

LA PROGRAMACIÓN LINEAL EN LA ELABORACIÓN DE MEZCLAS DE FERTILIZANTES

LINEAR PROGRAMING TO THE PROCESSING OF FERTILIZERS MIXES

Samuel Rebollar Rebollar

*Centro Universitario UAEM Temascaltepec-Universidad Autónoma del Estado de
México
samrere@hotmail.com*

Juvenio Hernández Martínez

*Centro Universitario UAEM Temascaltepec-Universidad Autónoma del Estado de
México*

Rolando Rojo Rubio

*Centro Universitario UAEM Temascaltepec-Universidad Autónoma del Estado de
México*

Daniel Cardoso Jiménez

*Centro Universitario UAEM Temascaltepec-Universidad Autónoma del Estado de
México*

Gabriela Rodríguez-Licea

Colegio de Postgraduados en Ciencias Agrícolas

Eugenio Guzmán-Soria

*Instituto Tecnológico de Celaya
Eugenio@itc.mx*

.RESUMEN

La Programación Lineal es una importante herramienta matemática que ayuda a resolver problemas de optimización de los recursos escasos. Con el objetivo de generar una recomendación técnico económica que permita maximizar la utilidad proveniente de la fabricación de cuatro mezclas de fertilizantes, sujeta a la disponibilidad y uso de los recursos nitrógeno fósforo y potasio en un periodo de producción (un año), se realizó un trabajo de investigación con información proveniente de un agronegocio en este ramo ubicado en las cercanías de Toluca, Estado de México durante abril y mayo de 2007. La función a optimizar fue maximizar la contribución por unidad de producto (tonelada) de las mezclas tipo I

(mezcla papera para siembra), tipo II (mezcla papera para reabonado), tipo III (mezcla maicera para siembra) y tipo IV (mezcla maicera para reabonado). El máximo valor de la función objetivo fue \$1,124,311, que podría obtenerse fabricando solamente 1,371.11 toneladas de la mezcla tipo I. Los resultados del modelo permitieron validar todas las condiciones de optimización de Kuhn-Tucker. La técnica de programación utilizada constituye una técnica útil para maximizar beneficios en este tipo de agronegocios.

ABSTRACT

Linear Programming is an important mathematics technique that helps optimization problems of resources scarce. In order to generates an economic and technical recommendation to allow maximizing the utility resulting from manufacturing four fertilizers mixes, subject to available and use of nitrogenous, potasic and phosphate resources in a production period (one year), a researching work was carried out with information resulting from an agribusiness in this line located in nearness of Toluca, State of México during May and April 2007. Function to optimizes was the contribution per unit of product (ton metric) of mixes class I (potato mix to sowing), class II (potato mix to refertilize), class III (corn mix to sowing) and class IV (corn mix to refertilize). Maximum value of objective function was \$1,124,311, that it might obtain manufacturing only 1,371.11 tons of mix class I. Results of the model let to validate all optimization Kuhn-Tucker conditions. Programming technique used constitute one useful technique to maximizing benefits in this class of agribusiness

Palabras clave: fertilizantes, mezclas, programación lineal

CLASIFICACIÓN JEL: C61

1. INTRODUCCIÓN

En 2006 la producción de fertilizantes en México ascendió a 4.9 millones de toneladas (t). Los principales productos fueron: sulfato de amonio, urea, superfosfato de calcio triple, cloruro de potasio, nitrato de calcio, nitrofosfato, fosfato diamónico (18-46-00) y superfosfato de calcio simple. Por su parte, el Consumo Nacional Aparente, en el mismo año, fue 6.8 millones de t, de las cuales 80.9% fue abastecido por producción nacional y 29.1% con importaciones, provenientes principalmente del Mar Negro, Estados Unidos y Ucrania (INEGI, 2006). Cabe mencionar que a pesar de que durante 1991-2000 el consumo aumentó después de la disminución que éste tuvo, no pudo alcanzar los niveles demandados en la década de los 80's.

