

## Modelização e Gestão de Equipamentos e Sistemas Elétricos no Sector Residencial

Bruno Martins María<sup>1</sup>, Pereira Ana Isabel<sup>2</sup> Soares Orlando<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal; <sup>2</sup>Universidade do Minho, Portugal;  
<sup>2,3</sup>Instituto Politécnico de Bragança, Portugal  
brunomartins891@gmail.com; apereira@ipb.pt; osoares@ipb.pt

### Resumo

O aumento da produção distribuída nas redes elétricas em geral, e da energia solar fotovoltaica em particular, colocam novos desafios na utilização da energia, na operação do sector eléctrico e de planeamento das redes. Em relação ao primeiro, os consumidores deixaram de ter apenas esse papel e assumem também um papel de produtores de energia, tornando-se ativos nos sistemas eléctricos de energia, ou seja, tornam-se prosumidores. Neste contexto, apresenta-se neste trabalho uma alternativa para que os prosumidores possam tirar proveito da energia que produzem para cobrir parte das suas necessidades de electricidade. De forma a gerir estas necessidades apresentam-se as

características de diversos equipamentos e sistemas eléctricos do sector residencial que permitem o traçado de um perfil de cargas e otimiza-lo adequando-o à disponibilidade diária de produção, em particular a de origem fotovoltaica. Para a identificação dessas características recorreu-se à Série de Fourier para aproximar a curva resultante dos dados reais obtidos por monitorização. Depois de caracterizados os equipamentos, traçado o perfil de consumos diários de uma habitação é feita a sua otimização de modo a aproveitar o máximo da energia eléctrica produzida pelos painéis fotovoltaicos.

**Palavras Chave:** Ajuste de Curvas, Série de Fourier, Autoconsumo, Sistemas Fotovoltaicos, Perfis de Consumo.

JEL: P18, Q490

## Modelado y gestión de equipos y sistemas electricos en el sector residencia

### Resumen

El aumento de la producción distribuida en las redes eléctricas en general, y la energía solar fotovoltaica en particular, plantean nuevos desafíos en la utilización de la energía, en la operación del sector eléctrico y de planificación de las redes. En cuanto al primero, los consumidores dejaron de tener sólo ese papel y asumen también un papel de productores de energía, haciéndose activos en los sistemas eléctricos de energía, o sea, se convierten en prosumidores. En este contexto, se presenta en este trabajo una alternativa para que los prosumidores puedan aprovechar la energía que producen para cubrir parte de sus necesidades de electricidad. Para gestionar estas necesidades

se presentan las características de diversos equipos y sistemas eléctricos del sector residencial que permiten el trazado de un perfil de cargas y optimizarlo adecuándolo a la disponibilidad diaria de producción, en particular la de origen fotovoltaico. Para la identificación de estas características se recurrió a la Serie de Fourier para aproximar la curva resultante de los datos reales obtenidos por monitorización. Después de caracterizados los equipos, trazado el perfil de consumos diarios de una habitación se hace su optimización para aprovechar el máximo de la energía eléctrica producida por los paneles fotovoltaicos.

**Keywords:** Ajuste de Curvas, Serie de Fourier, Autoconsumo, Sistemas Fotovoltaicos, Perfiles de Consumo.

JEL: P18, Q490

## 1. Introdução

O sector energético em geral, e o da energia elétrica em particular, está numa acelerada alteração de paradigma. Por um lado, temos a oferta energética na qual se tem verificado uma tendência contínua de aumento da penetração das energias renováveis no mix de produção de eletricidade e a necessidade de diminuir as emissões de gases efeito de estufa resultantes da transformação da energia primária de origem fóssil. Por outro lado, a consciencialização global para a utilização cada vez mais eficiente da energia nomeadamente no sector residencial, muitas das vezes estimulada pelos preços da energia.

Em Portugal o preço da energia subiu cerca de 30% desde 2012 sendo previsível que continue a aumentar nos próximos anos, agravando assim a fatura energético das habitações. Desta forma surgiu uma solução de produção de energia no local para consumo próprio, mais comumente designado de autoconsumo, tendo-se apresentado como uma boa solução para atenuar o peso desse aumento na faturação dos clientes domésticos, particularmente através de produção de energia solar fotovoltaica (European Central Bank, 2010; ERSE, 2015).

Neste sentido, Portugal aprovou em 2014 um diploma, o Decreto-Lei n.º 153/2014, que veio regulamentar o regime de produção de energia baseada no autoconsumo. Este novo regime refletiu-se num incentivo à instalação de sistemas solares fotovoltaicos por parte de pessoas que até então tinham sido só consumidoras, tornando-se assim produtoras-consumidoras, ou seja, “prosumidoras”. Outra consequência positiva foi a dinamização da indústria da área que estava parada desde que o preço de venda da energia nos anteriores regimes de produção tornou a instalação pouco atrativa para os pequenos investidores (Ministério do Ambiente, Ordenamento do Território e Energia, Governo de Portugal, 2014).

Outro fator que veio incentivar o recurso à produção de energia com recurso a energias renováveis nos edifícios foi a Diretiva Europeia 2002/91/UE relativa ao desempenho

energético dos edifícios (EPBD), e reformulada em 2010, pela Diretiva 2010/31/UE (EPBD-recast), que estabelece que os edifícios nos Estados Membros devem ter um balanço energético nulo, ou seja, que as necessidades energéticas remanescentes do edifício sejam suprimidas pela instalação de uma infraestrutura, no local, de produção de energia de base renovável, traduzindo-se num impacto nulo no que se trata a emissão de gases efeito de estufa. Foi neste contexto que surgiram os NZEB (Nearly-Zero Energy Buildings), os edifícios com necessidades energéticas quase nulas. Os NZEB são, portanto, edifícios com elevado nível de eficiência energética, quer pelo reduzido consumo de energia em relação a edifícios convencionais, quer pela existência de sistemas de produção energética local que compensam as necessidades energéticas, permitindo verificar-se um balanço, relativo ao consumo anual de energia nos edifícios, de quase zero (União Europeia, 2015).

