sub}=86$ y $A_o= 115$. Como se puede observar en la Figura 2, la unidad de producción en el tiempo $t = 0$ se encuentra en condiciones de una máquina nueva y el nivel de inventario alcanza gradualmente el valor óptimo $Z_o= 20$. (ver flecha 1 en la Figura 2.f). Conforme va pasando el tiempo, el sistema comienza a presentar fallas (ver flecha 3 en la Figura 2.c). En el tiempo $t = 38$, la unidad experimenta una falla, lo que ocasiona un decremento del nivel de inventario (ver flecha 2 en la Figura 2.f). Debido a los efectos del deterioro, el sistema no puede satisfacer la demanda por sí solo, por lo que en el tiempo $t = 158$, la unidad productiva alcanza la edad crítica $A_{sub}=86$ donde el subcontratista comienza a suministrar piezas (ver flecha 4 en la Figura 2.g). Al tener al subcontratista en operación, como se puede apreciar en el tiempo $t = 161$, el inventario incrementa progresivamente hacia el nivel óptimo $Z_o = 20$ (ver flecha 5 en la Figura 2.f). En este punto los efectos del deterioro del sistema se han acumulado a través del tiempo, lo que genera principalmente un incremento en la tasa de defectivos. Al continuar con el proceso de deterioro, la unidad productiva en el tiempo $t = 180$ opera a una tasa de $\frac{d}{(1-\beta(a))}$ (ver flecha 6 en la Figura 2.d), para compensar el incremento en la tasa de defectos en virtud del alto nivel de deterioro, (ver flecha 7 en la Figura 2.b). En el tiempo $t = 205$, el sistema alcanza la edad crítica de $A_o= 115$ donde se envía la señal para realizar el mantenimiento imperfecto (ver flecha 8 en la Figure 2.e), en este punto la unidad alcanza su nivel máximo de deterioro (ver flecha 9 en la Figura 2.a). En vista que la subcontratación suministra piezas para satisfacer a la demanda de los clientes, al momento de realizar el mantenimiento imperfecto no se observa una disminución importante en el nivel de inventario (ver flecha 10 de la Figura 2.f). Puesto que en este modelo se propone una estrategia de mantenimiento imperfecto, después de realizar esta actividad la tasa de defectos disminuye parcialmente (ver flecha 11 en la Figura 1.a). En este punto el sistema comienza un nuevo ciclo, continuando con su proceso de deterioro. Con base en las dinámicas presentadas en la Figura 2, se valida que las estrategias de producción-subcontratación y mantenimiento imperfecto trabajan de una forma coordinada. Para este sistema de producción en particular, la

subcontratación es un elemento clave cuando la unidad de producción no puede satisfacer la demanda, lo que implica que no puede cumplir con el nivel de servicio que requiere el cliente. En este contexto el mantenimiento imperfecto sirve como una estrategia para mitigar los efectos del proceso de deterioro.

Figura 2. Validación gráfica del modelo de simulación



Fuente: Elaboración propia

5. Análisis y discusión de los resultados

En esta sección, se aplica la metodología propuesta a fin de determinar los valores óptimos del costo total incurrido y los parámetros de control (Z_o, A_{sub}, A_o) . En base en la validación del modelo de simulación realizada en la sección anterior, asegura que los valores obtenidos sean representativos del sistema de producción. En la Tabla 1, se presentan los valores de los parámetros utilizados en el ejemplo numérico.