En México, en los últimos 40 años el consumo de fertilizantes nitrogenados simples (N), fosforados simples (P) y potásicos (K) se ha incrementado de 5×10^4 a más de 5.5×10^6 , con consecuencias serias de impacto ambiental; debido a que la fertilización es una de las formas más utilizadas para incrementar la productividad agrícola. Los altos precios internacionales de granos como el maíz, trigo, sorgo y soya han incentivado la siembra de mayores superficies en algunos de estos cultivos, y con ello el uso de mayores cantidades de fertilizantes para incrementar su producción.

De los fertilizantes que se utilizan, los nitrogenados continúan siendo los más demandados, principalmente la urea y el sulfato de amonio. En contraste, el uso de los fosforados ha disminuido una vez que éstos han sido sustituidos por otros. Un ejemplo de ello es la sustitución del superfosfato de calcio triple por el DAP. De acuerdo con datos de la FAO, durante 2002-2005 el consumo mundial de urea presentó una tasa media anual de crecimiento (TMAC) de 8%, superior al dinamismo de la

producción, que fue 5%. De esta forma, el consumo mundial de urea durante 2005 sobrepasó los 57 millones de t y se estima que durante 2006 y 2007 se haya incrementado a una TMAC superior a la del periodo reportado por la FAO.

En este sentido, el precio internacional de los fertilizantes alcanzó un nivel récord en fechas recientes, derivado de una mayor demanda de cosechas agrícolas para generar biocombustibles en Estados Unidos y Brasil (El Economista, 2008), así como para satisfacer la creciente demanda de alimentos y fibras en países como China. Por ejemplo, de enero de 2007 a enero de 2008 el precio internacional de la urea se incrementó 59% y superó los 470 dólares/t durante los primeros días de 2008.

Cabe destacar que, el incremento del precio internacional de los fertilizantes no se debe exclusivamente al incremento en la demanda, sino también al aumento en el costo de insumos utilizados en la producción de los mismos, tal es el caso del sulfuro, ingrediente generado por las refinerías de petróleo. El consumo de los potásicos ha crecido en forma considerable, hasta alcanzar en importancia relativa a los fosforados simples. El principal fertilizante potásico demandado es el cloruro de potasio (Ávila, 2001; FAO, 2006).

Dentro de los factores que han propiciado un aumento en el consumo de urea, complejos y mezclas, y cloruro de potasio, se encuentran el incremento de la superficie sembrada de frutales de ciclo corto, de productos de exportación y forrajes; así como el uso de cloruro de potasio en forma directa por el agricultor, o para la preparación de mezclas físicas.

A pesar de que más de 95% de los agricultores del país usan fertilizantes

en dosis determinadas por costumbre, la tendencia es usar dosis más equilibradas de los tres nutrientes principales como consecuencia del frecuente uso de productos de alta concentración. Ante este tenor, Peña et al. (2001) menciona que la fertilización constituye uno de los principales factores que limitan la producción agrícola, pues los cultivos absorben sólo un 10 al 60% del fertilizante. Los fertilizantes son adquiridos de distribuidores que se establecen cerca de su domicilio; los cuales les dan facilidades de pago y buena atención.

A nivel nacional los cultivos que más demandan fertilizantes son los cíclicos que abastecen mercados locales, regionales, nacionales y de exportación. El segundo lugar lo ocupan los cultivos de autoconsumo, en los que el fertilizante se aplica especialmente en la siembra y en el reabonado una vez establecido el cultivo (García, 2008).