De entre as várias fontes de energias renováveis passíveis de instalar em edifícios, aquela que tem maior enfoque é a energia solar, nomeadamente a utilização de sistemas solares fotovoltaicos para a produção de energia eléctrica. Nestes sistemas parte da energia produzida pelo sistema fotovoltaico vai alimentar diretamente os equipamentos consumidores da casa, ou seja, para o consumo próprio natural ou autoconsumo. A energia remanescente irá ser injetada na rede eléctrica pública. Assim, o valor do consumo próprio irá resultar da dimensão do sistema fotovoltaico e da sua adequação ao perfil de carga da habitação. Além disso, a produção de energia eléctrica no local do seu consumo evita perdas nas redes de distribuição de energia.

O prosumidor pode desta forma aumentar os seus rendimentos através do consumo próprio de energia fotovoltaica na medida em que, por um lado, obtém a remuneração decorrente da injeção na rede e, por outro, poupa através da redução da compra de energia à rede, sendo o nível de poupança alcançado definido pela otimização do funcionamento dos seus equipamentos e sistemas eléctricos.

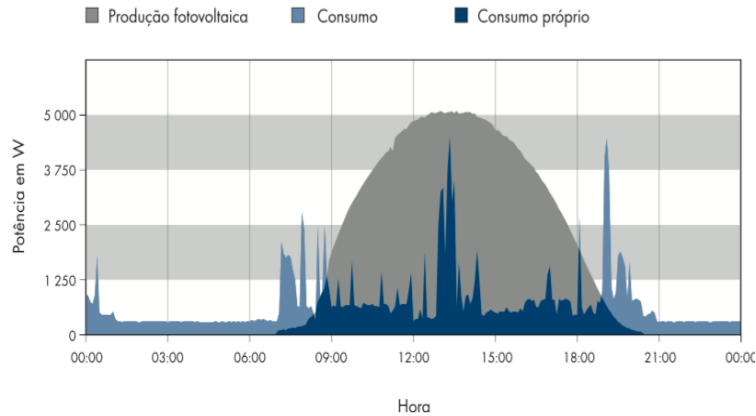
A otimização dos consumos próprios é possível mediante duas estratégias. A primeira é a alteração do perfil de carga, conseguida pela alteração propositada do funcionamento dos equipamentos em horas de maior produção fotovoltaica levando a uma otimização do consumo próprio. Isto poderá ser realizado através do controlo inteligente dos equipamentos consumidores possibilitando um aumento do consumo próprio para cerca de 45% (SMA Solar Technology, s.f.). Em segundo, o armazenamento do excedente de energia produzida por meio de baterias elétricas para depois alimentar os equipamentos consumidores durante os períodos de menor radiação solar e noite. Esta estratégia ainda tem pouco interesse do ponto de vista económico devido ao elevado valor de mercado das baterias elétricas.

No seguimento do referido anteriormente, neste artigo apresenta-se o desenvolvimento de uma ferramenta integrante da estratégia de funcionamento de um Sistema de Gestão de Energia Elétrica (SGE), permitindo a alteração e otimização do perfil de carga de uma instalação. Além disso, o SGE integra outras funcionalidades, tais como, obter via internet as previsões meteorológicas e estimar a produção de energia diária do sistema fotovoltaico.

Assim, o SGE permite, com base na estimativa de produção fotovoltaica e nas características de funcionamento dos equipamentos, criar um perfil de carga para uma determinada habitação e para um determinado dia. O SGE faz um controlo específico dos equipamentos consumidores de energia elétrica determinando os momentos propícios para a otimização do consumo próprio, estabelecendo os períodos em que cada equipamento é ligado e desligado, como se mostra no exemplo da Fig. 1.

Em alguns países como a Alemanha algumas entidades como o BDEW (Associação Alemã das Industrias de Energia e Água) traçaram perfis de consumo para os vários sectores de atividade económica, mas em Portugal apesar da Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos (ERSE) ter feito algum trabalho mas esses dados não existem – neste sentido o trabalho apresentado vêm dar um contributo considerável.

**Figura 1: Exemplo de um perfil diário de produção e consumo de energia.**



Fonte: SMA

Para isso, foram monitorizados alguns diagramas de carga com os consumos de energia eléctrica medidos em vários eletrodomésticos para que esses diagramas de cargas possam ser utilizados em dispositivos programáveis.

## 2. Diagramas de Cargas Dos Equipamentos

Os dados práticos obtidos representam um conjunto discreto de valores podendo ser necessário fazer estimativas em pontos intermédios que estão entre os valores discretos. O método mais usual é marcar os pontos dos dados e esboçar uma curva que esteja mais próxima dos dados.

Os valores a seguir apresentados foram monitorizados com recurso a um analisador de redes de energia eléctrica, em amostras de minuto a minuto, sendo registadas as potências eléctricas médias. Assim, são apresentados alguns diagramas de cargas para as cargas mais comuns no sector residencial. Após monitorização de vários equipamentos e sistemas eléctricos constatou-se que para um determinado tipo de equipamento os perfis apresentam o mesmo padrão de funcionamento, independentemente do fabricante e eficiência energética do mesmo. Dos equipamentos monitorizados expor-se-á a seguir quatro desses casos. Os dois primeiros porque têm uma programação horária controlável, e por isso passível de ser alterada, enquanto os

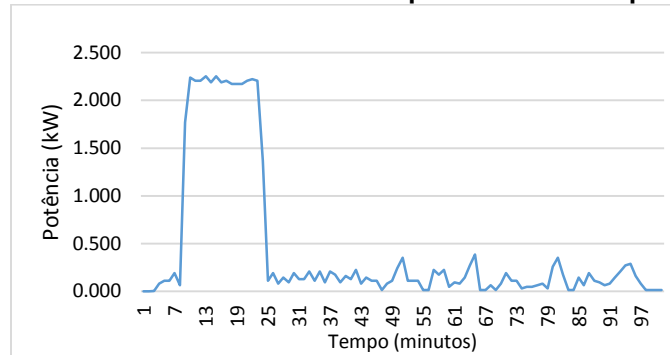
outros dois não. Destes últimos um está presente em praticamente todas as habitações e o outro, quando existente, possui um peso considerável na fatura energética.

As máquinas de lavar roupa (MLR) possuem uma taxa de penetração no sector residencial de cerca de 90%, representando cerca de 5% do consumo total de energia numa habitação. Neste tipo de equipamento, além do consumo de água, há consumo de eletricidade para o acionamento do motor de rotação e para a produção de energia térmica através de uma resistência elétrica para aquecimento da água. Como se pode ver pela Figura. 2, este aquecimento é responsável por cerca de 80 a 90% do consumo total de energia num ciclo de trabalho deste equipamento (DGEG, 2004).