Tabla 1. Parámetros del modelo numérico

Parámetro	q_{12}	q_{21}	q_{13}	q_{31}	q_{12}^{sub}	q_{21}^{sub}
	(1/unidad de tiempo)	(1/unidad de tiempo)	(1/unidad de tiempo)	(1/unidad de tiempo)	(1/unidad de tiempo)	(1/unidad de tiempo)
Valor:	0.1	1.5	0.15	5	0.025	0.3
Parámetro:	u_{max}	d	$u_{sub_{max}}$	η_0	b_1	b_2
	(producto/unidad de tiempo)	(producto/unidad de tiempo)	(producto/unidad de tiempo)			
Valor:	9	5	3	0.1	0.01	0.49
Parámetro:	η_1	η_2	k			
Valor:	$15 \times 10^{-6.2}$	2.4	0.5			

Fuente: elaboración propia

Los parámetros de costo utilizados se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros de costo

Parámetro:	c^+	c^-	c_R	c_M	c_{def}	c_{pro}	c_{sub}
	(\$/productos/unidad de tiempo)	(\$/productos/unidad de tiempo)	(\$/reparación)	(\$/intervención mayor)	(\$/producto)	(\$/producto)	(\$/producto)
Valor:	1	27.5	100	3000	20	10	45

Fuente: elaboración propia

Se adoptó un diseño factorial 3^3 con tres variables independientes (Z_o, A_{sub}, A_o) y una variable dependiente que es el costo total incurrido. El diseño 3^3 se replica dos veces, lo que implica que $(3^3 \times 2) = 54$ corridas de simulación fueron necesarias para los cálculos.

Con respecto al tiempo de simulación, este fue establecido en 100,000 unidades de tiempo con el propósito de asegurar condiciones de estado estable. Los valores seleccionados para los factores de control del diseño 3³ se presentan en la Tabla 3, con el objetivo de garantizar que $A_{sub} < A_o$ se define esta edad como $A_{sub} = k \cdot A_o$ donde el parámetro $k \in [0,1]$.

Tabla 3. Rango de variación de los factores de control

Factor	Nivel bajo	Nivel alto	Descripción
Z_o	5	27	Inventario inicial
A_o	50	220	Edad crítica para realizar el mantenimiento imperfecto
k	0.5	0.99	Valor crítico para poner en marcha la subcontratación

Fuente: elaboración propia

El análisis estadístico de los datos obtenidos del modelo de simulación se llevó a cabo utilizando el software STATGRAPHICS, el cual se utilizó para realizar un análisis de varianza ANOVA. En la Tabla 4 se presentan los resultados del ANOVA para el costo total, donde se identifican las variables independientes e interacciones que resultaron ser significativos con respecto al costo total incurrido.

Tabla 4. Tabla de ANOVA para el costo total

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados Medio	Razón-F	Valor-P
A: Factor_ Z_o	26299.8	1	26299.8	13.74	0.0006
B: Factor_ A_o	45612	1	45612.0	23.84	0.0000
C: Factor_ k	8293.38	1	8293.38	4.33	0.0432
AA	3684.16	1	3684.16	1.93	0.1723
AB	3711.28	1	3711.28	1.94	0.1707
AC	2324.54	1	2324.54	1.21	0.2764
BB	51267.7	1	51267.7	26.79	0.0000
BC	74307.6	1	74307.6	38.83	0.0000
CC	13245.3	1	13245.3	6.92	0.0177
Error total	84199.9	44	1913.63		
Total (corr.)	312946	53			

Fuente: elaboración propia.

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

Una transformación logarítmica fue utilizada para determinar el coeficiente de correlación de los datos de la Tabla 4, con lo cual se obtuvo un valor de $R^2 = 86.13\%$. Este valor indica un buen ajuste del diseño 3^3 a los datos del costo total. El modelo de regresión de segundo orden obtenido para el costo total incurrido, está dado por:

$$TC(Z_o, k, A_o) = 920.961 - 2.57498 \cdot Z_o - 3.80166 \cdot A_o - 1188.93 \cdot k + 0.144808 \cdot Z_o^2 - 0.0132998 \cdot Z_o \cdot A_o - 3.65178 \cdot Z_o \cdot k + 0.00904677 \cdot A_o^2 + 2.67193 \cdot A_o \cdot k + 553.487 \cdot k^2 \quad (19)$$