De manera particular, en el Valle de Toluca, Estado de México, los cultivos de papa variedades Alfa, Rosita y Giga bajo sistemas de temporal y riego, y el maíz de temporal, son los cultivos que más fertilizantes consumen. Otros cultivos de menor demanda son haba, chícharo, calabacita y frutales, principalmente el durazno variedad Diamante, el cual es cultivado en las zonas altas de los municipios de Temascaltepec, Valle de Bravo y en algunas comunidades del municipio de Zinacantepec. Los fertilizantes nitrogenados comerciales de mayor consumo en la región son: fosfonitrato (33-02-00), 18-46-00, urea (46-00-00), sulfato de amonio (20-00-00 y el triple 16 (16-16-16). Dentro de los fosforados se encuentran el 18-46-00, superfosfato de calcio triple (00-46-00), superfosfato de calcio simple (00-20-00-21), súper triple (00-46-00) y microelemento que contiene calcio, magnesio, molibdeno, boro, cobalto, zinc, entre otros. Por su parte, los potásicos están representados por el cloruro de potasio (00-00-60), el triple 16, K-mag (00-00-22-22) y nitrato

de potasio (14-00-40). Los fertilizantes mencionados son utilizados para elaborar las mezclas (papera y maicera) que se usan en la siembra y reabonado en cantidades por hectárea ya determinadas. La preferencia por parte de los productores hacia las mezclas se debe a que el contenido de NPK en ellas está más enriquecido que en el fertilizante tradicional y a que son elaboradas en base a estudios de suelo de la región productora, factores que han llevado a mejores resultados físicos en la planta ya que aumentan el rendimiento del cultivo por unidad de superficie.

Una solución a la problemática planteada sería optimizar el uso de insumos en cada una de las mezclas para maximizar las ganancias o minimizar los costos de elaboración, es por ello que el objetivo de la presente investigación consistió en maximizar la contribución (ingreso neto) por tonelada de mezcla comercializada en la región del Valle de Toluca y verificar las condiciones de optimización de Kuhn-Tucker. La hipótesis central supone que el valor máximo de la función objetivo proviene de las mezclas con menor costo de elaboración y mayor contribución por tonelada comercializada.

2. METODOLOGÍA

La información se obtuvo de una agro empresa ubicada en Toluca, Estado de México, la cual elabora mezclas de fertilizantes usando como fuente el nitrógeno, fósforo y potasio. Las mezclas físicas son papera para siembra tipo I y para reabonado tipo II y, maicera para siembra tipo III y para reabonado tipo IV. Para la mezcla papera se utilizan 36 bultos de 50 kilogramos (28 para siembra y 8 para el reabonado) y para la maicera 20 bultos (10 para siembra y 10 en reabonado). Los costos, ingresos y beneficios netos (ingresos menos los costos) son los totales obtenidos por tonelada física mezclada más un costo extra por mezclar, envasar y cocer los bultos (\$100/t), más un costo adicional por concepto del envase

(costal) (\$2.50 más IVA). Los precios de compra de la materia prima se obtuvieron durante abril y mayo de 2007, y se expresan en unidades corrientes (sin deflactar); los precios por tonelada y por bulto de 50 kg de peso del producto, son precios en piso de bodega.

Como materia prima para la mezcla papera se utiliza: fosfonitrato (33-02-00), fosfato diamónico (18-46-00), superfosfato de calcio triple (00-46-00), superfosfato de calcio simple (00-20-00-21), elementos secundarios (calcio, magnesio y azufre) y microelementos (molibdeno, boro, cobalto, zinc, etc.), cloruro de potasio (00-00-60), triple 16 (16-16-16), K-Mag (00-00-22-22). Para la maicera se emplea urea (46-00-00), sulfato de amonio (20-00-00), superfosfato de calcio triple, 18-46-00, superfosfato de calcio simple y cloruro de potasio.

La mezcla (NPK) global utilizada-recomendada para papa fue 203u – 322u – 257u. De ésta, se derivaron las submezclas tipo I y tipo II. La mezcla maicera total, que incluye el contenido NPK tanto para siembra (tipo III) como reabonado (tipo IV), fue 386u – 198u – 250u.