Assim, a figura seguinte mostra o ciclo de funcionamento típico de uma máquina de lavar roupa com aquecimento de água, onde se pode identificar o nível mais elevado correspondente ao aquecimento inicial da água e os níveis mais reduzidos relativos ao movimento de rotação do tambor.

Na última década a taxa de penetração das máquinas de lavar louça (MLL) tem tido um crescimento acelerado, estando atualmente presente em cerca de 30% dos agregados familiares. Este equipamento também consome água e eletricidade, sendo esta essencialmente para permitir o aquecimento da água e para a seca da louça (DGEG, 2004).

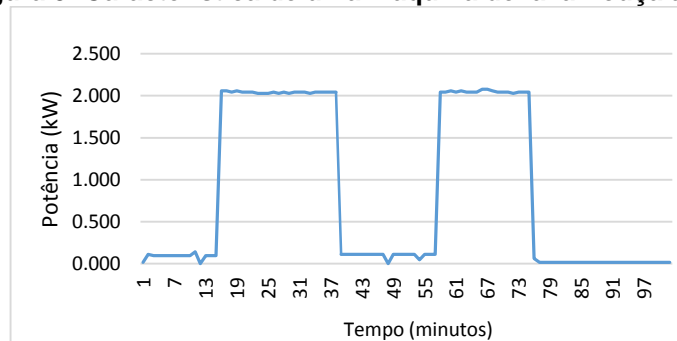
**Figura 2: Característica de uma máquina de lavar roupa a 40°.**



Fonte: DGEG, 2004

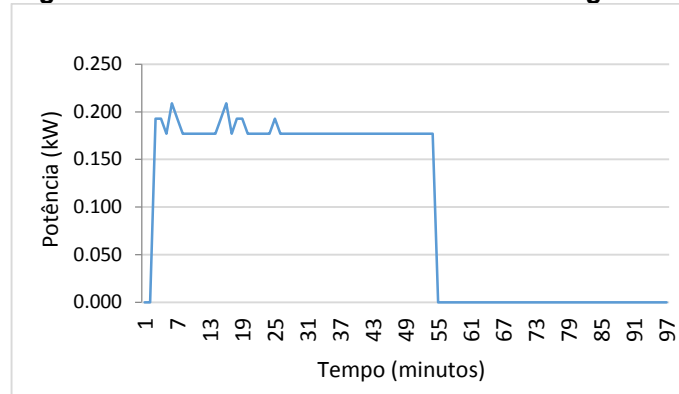
Na Figura 3 representa-se um ciclo típico de uma máquina de lavar louça onde se pode distinguir três zonas de funcionamento, sendo duas nos níveis da potência nominal. O primeiro destes níveis diz respeito ao aquecimento da água e o segundo corresponde à fase final de secagem da louça.

**Figura 3: Característica de uma máquina de lavar louça a 65°.**



Fonte: DGEG, 2004

O funcionamento dos equipamentos de frio, como é exemplo o frigorífico (Frig), é cíclico, em que parte do ciclo corresponde ao funcionamento à potência nominal e a outra parte à paragem do compressor. A Fig. 4 mostra um ciclo de trabalho de um frigorífico. Numa situação normal, o ciclo apresentado repete-se cerca 4 a 5 vezes por dia, dependendo essencialmente da regulação da temperatura, da capacidade de isolamento e da eficiência do compressor.

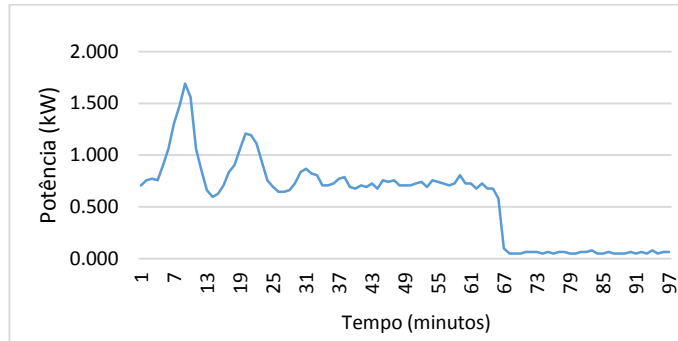
**Figura 4: Característica de um ciclo de um frigorífico.**

Fonte: DGEG, 2004

As bombas de calor (BC) têm aumentado consideravelmente em Portugal assim como no resto do mundo em geral. Tal deve-se ao aumento do poder de compra das populações e na procura por melhores condições de conforto. Desta forma, estes equipamentos são responsáveis por uma parte significativa dos consumos de energia elétrica numa habitação e conseqüentemente pelo aumento da fatura energética, tendo levado a União Europeia a definir critérios e valores mínimos de eficiência para estes equipamentos (União Europeia, 2015).

A Fig.5 representa um ciclo de uma bomba de calor podendo este ciclo repetir-se entre várias vezes ao dia, apesar do seu funcionamento estar dependente de várias variáveis de extrínseca não controláveis, como por exemplo a temperatura.

**Figura 5: Característica de um ciclo de uma bomba de calor.**



Fonte: DGEG, 2004

### 3. Metodologia

Partindo dos dados obtidos tentou-se aplicar vários modelos matemáticos já existentes para aproximar os dados numéricos obtidos pelo analisador de redes. Para testar a adequação do modelo fez-se a comparação entre os valores previstos pelo modelo e os valores observados recorrendo-se à ferramenta de simulação em Matlab. Com esta ferramenta foi possível identificar funções que se aproximam dos dados reais.

Neste trabalho consideram-se vários modelos matemáticos no intuito de identificar aquele que mais eficazmente representa os sinais pretendidos. A eficácia de cada modelo refere-se à melhor aproximação dos valores obtidos, num determinado intervalo, que corresponde ao menor valor da soma do erro quadrático.

As técnicas de aproximação de curvas é uma das principais áreas dos métodos computacionais em que os dados de entrada são valores discretos de um conjunto finito e que traduzem um sistema físico real, que neste caso representa a potência elétrica média dos equipamentos, minuto a minuto.

Uma das técnicas mais recorrentes da aproximação de funções é a da interpolação apesar de estes métodos estarem relacionados com outros métodos computacionais, como as regressões e a análise de Fourier. Destas técnicas, algumas foram testadas no caso em estudo e cujos resultados, que passam pela modelação da função contínua, são

apresentados a seguir (Chapra y Canale, 2008). Apesar de não ser objetivo deste artigo apresentar um estudo exaustivo e pormenorizados das várias técnicas, os resultados obtidos são acompanhados por uma breve referência bibliográfica da técnica correspondente, tendo sido usadas as amostras da MLL.