La Ecuación (19) define la función objetivo del modelo de optimización. Sin embargo, esta ecuación debe ser optimizada considerando la restricción del nivel de servicio. A fin de determinar dicha restricción, se utiliza el modelo de simulación desarrollado y el diseño factorial 3^3 , para obtener la tabla de ANOVA (Tabla 5) para el nivel de servicio:

Tabla 5. Tabla de ANOVA para el nivel de servicio

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Razón -F	Valor-P
A:Zo	1.96946	1	1.96946	110.66	0.0000
B:Ao	0.586098	1	0.586098	32.93	0.0000
C:k	0.176614	1	0.176614	9.92	0.0029
AA	0.179121	1	0.179121	10.06	0.0028
AB	0.13462	1	0.13462	7.56	0.0086
AC	0.00874106	1	0.00874106	0.49	0.4871
BB	0.356097	1	0.356097	20.01	0.0001
BC	1.03919	1	1.03919	58.39	0.0000
CC	0.143888	1	0.143888	8.08	0.0067
Total, error	0.78309	44	0.0177975		
Total (corr.)	5.37692	53			

Fuente: elaboración propia.

El modelo de segundo orden para el nivel de servicio reportó un coeficiente de correlación de $R^2 = 85.43\%$. Dicho modelo es el que se presenta en la ecuación 20:

$$\begin{aligned}
 NS(Z_o, k, A_o) = & -1.59593 + 0.048036 \cdot Z_o - 0.0110989 \cdot A_o + 3.89452 \cdot k - 0.00100971 \cdot \\
 & Z_o^2 + 0.0000801008 \cdot Z_o \cdot A_o - 0.00708137 \cdot Z_o \cdot k \\
 & - 0.0000238427 \cdot A_o - 0.00999211 \cdot A_o \cdot k - 1.82427 \cdot k^2 \quad (20)
 \end{aligned}$$

Al considerar la Ecuación (19) y la Ecuación (20), el problema de optimización a resolver es el siguiente:

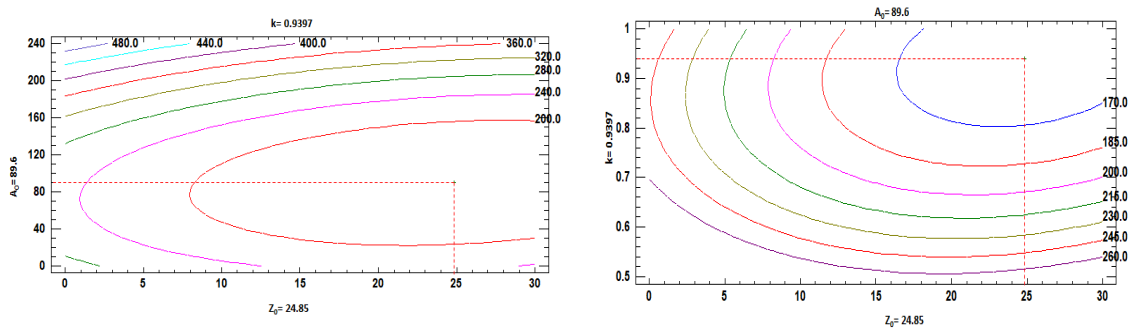
Min Ecuación (19)

Sujeto a

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \text{Ecuación (20)} \leq NS_L & \\
 \text{Ecuaciones (1)-(9)} & \text{(dinámicas de inventario y calidad)} \\
 \text{Ecuaciones (10)-(13)} & \text{(política de control)} \\
 (Z_o, A_{sub}, A_o) \geq 0 &
 \end{array} \right.$$

La función del costo total (19) es minimizada con métodos de optimización no-lineal, a fin de definir los valores óptimos de los parámetros de control que satisfacen la restricción de nivel de servicio. En la Figura 3, se presenta la superficie de respuesta obtenida, donde se puede observar el valor óptimo de los parámetros de control.

Figura 3. Superficie de respuesta estimada



Fuente: elaboración propia.