Se formuló un modelo de programación lineal (Roscoe y McKeown, 1986) en el cual la función objetivo maximizó las utilidades totales por unidad de mezcla tipo I, II, III y IV de fertilizante producido y comercializado por la empresa (que por razones de seguridad se omite el nombre). Así, el coeficiente que antecede a cada una de las variables de la función objetivo (X_1 , X_2 , X_3 y X_4) representa la contribución total en pesos por tonelada.

La función objetivo fue:

$$\text{Max } Z = 820 X_1 + 502 X_2 + 642 X_3 + 828 X_4$$

Las restricciones a las que se encuentra sujeta la función objetivo fueron:

$$0.450 X_1 + 0.650 X_2 + 0.450 X_3 + 0.650 X_4 \quad 617 \quad (1)$$

$$0.250 X_1 + 0.050 X_2 + 0.350 X_3 + 0.100 X_4 \quad 688 \quad (2)$$

$$0.300 X_1 + 0.300 X_2 + 0.200 X_3 + 0.250 X_4 \quad 745 \quad (3)$$

$$X_1, X_2, X_3 \text{ y } X_4 \geq 0$$

La restricción uno se refiere a las cantidades de nitrógeno por tonelada para elaborar las mezclas tipo I, II, III y IV. El coeficiente de la variable X_1 indica la cantidad de nitrógeno necesaria para elaborar una tonelada de la mezcla tipo I, el de X_2 se refiere a la cantidad de nitrógeno necesario para elaborar la mezcla II; y así sucesivamente. El lado derecho de la restricción significa que para estas mezclas se dispone como máximo de 617 toneladas de fertilizante comercial con contenido de nitrógeno. Los coeficientes de las variables de la restricción dos, indican las cantidades de fósforo para elaborar las mezclas mencionadas; y para ello, se dispone de una cantidad no superior a 688 toneladas del fertilizante comercial con contenido de fósforo. Por su parte, en la restricción tres, el coeficiente de la variable X_1 indica la cantidad de potasio que se necesita para elaborar la mezcla I, y así sucesivamente. Para elaborar las mezclas I, II, III y IV con contenido de potasio, se dispone de una cantidad máxima de 745 toneladas.

El número de unidades de NPK de las cuatro mezclas es por tonelada; por lo que al sumar los valores de los coeficientes de la misma variable (en la columna) da como resultado esta cantidad en kilogramos para elaborar cada mezcla; así, para la mezcla tipo I la sumatoria de todos los valores de la variable X_1 da como resultado una tonelada ($0.450 + 0.250 + 0.300 = 1.000$) y así sucesivamente para las variables X_2 , X_3 y X_4 .

Finalmente, las condiciones de no negatividad de la función expresan que no debe haber valores negativos para las variables de decisión X_1 , X_2 , X_3 y X_4 .

La información fue procesada en el paquete WIN/QSB, usando el algoritmo de modelos de programación lineal inmerso en el mismo programa. El paquete realiza operaciones elementales del método símplex.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El Cuadro 1 muestra las necesidades de materia prima para la papa, así como el costo de adquisición por tonelada y costo por bulto. En las columnas de la aportación NPK y Ca se colocó la expresión n.d (no disponible), porque aunque dicho dato sí existe, se optó por no escribirlo para cuidar la información o secreto de la empresa que proporcionó la información.

Cuadro 1. Requerimientos de fertilizantes (materia prima) para las mezclas papera y maicera.

Aportación de NPK en unidades por bulto de 50 kg							
Concepto	\$/t	\$/bulto	N	P	K	Ca	Disponibilidad total de m. p t
Para nitrógeno							
Fosfonitrato	4 200.0	210.0	n.d	n.d	n.d	n.d	400.0
Para fósforo							
Fosfato diamónico	5 100.0	255.0	n.d	n.d	n.d	n.d	200.0
Súper triple	3 300.0	165.0	n.d	n.d	n.d	n.d	200.0
Súper simple	1 500.0	75.0	n.d	n.d	n.d	n.d	200.0
Microelemento*	6 000.0	300.0					20.0
Para potasio							
Cloruro de K	3 100.0	155.0	n.d	n.d	n.d	n.d	400.0
Triple 16	3 700.0	185.0	n.d	n.d	n.d	n.d	100.0
K-Mag						Magnesio	
(00-00-22-22)	3 100.0	155.0	n.d	n.d	n.d	n.d	200.0
Nitrato de K	6 100.0	305.0	n.d	n.d	n.d	n.d	80.0