### 3.1. Interpolação Spline

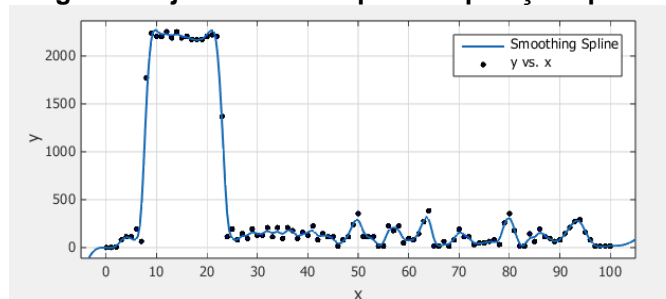
A técnica de Interpolação Spline consiste em definir uma curva contínua passando por um conjunto de pontos fixos. Para calcular a curva são usados os pontos de amostragem podendo ser uma curva linear, quadrática ou cúbica. Neste caso, são utilizados polinómios de pequeno grau para a união dos pontos consecutivos da amostragem.

No caso dos splines cúbicos, o objetivo é determinar um polinómio de terceiro grau para cada intervalo entre os pontos amostrados, ou seja, a aproximação de pontos consecutivos obedece à função (2) (Ralston y Rabinowitz, 2001; Franco, 2006).

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i \quad (2)$$

A aproximação por interpolação de splines no MLL pode ser consultada na Fig. 6.

Figura 6: Ajuste de curva por interpolação spline.



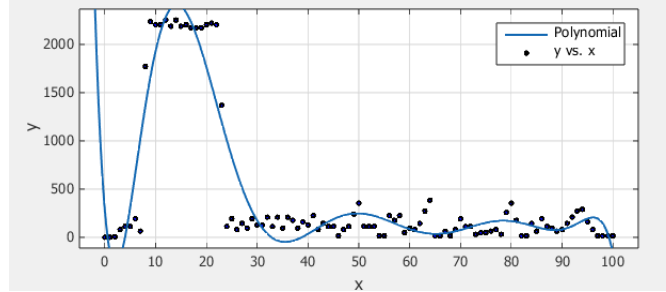
Fonte: DGEG, 2004

### 3.2. Regressão Polinomial

Quando nos valores de amostragem possuem variações significativas a estratégia mais adequada para aproximar um conjunto de valores consiste em determinar uma

função de aproximação que ajuste os dados como um todo, sem ser necessariamente valor a valor. Esta técnica de aproximação de funções é designada de regressão e geralmente são métodos de regressão ótimos para aproximações de valores a um modelo funcional.

**Figura 7: Ajuste de curva por regressão polinomial.**



Fonte: Elaboração própria

A regressão polinomial tem como objetivo definir um polinómio de grau  $m$ , com  $m \leq n$  (considerando que existem  $n+1$  pontos de amostragem). Assim, é necessário adaptar o ajuste para uma função polinomial do tipo (3), onde  $\epsilon$  é o resíduo ou erro de aproximação entre o modelo e a amostra. Assim, o erro de aproximação deve ser minimizado para ajustar os parâmetros  $\alpha_i$  para que o modelo corresponda mais fielmente ao fenómeno observado.

$$f(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_m x^m + \epsilon \quad (3)$$

Para ajustarmos os parâmetros  $\alpha_i$  dessa função, é necessário resolver um sistema de  $m+1$  equações lineares (Ralston y Rabinowitz, 2001; Franco, 2006).

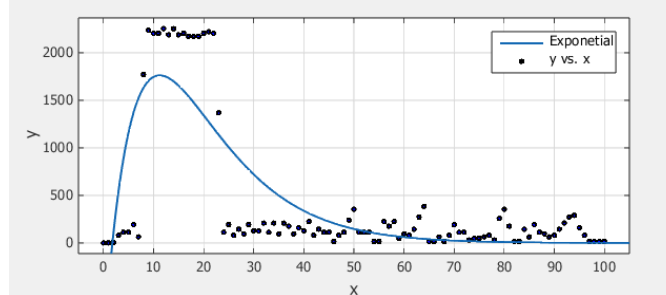
A aproximação por regressão polinomial aos valores de amostragem do MLL é ilustrada na Fig. 7.

### 3.3. Regressão não-polinomial – Exponencial

Tal como na regressão polinomial, a regressão não-polinomial baseia-se na obtenção dos coeficientes que minimizam os erros das aproximações, sendo o cálculo utilizando o método iterativo de Gauss-Newton. Esse método consiste em expressar a função não-polinomial através de uma aproximação linear por expansão em série de Taylor (4) (Ralston y Rabinowitz, 2001; Franco, 2006).

$$f(x) = \sum_{i=1}^m [a_i e^{(b_i x)}] \quad (4).$$

Figura 8: Ajuste de curva por regressão não-linear – exponencial.



Fonte: Elaboração própria

A aproximação por regressão não polinomial, baseada na exponencial, aos valores de amostragem do MLL é ilustrada na Fig. 8.

### 3.4. Regressão não-polinomial – Soma de senos

Nos vários campos da ciência é frequente a utilização de funções trigonométricas, as quais desempenham um papel fundamental na modelação matemática.

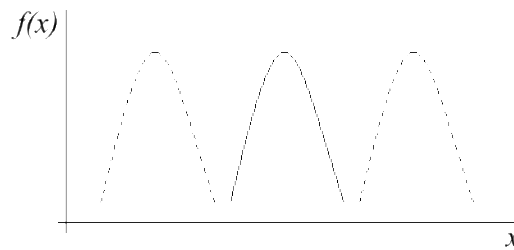
Desta forma, a representação de funções como somas/séries de funções trigonométricas são uma importante ferramenta na resolução analítica de problemas não lineares, sendo a aproximação da Série de Fourier um esquema sistemático para usar séries trigonométricas, como se verá adiante.