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

Al minimizar la Ecuación (19), se obtienen los valores óptimos de los parámetros de control que se presentan en la Tabla 6. Donde el valor de $k^* = 0.9397$ implica que la subcontratación es necesaria a partir de la edad de $A_{sub}^* = 84.19$. Para verificar la validez de los resultados obtenidos, se calculó un intervalo de confianza del 95% para el costo total, a partir de 50 réplicas extras del modelo de simulación. En estas replicas se utilizan como entradas del modelo los valores óptimos de los parámetros de control presentados en la Tabla 6. En este caso se puede observar que el costo total obtenido de 159.98 cae en el intervalo de confianza, lo que implica una excelente precisión del enfoque propuesto.

Tabla 6. Parámetros de control óptimos

	Solución óptima				Costo óptimo	
	Z_o^*	k^*	A_o^*	A_{sub}^*	Costo total	Intervalo de confianza (95%)
Valor óptimo	24.85	0.9397	89.60	84.19	159.98	[158.83, 161.37]

Fuente: Elaboración propia.

6. Conclusiones

La integración de las estrategias de producción, mantenimiento, calidad y subcontratación en una política de control considerando una restricción en el nivel de servicio, es la aportación del estudio. En esta investigación proponemos una nueva política donde se obtiene la optimización conjunta del tamaño de lote, el nivel de inventario, el programa de mantenimiento y la subcontratación necesaria, considerando problemas de calidad para sistemas de producción con degradación.

Se desarrolla un nuevo modelo mediante una formulación matemática estocástica, combinado con un modelo de simulación del tipo discreto-continuo, a fin de modelar la interacción compleja entre el fenómeno de deterioro, y las estrategias de producción y mantenimiento, considerando la restricción de nivel de servicio. Por medio de un ejemplo numérico se observó que la restricción de nivel de servicio afecta directamente a la

estrategia de producción, mantenimiento y subcontratación debido a que los parámetros de control están interrelacionados.

De los resultados obtenidos se observa que la estrategia de subcontratación es una pieza fundamental para dar cumplimiento al nivel de servicio que se requiere ya que la unidad no es capaz de satisfacer la demanda que solicita el cliente a causa del deterioro que experimenta y como consecuencia el alto número de defectivos que produce. Mediante el análisis de sensibilidad se pudo observar la efectividad que tiene la estrategia propuesta, así como la reducción de los costos al implementar dicha estrategia en comparación con otras políticas donde la toma de decisiones se realiza de una forma disociada. Los resultados obtenidos en este trabajo son satisfactorios y fomentan la realización de futuros estudios en esta área de investigación.

En cuanto a las limitaciones de la investigación, se puede decir que el modelo desarrollado no considera el componente aleatorio en la demanda, ni en la generación de piezas defectivas. En este artículo se considero que la demanda es constante y que la generación de defectos sigue un patrón definido. Esto evidentemente en la práctica no es real, puesto que es conocido que la demanda de productos en sistemas de producción actuales tiene una alta variación aleatoria. Además la generación de defectos también puede seguir un patrón aleatorio. Al considerar estas limitaciones en el modelo es necesario desarrollar más investigación y como trabajo futuro se puede extender el modelo de este artículo en dos direcciones: i) incorporar explícitamente en el modelo el comportamiento aleatorio de la demanda de producto, a través de ecuaciones diferenciales estocásticas, ii) desarrollar un modelo donde la generación de defectos incorpore la generación aleatoria de defectos. Estas dos líneas de futuras de investigación necesitan dominar técnicas de cálculo estocástico, pues implica complementar la formulación del modelo con la incorporación de ecuaciones diferenciales estocásticas del tipo de Itô, es evidente que el modelo de optimización del control óptimo aumentará considerablemente de complejidad.