Fuente: elaboración propia con información de la empresa de fertilizantes

*Esta fuente contiene: calcio (9%), magnesio (5%), molibdeno, boro, cobalto, zinc
N = nitrógeno; P = fósforo; K = potasio; Ca = calcio; m. p. = materia prima

En el Cuadro 2 se observa que la contribución total por tonelada de mezcla tipo I asciende a \$820 por tonelada vendida (\$41 por bulto de 50

kg).

Cuadro 2. Contribución por tonelada de la mezcla papera para siembra (tipo I).

Costo/t de mezcla (pesos)	Ingreso/t de mezcla (pesos)	Contribución/t de mezcla (pesos)
3 880	4,700	820

La desagregación de costos por mezcla papera para siembra (Cuadro 3), representa un acercamiento al costo de elaboración mínimo. En ella, se tiene especial cuidado que la combinación de los distintos insumos reúna el componente global de NPK usado en la siembra de papa, sin embargo, por lo ya mencionado, no se presenta el dato. Cada tonelada de mezcla representa el total de unidades de nutriente y al momento de mezclar cada bulto del fertilizante comercial utilizado, se aprovecha, a su vez, el contenido del nutriente contenido en él. En esta mezcla, los fertilizantes comerciales fosfato diamónico, superfosfato de calcio triple, fosfonitrato y el cloruro de potasio representan 75.5 % del costo total.

Cuadro 3. Costo total por tonelada de mezcla papera tipo I.

Concepto	Unidades de N	Unidades de P	Unidades de K	Costo (\$)
Fosfato diamónico	n.d	n.d	n.d	1 020.0
Triple 16	n.d	n.d	n.d	370.0
Fosfonitrato	n.d	n.d	n.d	630.0
Súper fosfato de calcio triple	n.d	n.d	n.d	660.0
Súper fosfato de calcio simple	n.d	n.d	n.d	112.5
Cloruro de potasio	n.d	n.d	n.d	620.0
K-Mag	n.d	n.d	n.d	310.0
Total mezcla	n.d	n.d	n.d	3 880.0

Al costo de la mezcla se le agrega \$2.50 + IVA por concepto del envase, lo que equivale a \$57.50/t, más \$100.0 por concepto de revolver, envasar y coser una tonelada de fertilizante, es decir, 20 bultos.

Costo/bulto: \$194.0. Precio de venta/bulto: \$235.0. Contribución por bulto: \$41.0

Para la mezcla tipo II, el costo de elaboración más alto lo representan el fosfonitrato (30 %) y el nitrato de potasio (29.1 %). Por un lado por la cantidad requerida para la mezcla y por otro porque en el producto existe mayor contenido del nutriente nitrógeno necesario para completar tal mezcla (Cuadro 4).

Al igual que en la mezcla anterior, el costo total considera el costo de mezclado, envasado y cocido, además del costo por adquisición del envase. El costo de producción por bulto de esta mezcla fue \$209.90 y, el precio de venta de \$235 (\$4 700/t), por tanto, la contribución por bulto y por tonelada fue \$25.10 y \$502.

Cuadro 4. Costo total por tonelada de la mezcla papera tipo II.