Sendo uma soma de termos de senos e/ou cossenos, será obviamente sempre uma função periódica, ou seja, qualquer função periódica  $f(x)$  é periódica, de período  $T$ , se possui o mesmo valor para diferentes valores de  $x$  que diferem de  $T$ , ou seja:

$$f(x)=f(x+T)=f(x+2T)=\dots=f(x-T)=\dots \quad (5)$$

Os valores práticos medidos, como os apresentados nas Figs. 2 a 5, do caso em estudo, a função não é periódica. Partindo do princípio que não pretendemos a aproximação da função fora do período de funcionamento do equipamento e que não é importante a representação da função fora desse intervalo, poderemos considerar a função periódica considerando o período  $T$  o tempo de funcionamento do equipamento que será representada pela função  $f(x)$ , como é demonstrado na Fig. 10. Esta figura representa uma função periódica, em que possíveis ocorrências são apresentadas a tracejado (Gerald y Wheatley, 1999).

**Figura 9: Representação de uma função não-periódica como periódica.**



Fonte: Elaboração própria

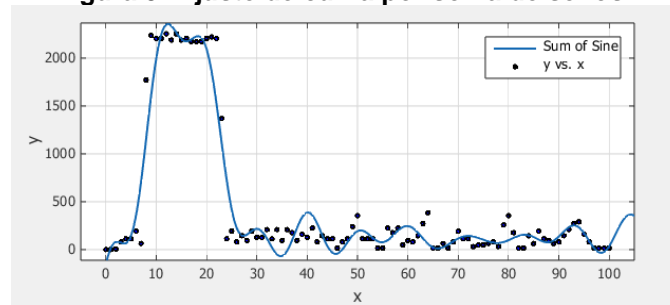
Podemos ver que o período da função pode começar em qualquer instante do eixo das abcissas.

Assim, uma função periódica terá a forma trigonométrica de (6):

$$f(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin(k\omega_0 x + \theta_k) \quad (6)$$

A aproximação dos dados MLL pela função  $f(x)$  é ilustrada na Fig. 11.

**Figura 9: Ajuste de curva por soma de senos.**



Fonte: Elaboração própria

### 3.4. Série de Fourier

A Série de Fourier, deriva da técnica anterior, e é também um método de representar os dados usando as funções trigonométricas de senos e cossenos, propostas inicialmente, em meados de 1800s, pelo matemático francês em que “qualquer função pode ser representada por um número infinito de somas de termos de senos e cossenos. No entanto, a Série de Fourier proposta será finita sendo o número de termos aqueles que conduzem ao menor erro entre os valores determinados e os valores reais (Kreider, Ostberg, Kuller y Perkins, 1972).

Desta forma, a Série de Fourier da função pode ser obtida simplificando (6) através da utilização da identidade trigonométrica em (7):

$$C_k \sin(k\omega_0 x + \theta_k) = C_k [\sin(k\omega_0 x)\cos(\theta_k) + \cos(k\omega_0 x)\sin(\theta_k)] \quad (7)$$

Onde temos a relação do coeficiente  $C_k$  com os coeficientes  $A_k$  (8) e  $B_k$  (9), mantendo-se o valor de  $A_0$ .

$$A_k = C_k \cos(\theta_k) \quad (8)$$

$$B_k = C_k \sin(\theta_k) \quad (9)$$

Ou ainda:

$$\theta_k = \tan^{-1}(B_k/A_k) \quad (10)$$

$$C_k = \sqrt{(A_k^2 + B_k^2)} \quad (11)$$

Ou seja, desta forma obtemos  $f(x)$  é aproximada por

$$f(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(k\omega_0 x) + B_k \sin(k\omega_0 x)] \quad (12)$$

O próximo passo é determinar os coeficientes  $A_0$ ,  $A_k$  e  $B_k$  da Série de Fourier de (12), onde  $\omega_0 = 2\pi/T$  é a denominada frequência fundamental.

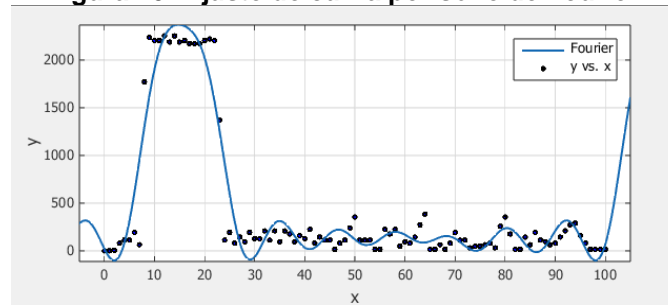
Os coeficientes da representação da função em Série de Fourier são determinados pelos integrais definidos, num período  $T$ , do produto da função por termos de senos e cossenos, podendo ser determinados por procedimentos numéricos. O número de termos da série, ou seja, valor máximo de  $k$ , será determinado pelo valor que corresponde ao menor erro obtido pela convergência da Série de Fourier (Gerald y Wheatley, 1999; Kreider et al., 1972).

$$A_0 = 1/T \int_{-T/2}^{T/2} f(x) dx \quad (13)$$

$$A_k = 2/T \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cos(k\omega_0 x) dx \quad (14)$$

$$B_k = 2/T \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \sin(k\omega_0 x) dx \quad (15)$$

A aplicação da Série de Fourier aos dados MLL pode ser observada na Fig. 11.

**Figura 10: Ajuste de curva por série de Fourier.**

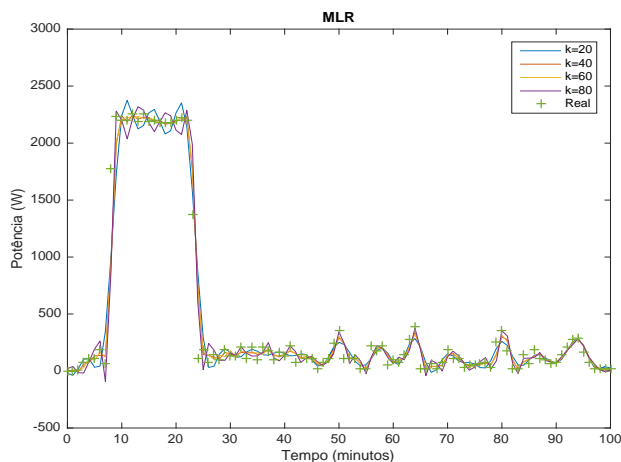
Fonte: Elaboração própria

De todas técnicas apresentadas, a soma de senos e a Série de Fourier são as que apresentam melhores resultados. No entanto, os gráficos apresentados são para uma modelização de ordem oito, sendo esta uma limitação da ferramenta do Matlab utilizada. Para se poder aumentar a ordem da série foi implementado um algoritmo também em Matlab. Desta forma foi possível obter dados para uma ordem mais elevada e determinar a ordem de convergência da série.