7. Referencias

- Abernathy, F., Dunlop, J., Hammond, J., & Weil, D. (2000). Control your inventory in a world of lean retailing. *Harv Bus Rev* 78(6), 169–176.
- Alfieri, A., & Brandimarte, P. (2005). *Stochastic programming models for manufacturing applications: A tutorial introduction*. In: Matta, A., Semeraro, Q. (Eds.), *Design of Advanced Manufacturing Systems, Models for Capacity Planning in Advanced Manufacturing Systems*. Dordrecht, Netherlands: Springer.
- Chiu, S., Wang, S., & Chiu, Y. (2007). Determining the optimal run time for EPQ model with scrap, rework, and stochastic breakdowns. *European Journal of Operational Research* 180, 664–676.
- Cho, D., & Palar, M. (1991). Service level approximations for multiechelon inventory systems. . *European Journal of Operational Research* 51 (1), 1-23.
- Dahane, M., Dellagi, S., Clémentz, C., & Rezg, N. ((2011)). Development of joint maintenance and production strategies in a subcontracting environment. *Int J Prod Res* 49(23), 6937–6961.
- Hsu, L.-F., & Kuo, S. (1995). Design of optimal maintenance policies based on on-line sampling plans. . *European Journal of Operational Research* 86(2), 345–357.
- Jean, A. (2012). Simultaneous determination of production lot size and process parameters under process deterioration and process breakdown. *OMEGA: The International Journal of Management Science* , 40: 774-81.
- Kazemi Zanjani, D., Ait-Kadi, M., & Nourefath, M. (2010). Robust production planning in a manufacturing environment with random yield. *European Journal of Operational Research* 201, 882-891.
- Lan, Y., Liu, Y., & Sun, G. (2009). Modeling fuzzy multi-period production planning and sourcing problem with credibility service levels. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 231(1), 208–221.

- Lee, H. (2008). The investment model in preventive maintenance in multi-level production systems. *International Journal of Production Economics* 112, 816-828.
- Lee, H., Chandra, M., & Deleveaux, V. (1997). Optimal batch size and investment in multistage production systems with scrap. *Production Planning and Control*, 8(6), 586-596.
- Leung, S., Tsang, S., Ng, W., & Wu, Y. (2007). A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment. *European Journal of Operational Research* 181 (1), 224-238.
- Liao, G., Chen, Y., & Sheu, S. (2009). Optimal economic production quantity policy for imperfect process with imperfect repair and maintenance . *European Journal of Operational Research* 195, 358–363.
- Mula, J. (2006). Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of Production Economics* 103 (1), 271-285.
- Panagiotidou, S., & Tagaras, G. (2010). Statistical process control and condition-based maintenance: a meaningful relationship through data sharing. *Production and Operations Management* 19(2) , 156–171.
- Panda, D., Kar, S., Maity, K., & Maiti, M. (2008). A single period inventory model with imperfect production and stochastic demand under chance and imprecise constraints. *European Journal of Operational Research* 201, 158-170.
- Radhoui, M., Rezg, N., & Chelbi, i. A. (2010). Integrated maintenance and control policy based on quality control. *Computers & Industrial Engineering* 58(3), 443–451.
- Rivera-Gomez, H., Gharbi, A., Kenne, J., Montano-Arango, O., & Hernandez-Gress, E. (2018). Subcontracting strategies with production and maintenance policies for a manufacturing system subject to progressive deterioration. *International Journal of Production Economics*, 200, 103-118.
- Tan, B. (2004). Subcontracting with availability guarantees: production control and capacity decisions. *36(IIE Trans 8)*, 711–724.
- Tapiero, C. (1986). Continuous quality production and machine maintenance. *Naval Research Logistics Quarterly* 33 (3), 489–499.

Análisis del efecto de la subcontratación no-confiable, en la estrategia de producción y mantenimiento de un sistema con deterioro de la calidad

Wu, Y. (2006). Robust optimization applied to uncertain production loading problems with import quota limits under the global supply chain management environment. *International Journal of Production Research* 44 (5), 849-882.