Concepto	Unidades	Unidades	Unidades	Costo (\$)
	N	P	K	
Triple 16	n.d	n.d	n.d	555.0
Fosfonitrato	n.d	n.d	n.d	1 260.0
Nitrato de K	n.d	n.d	n.d	1 220.0
Súper simple	n.d	n.d	n.d	75.0
Cloruro de K	n.d	n.d	n.d	620.0
K-Mag	n.d	n.d	n.d	310.0
Total mezcla	n.d	n.d	n.d	4 197.5

Similarmente, los Cuadros 5 y 6 presentan el costo de elaboración por tonelada de mezcla tipo III y IV. Se observa que los fertilizantes comerciales urea y fosfato diamónico representan 43.2 % del costo total de la mezcla tipo III; en tanto que en la IV la urea y el cloruro de potasio participan con 70.2 %, pues son estos dos nutrientes lo que más usan los productores como reabonado en el proceso de desarrollo de sus cultivos.

Cuadro 5. Costo total por tonelada de mezcla maicera tipo III.

Concepto	Unidades N	Unidades P	Unidades K	Costo (\$)
Urea	n.d	n.d	n.d	840.0
Sulfato de amonio	n.d	n.d	n.d	220.0
Fosfato diamónico	n.d	n.d	n.d	765.0
Súper fosfato de calcio triple	n.d	n.d	n.d	495.0
Súper fosfato de calcio simple	n.d	n.d	n.d	620.0
Cloruro de potasio	n.d	n.d	n.d	620.0
Total mezcla	n.d	n.d	n.d	3 717.5
Costo por bulto de 50 kg de peso: \$185.9; precio de venta/bulto: \$218.0.				
Contribución/bulto: \$32.1				

El costo total de la mezcla lleva implícito el costo de mezclado, envasado, cocido de costales, más el costo de adquisición del envase.

Cuadro 6. Costo total por tonelada de mezcla maicera tipo IV.

Concepto	Unidades N	Unidades P	Unidades K	Costo (\$)
Urea	n.d	n.d	n.d	1 890.0
Sulfato de amonio	n.d	n.d	n.d	440.0
Súper fosfato de calcio simple	n.d	n.d	n.d	310.0
Cloruro de potasio	n.d	n.d	n.d	620.0
K-Mag	n.d	n.d	n.d	155.0
Tototal mezcla	n.d	n.d	n.d	3 572.5
Costo por bulto de 50 kg de peso: \$178.6; precio de venta/bulto: \$220.0.				
Contribución/bulto: \$41.4				

El costo total de la mezcla lleva implícito el costo de mezclado, envasado, cocido de costales, más el costo de adquisición del envase.

La tabla *símplex* óptima (Cuadro 7) indica que el máximo valor de la función objetivo (FO), que representa la solución óptima del modelo es \$1'124,311 y esa utilidad se obtiene fabricando 1,711.11 toneladas de la mezcla tipo I, cuya variable de decisión es X_1 ; cero toneladas de las mezclas tipo II, III y IV (variables de decisión X_2 , X_3 y X_4). Asimismo, los valores de la columna del concepto *reduced cost* o costo reducido, expresan que el valor de la función objetivo podría disminuir en \$682.44 miles de pesos si se incluyese la actividad X_2 ; en \$178 y \$356.44 si se optara por incluir las actividades X_3 y X_4 , mismas que no fueron seleccionadas en la solución óptima.

El concepto *shadow price* o precio sombra del recurso, en la solución óptima, es positivo, lo cual es indicativo de que el recurso (nitrógeno disponible para fabricar la mezcla tipo I) se está utilizando en su totalidad. De hecho, en la tabla *símplex* óptima se observa que el precio sombra de la restricción C1 es mayor que cero, en tanto que el de las restricciones C2 y C3 es cero. Matemáticamente, de acuerdo a las condiciones de Kuhn-Tucker del modelo Lagrangeano (que se analiza más adelante), el valor de la derivada parcial de la función Z respecto a las X_j , debe ser menor o igual a cero para verificar que el uso del recurso en cuestión se use en su totalidad. Así, \$1,822.22, el precio sombra imputado a la restricción C1, multiplicado por la cantidad de nitrógeno necesaria para elaborar la mezcla tipo I (0.45), da como resultado \$820.00; con esto se prueba que el costo marginal es igual al ingreso marginal (o la contribución) por tonelada.