Assim, aumentando a ordem da série, ou seja, o número de termos do somatório da equação (12), verificou-se que a Série de Fourier apresenta melhores resultados e maior versatilidade para a representação das diversas cargas. Outra vantagem é mantermos o algoritmo de cálculo implementado no microprocessador e a facilidade de ajuste para vários tipos de equipamentos.

Como foi referido, para que se tenha a representação em Série de Fourier o mais fidedigna possível entre a curva de aproximação e ajuste à curva resultante dos dados reais, foi necessário determinar a ordem da série, ou seja, determinar quantos coeficientes de  $A_k$  e  $B_k$ , serão necessários determinar (Kreider et al., 1972).

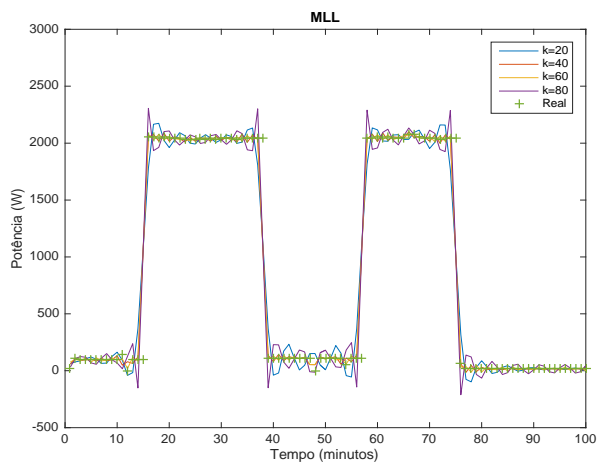
**Figura 11: Ajuste da curva da MLR para várias ordens da Série de Fourier.**



Fonte: Elaboração própria

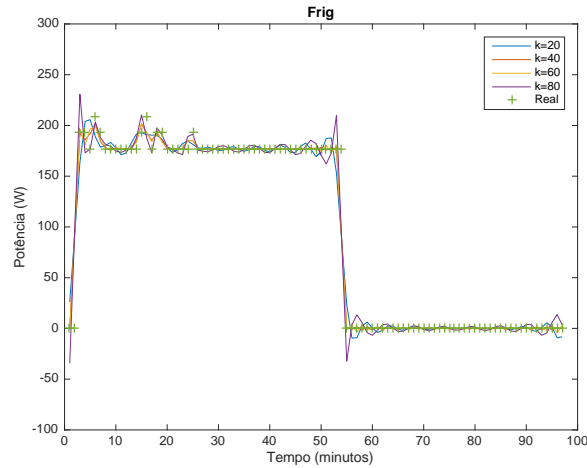
Pelas Figs. 12 a 15 pode-se verificar que a aproximação da curva aos dados reais difere para diferentes ordens da Série de Fourier onde se verifica que para uma determinada ordem a curva afasta-se da curva real, tornando-se necessário determinar a ordem ótima – kótimo.

**Figura 12: Ajuste da curva da MLL para várias ordens da Série de Fourier.**



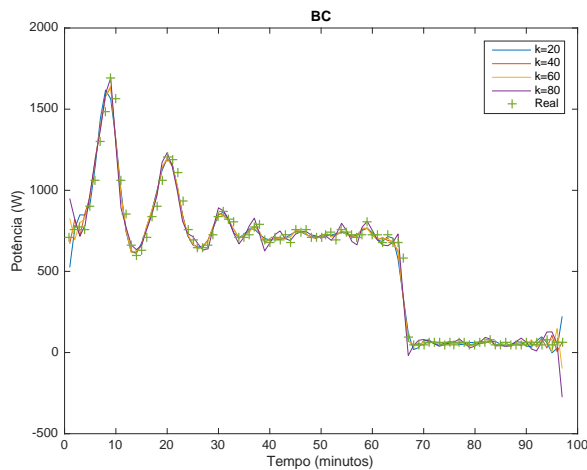
Fonte: Elaboração própria

**Figura 13: Ajuste da curva do Frig para várias ordens da Série de Fourier.**



Fonte: Elaboração própria

**Figura 14: Ajuste da curva da BC para várias ordens da Série de Fourier.**



Fonte: Elaboração própria

## 4. Resultados

Determinada a ordem ótima pela convergência da Série de Fourier (Kreider et al., 1972) obtiveram-se os valores apresentados na Tab. I. Com estes valores obtém-se a curvas de aproximação por Série de Fourier que melhor representam as potências elétricas dos referidos equipamentos, representadas pelas curvas das Figs. 16 a 19.

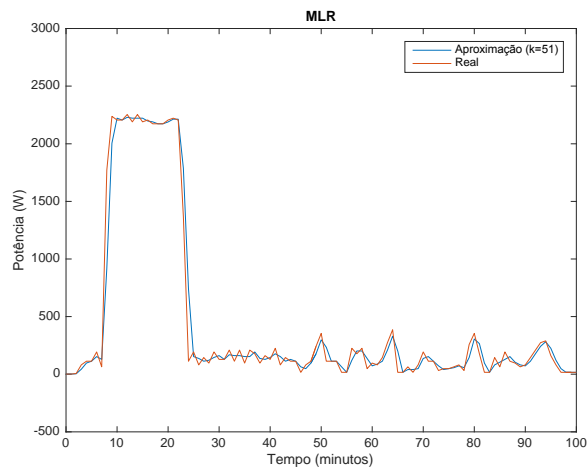
Também foi feita a análise em termos da energia consumida por esses equipamentos durante um ciclo de funcionamento, tendo-se verificado que o erro entre os dados reais e a curva de aproximação é insignificante.