Cuadro 7. Tabla símplex óptima.

D	Solution	Unit Cost or	Total	Reduced	Basis	Allowable	Allowable
V	Value	Profit c(i)	Contribution	Cost	Status	Min. c(i)	Max. c(i)
X1	1 371.11	820	1 124 311	0	basic	642	M
X2	0	502	0	-682.44	at bound	-M	1 184.44
X3	0	642	0	-178.00	at bound	-M	820.00
X4	0	828	0	-356.44	at bound	-M	1 184.44

Objetive Function (Max) = 1 124 311

Cons	Left Hand	Direction	Right Hand	Slack	Shadow	Allowable	Allowable
train	Side		Side	or Surplus	Price	Min. RHS	Max. RHS
C1	617.00	<=	617	0	1 822.22	0	1 117.50
C2	342.78	<=	688	345.22	0	342.78	M
C3	411.33	<=	745	333.67	0	411.33	M

Para verificar las condiciones de optimización de Kunh-Tucker del modelo propuesto, se construyó la siguiente función Lagrangeana.

$$Z = f(820 X_1 + 502 X_2 + 642 X_3 + 828 X_4) + Y_1(617 - 0.450 X_1 - 0.650 X_2 - 0.450 X_3 - 0.650 X_4) + Y_2(688 - 0.250 X_1 - 0.050 X_2 - 0.350 X_3 - 0.100 X_4) + Y_3(745 - 0.300 X_1 - 0.300 X_2 - 0.200 X_3 - 0.250 X_4).$$

Las letras Y1, Y2 y Y3 son los precios sombra imputados a las restricciones uno, dos y tres de la solución óptima del modelo primal. El resultado de la derivada parcial de la función Lagrangeana respecto a las X_i permite comprobar los resultados de la columna del Reduced Cost de la tabla símplex óptima.

Así, al obtener las condiciones de primer orden de Z y sustituyendo los valores respectivos tanto del modelo como de la solución óptima, se tiene que:

$\partial Z / \partial X_1 = 820 - 1\ 822.22 (0.450) - 0 (0.250) - 0 (0.300) = 820 - 820 = 0$; este resultado significa que el ingreso marginal por tonelada vendida de la mezcla tipo I, es igual a su costo marginal.

$\partial Z / \partial X_2 = 502 - 1\ 822.22 (0.650) - 0 (0.050) - 0 (0.300) = - 682.44$; este resultado expresa el valor en que se reduciría la función objetivo en caso de incluir la actividad X2.

$\partial Z / \partial X_3 = 642 - 1\ 822.22 (0.450) - 0 (0.350) - 0 (0.200) = - 178$; este resultado indica el valor en que se reduciría la función objetivo en caso de incluir la actividad X3.

$\partial Z / \partial X_4 = 828 - 1\ 822.22 (0.650) - 0 (0.100) - 0 (0.250) = - 356.44$; de la misma manera, el resultado expresa el valor en que se reduciría la función objetivo en caso de incluir la actividad X4.

Por su parte, la derivada parcial de la función Z respecto a los precios sombra imputados a cada una de las restricciones y realizando la sustitución respectiva, se tiene que:

$\partial Z / \partial Y_1 = 617 - 0.450 (1\ 371.11) - 0.650 (0) - 0.450 (0) - 0.650 (0) = 0$; este resultado está indicando que no hay exceso o no sobra nitrógeno para elaborar la mezcla tipo I. El nitrógeno esta siendo usado en su totalidad.

$\partial Z / \partial Y_2 = 688 - 0.250 (1\ 371.11) - 0.050 (0) - 0.350(0) - 0.100 (0) = 345.2222$; esto es, el modelo indica que hay 345.2 t de excedente de fósforo para las mezclas tipo I, II, III y IV.

$\partial Z/\partial Y_3 = 745 - 0.300 (1\ 371.11) - 0.300 (0) - 0.200 (0) - 0.250 (0) = 333.66$; este resultado expresa las toneladas de potasio en exceso para fabricar las mezclas tipo I, II, III y IV.

Por otro lado, una producción $X_j > 0$ en las variables de decisión de la tabla *símplex* óptima exige que la $\partial Z/\partial X_j = 0$. Esto es:

$X_1 = 1\ 371.11$; mientras que $\partial Z/\partial X_1 = 0$. Se confirma que el ingreso marginal de producir una unidad más de producto es igual al costo marginal por la producción de esa unidad adicional.

$X_2 = 0$, en tanto que la $\partial Z/\partial X_2 = -682.44$. Es decir, que si el valor de la variable de decisión X_2 tiene un valor de cero en la solución óptima, entonces, necesariamente debe ocurrir que el valor de la $\partial Z/\partial X_2 < 0$. Similarmente con el valor de las variables de decisión X_3 y X_4 . Esto es, $X_3 = 0$ y la $\partial Z/\partial X_3 = -178$; $X_4 = 0$ y la $\partial Z/\partial X_4 = -356.44$.

Cuando la $\partial Z/\partial Y_i = 0$, exige probar que el recurso *i*-ésimo está siendo usado en su totalidad. La situación contraria permite concluir que tal recurso no se usa completamente. Así, $\partial Z/\partial Y_1 = 0$, en tanto que el valor del precio sombra imputado a la primera restricción es $Y_1 = 1\ 822.22$. El valor del precio sombra del resto de las restricciones es cero, es decir, Y_2 y Y_3 son cero, y, la $\partial Z/\partial Y_2$ y $\partial Z/\partial Y_3$ es igual a 345.22 y 333.66.

4. CONCLUSIONES

El máximo valor de la función objetivo en la tabla *símplex* óptima, podría obtenerse si y sólo si se fabrica la mezcla tipo I, es decir, la mezcla papera para siembra; lo cual indica que el recurso disponible para su elaboración es utilizado en su totalidad. Por lo que si se decide incluir en la solución el resto de las variables, entonces no se estaría maximizando el valor de la función objetivo y se incurriría en pérdidas. El precio

sombra de las dos últimas restricciones es positivo lo cual es indicativo de la existencia de excedente en la disponibilidad de esos recursos. Todas las condiciones de optimización del modelo se cumplen en su totalidad, con lo que la metodología utilizada se convierte en un instrumento económico metodológico bastante validado. Lo anterior se convierte en recomendación técnico económica para todos aquellos que se desempeñan en este tipo de agronegocios, sin embargo, en la realidad podrían estarse fabricando y vendiendo el resto de las mezclas que no fueron seleccionadas por el modelo en la solución óptima.

5. LITERATURA CITADA

- Ávila, D. J. A. 2001. El mercado de los fertilizantes en México. Situación actual y perspectivas. En: Problemas del desarrollo, vol. 32, núm. 127. México, IIEc-UNAM. Octubre-diciembre. 19 p.
- El Economista (periódico). 2008. Fertilizantes. Fuerte demanda mundial. Sección: termómetro financiero. Martes 22 de enero de 2008. Pág. 30.
- FAO (Food and Agriculture United Nations). 2006. Base de datos estadísticos. Disponible en: <http://www.fao.org>
- García, M. V. y Costilla, M. N. L. 2008. Factibilidad técnico económica para la elaboración de mezclas de fertilizantes para papa y maíz en el valle de Toluca, Estado de México. Tesis de Licenciatura. Centro Universitario UAEM Temascaltepec. Temascaltepec, México. 79 p.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática). 2006. Banco de Información Económica (BIE). Disponible en: <http://www.inegi.gob>.
- Peña, C. J. J., Grageda, C. O. A. y Vera, N. J. A. 2001. Manejo de los fertilizantes nitrogenados en México. Uso de las técnicas isotópicas (15N). Terra 20: 51-56.