**Tabela I: Valores ótimos de  $k$**

	$k_{\text{ótimo}}$	Energia Consumida (W)		
		Real	Aprox.	Erro
<b>MLR</b>	51	738,6	738,4	0,027%
<b>MLL</b>	51	1460,2	1459,9	0,021%
<b>Frig</b>	49	1563,3	1563,4	0,006%
<b>BC</b>	40	9279,0	9214,6	0,694%

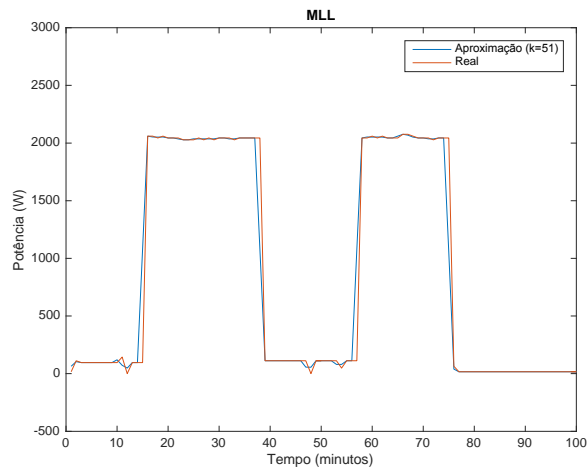
Fonte: Elaboração própria

**Figura 15: Aproximação ótima característica da MLR por Série de Fourier ( $k_{\text{ótimo}}=51$ ).**



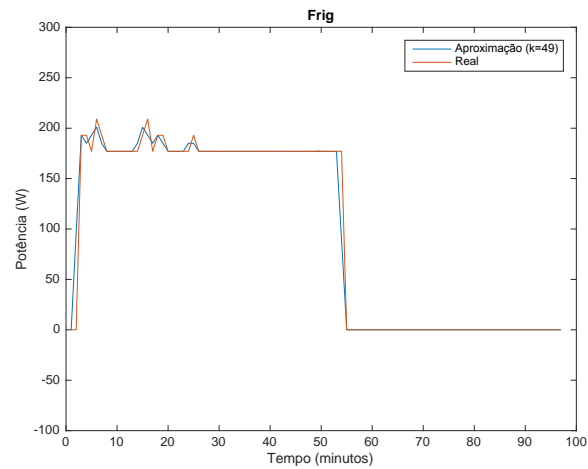
Fonte: Elaboração própria

**Figura 16: Aproximação ótima característica da MLL por Série de Fourier ( $k_{\text{ótimo}}=51$ ).**



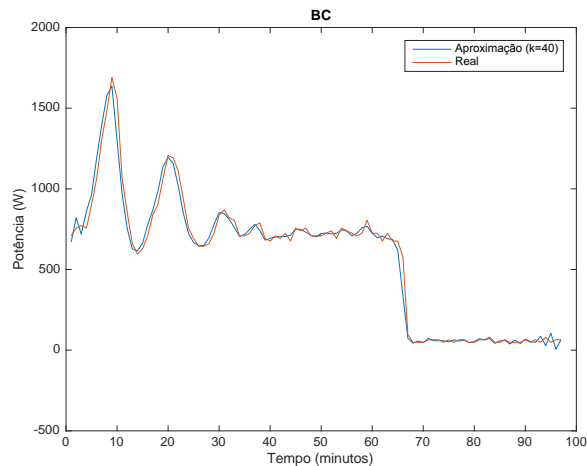
Fonte: Elaboração própria

**Figura 17: Aproximação ótima característica do Frig por Série de Fourier ( $k_{\text{ótimo}}=49$ ).**



Fonte: Elaboração própria

**Figura 18: Aproximação ótima característica da BC por Série de Fourier ( $k_{ótimo}=40$ ).**



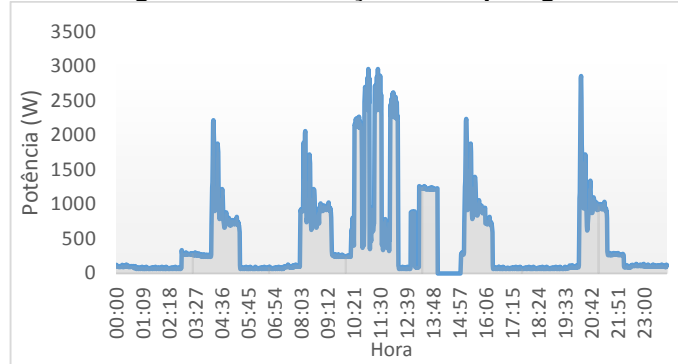
Fonte: Elaboração própria

Depois de identificados e caracterizados todos os equipamentos, pretende-se gerir as cargas tendo como base as curvas características da produção de energia fotovoltaica, bem conhecidas da literatura (Badescu, 2008; Myers, 2013), e apresentas, a azul, pelas linhas nas Figs. 21 a 23. A solução passa por uma abordagem de programação linear do problema, ou seja, pretende-se minimizar uma função objetivo sujeita a determinadas restrições impostas pelo de produção de energia em vigor (Ministério do Ambiente, Ordenamento do Território e Energia, Governo de Portugal, 2014). Como função objetivo pretende-se minimizar a diferença entre a energia elétrica consumida  $E_{con}$  e a energia produzida pelo sistema solar fotovoltaico EFV (16).

$$\text{Minimizar } \{E_{con} - E_{FV}\} \quad (16)$$

Para isso, deve-se ter em consideração que se deve tentar evitar que a potência instantânea total de todos os equipamentos, representada no perfil de cargas, Fig. 20, de uma habitação típica com tipologia T3, e quatro ocupantes, ultrapasse a potência fotovoltaica disponível no mesmo período, representas na Fig. 21 para valores de radiação solar referentes aos meses de julho (mês de maior radiação solar); ou na Fig. 22 para o mês dezembro (mês de menor radiação solar); ou na Fig. 23 para um valor médio anual de radiação, para a cidade de Bragança, Portugal.

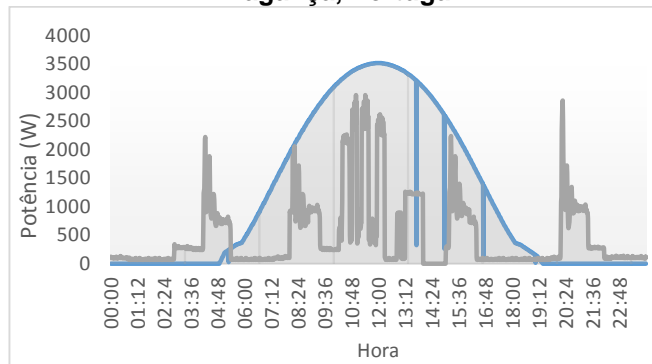
**Figura 19: Perfil de carga de uma habitação com tipologia T3 com 4 ocupantes.**



Fonte: Elaboração própria

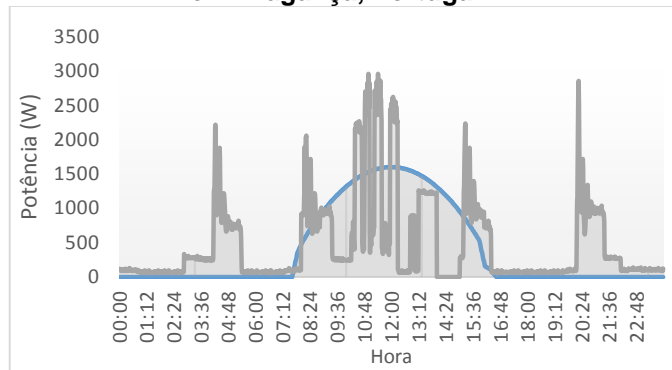
Nas figuras seguintes verifica-se que efetivamente consegue-se otimizar o perfil de cargas dos equipamentos e sistemas elétricos colocando os equipamentos flexíveis, tal como a MLR e MLL, a funcionarem dentro da curva de produção de energia fotovoltaica, representada pela linha azul.

**Figura 20: Perfil diário de consumo e produção de energia fotovoltaica para o mês de julho, em Bragança, Portugal.**



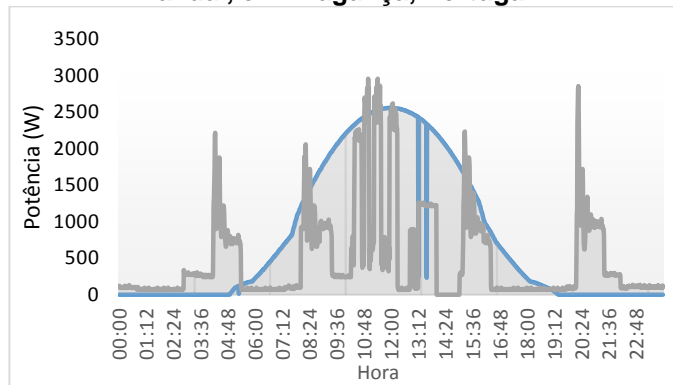
Fonte: Elaboração própria

**Figura 21: Perfil diário de consumo e produção de energia fotovoltaica para o mês de dezembro, em Bragança, Portugal.**



Fonte: Elaboração própria

**Figura 22: Perfil diário de consumo e produção de energia fotovoltaica para a radiação média anual, em Bragança, Portugal.**



Fonte: Elaboração própria

Como seria de esperar existe um excedente de produção nos meses de maior radiação (Fig. 21) e um défice de produção (Fig. 22), face ao consumo nos meses de menor radiação. Considerando que, em termos legais (Ministério do Ambiente, Ordenamento do Território e Energia, Governo de Portugal, 2014), é o balanço anual de produção e consumo que convém equilibrar, os resultados obtidos são bastante satisfatórios.

## 5. Conclusões

Este artigo apresentou uma solução para dar resposta aos atuais desafios que o sector energético enfrenta tentando tirar maior proveito da produção de energia elétrica de base renovável.

Mostrou-se a necessidade de obter as características dos equipamentos de modo a permitir a criação de forma automática dos perfis de carga diários para uma habitação por forma a diminuir o seu consumo de energia a partir rede elétrica e maximizar o consumo próprio. Para isso, mostrou que a Série de Fourier é uma ferramenta matemática excelente para a aproximação de curvas aos dados reais obtidos por monitorização dos equipamentos.

Por último mostrou-se que é possível otimizar o período de funcionamento dos equipamentos de modo a que estes operem nos períodos de maior disponibilidade do recurso solar.

Além dos benefícios referidos para os utilizador de energia, é de salientar que os resultados apresentados neste trabalho poderão ter uma grande utilidade prática, quer para as empresas instaladoras de sistemas solares fotovoltaicos pois permite-lhes identificar à partida qual a potência fotovoltaica ótima para uma determinada habitação; quer para os operadores da rede de distribuição, pois permite-lhes ter informação do fluxo de energia, agora bidirecional, e gerir de forma adequada a rede.

## 6. Agradecimientos

Este trabalho é suportado pelo programa COMPETE: POCI-01-0145-FEDER-007043 e FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do projeto: UID/CEC/00319/2013.

## 7. Referencias

European Central Bank. (2010). *Energy markets and the macro-economy*”, *Occasional Paper Series* 113. Recuperado de <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/energymarketandeuroareamacroeconomy201006en.pdf?cde1c863fa65d0aaf57a2cdd554061f2>

ERSE – Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos. (2015). *Tarifas e Preços para a Energia Elétrica e Outros Serviços em 2016*. Recuperado de [www.erse.pt](http://www.erse.pt), Dezembro

Ministério do Ambiente, Ordenamento do Território e Energia, Governo de Portugal. (2014). *Decreto-Lei nº 153/2014, de 20 de outubro*.

União Europeia (2015). *Energy Performance of Buildings Directive (EPBD), EPBD Compliance Study - Final Report*.

SMA Solar Technology. (s.f.). *Optimização do consumo próprio, Guia de planeamento*. Recuperado de [https://pt.krannich-solar.com/fileadmin/content/data\\_sheets/data\\_communication/portugal/SMA\\_Sunny\\_Home\\_Manager\\_KD18944.pdf](https://pt.krannich-solar.com/fileadmin/content/data_sheets/data_communication/portugal/SMA_Sunny_Home_Manager_KD18944.pdf)

DGEG (2004). *Eficiência energética em equipamentos e sistemas eléctricos no sector residencial*. ISBN 972-8268-31-9.

Chapra, S. C. e Canale, R. P. (2008). *Métodos Numéricos para Engenharia*, 5ª ed., McGraw-Hill.

Ralston, A. e Rabinowitz, P.(2001). *A First Course in Numerical Analysis*, 2nd ed., McGraw-Hill and Dover.

Franco, N. B. (2006). *Cálculo Numérico*, Pearson Prentice Hall.

Gerald, C. F. e Wheatley, P. O. (1999). *Applied Numerical Analysis*, 6th ed., Addison-Wesley.

Kreider, D., Ostberg, D. R., Kuller, R. C., and Perkins, F. W. (1972) *Introdução à Análise Linear*, Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro.

Myers, D. R. (2013). Solar Radiation: Practical Modeling for Renewable Energy Applications, CRC Press.

Badescu, V. (2008). Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface, Springer.