# ANTENA FRACTAL DE SIERPINSKI PARA OPERAR EN LAS BANDAS DE 900 MHZ Y 1.8 GHZ

## Iván Rosendo González Rangel

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco *ivan.gonzalez.rangel@gmail.com* 

### José Serrano Chávez

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco joserranochavez@gmail.com

### Javier Vargas Sánchez

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco *jvargass007@gmail.com* 

### Genaro Hernández Valdez

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco ghv@correo.azc.uam.mx

## Edgar Alejandro Andrade González

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco eaag@correo.azc.uam.mx

#### Mario Reyes Ayala

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco mra@correo.azc.uam.mx

# Resumen

Al utilizar la geometría fractal en el diseño de las antenas podemos obtener ciertas ventajas sobre las antenas tradicionales tales como la miniaturización, bajos costos, gran ancho de banda, aplicaciones multibanda, entre otras. En este artículo, se presenta una metodología de diseño para simular, construir y caracterizar una antena fractal multibanda basada en la geometría de Sierpinski para trabajar en las bandas GSM de 900 MHz y 1.8 GHz. La antena diseñada se simula utilizando un software que permite analizar la estructura de la antena y aplicar métodos numéricos para calcular los parámetros más relevantes de la antena diseñada (parámetro *s*11, patrón de radiación y ganancia en potencia en las frecuencias de interés). Una vez que la simulación arroja resultados satisfactorios, la antena fractal multibanda se construye sobre una placa de circuitos impresos y se caracteriza utilizando un analizador de espectros y un medidor de parámetros de antenas para obtener las pérdidas por retorno (parámetro *s*11), el patrón de radiación y la ganancia en potencia de la antena diseñada. La antena construida presenta resultados satisfactorios en las frecuencias de interés: el parámetro *s*11 resultó de -10.5 dB y -20 dB en las frecuencias de 900 MHz y 1.8 GHz, respectivamente.

Palabra(s) Clave(s): Antena fractal, antena multibanda, geometría de Sierpinski.

## 1. Introducción

Muchos de los dispositivos inalámbricos actuales requieren operar sobre múltiples bandas de frecuencia, lo cual resulta un reto en el diseño de antenas eficientes para este fin [1]-[2]. Los dispositivos móviles modernos deben operar en diferentes frecuencias para las comunicaciones móviles, por ejemplo, necesitan ser capaces por lo menos de trabajar en las bandas de 900MHz y 1.8GHz para GSM. En otros países como E.U.A. se utiliza también la banda de 1900MHz, otras bandas requeridas por estos dispositivos son la de 2.4GHz para bluetooth. Por estas razones resulta atractivo que una antena pueda trabajar en más de una banda [3].

Las antenas fractales nos proporcionan ciertas ventajas sobre las antenas tradicionales ya que utilizando la geometría fractal adecuada son capaces de permitir que un sistema de comunicación trabaje con diversas bandas de frecuencia con una sola antena, de otra forma sería necesario tener una antena para cada banda de frecuencia en la que el sistema necesite trabajar. Además, las antenas basadas en la geometría fractal permiten un diseño más compacto

que las antenas tradicionales [5]-[15]. Como se mencionó en el párrafo anterior, los sistemas de comunicación trabajan en más de una banda de frecuencia, especialmente los sistemas de comunicación móvil, podemos encontrar que trabajan con bandas GSM, 3G y actualmente 4G/LTE. Las antenas fractales permiten que se pueda radiar y captar en todos estos intervalos de frecuencia con una sola antena de un tamaño muy pequeño, de no ser así, los sistemas de comunicación móvil necesitarían una antena para cada intervalo de frecuencia.

Una antena fractal se crea a partir de una forma geométrica, repitiendo esta figura iterativamente dentro de una figura base, su diseño permite tener un mayor perímetro en un área determinada y como consecuencia reduce su tamaño. Las antenas fractales se pueden presentar con distintas geometrías tales como: el triángulo de Sierpinski basada en triángulos, repitiendo el triángulo base dentro de este mismo por *N* iteraciones, el copo de Koch que va intersectando otros triángulos y con algunas iteraciones toma la forma de un copo de nieve, fractales de árbol donde se divide un monopolo y cada separación de este también se divide y toma la forma de un árbol, entre otros.

En este trabajo se diseña, simula, construye y caracteriza una antena fractal basada en la geometría de Sierpinski para que opere en las bandas de comunicaciones móviles GSM de 900 MHz y 1.8 GHz.

## 2. Características de la geometría fractal de Sierpinski

El triángulo de Sierpinski se forma con un triángulo inicial dentro del cual, en su primera iteración, se suprime un triángulo con dimensiones divididas por un factor de dos y rotado 180 grados, tal como se muestra en la segunda forma geométrica superior de la figura 1. Al suprimir este triángulo, al área del triángulo inicial se le resta <sup>3</sup>/<sub>4</sub> de área, esto se observa en la figura 1 quedando tres triángulos sombreados. Así, el área después de la primera iteración es  $A_1 = A_0 \frac{3}{4}$ , donde  $A_1$  es el área metálica de la primera iteración y  $A_0$  es el área del triángulo inicial. En una segunda iteración se repite el proceso en cada uno de los triángulos sombreados, se suprime un triángulo dividido por un factor de dos y rotado 180 grados, como esos triángulos sombreados forman parte del triángulo

inicial, el área suprimida se le resta al área del triángulo inicial, por lo que en una segunda iteración, el área eliminada es  $A_2 = A_0 \frac{3}{4} - 3 \frac{\frac{1}{4}A_0}{4} = A_0 \frac{9}{16} = A_0 \left(\frac{3}{4}\right)^2$ observando que para la iteración cero se tiene un solo triángulo, para la iteración 1 se tienen tres triángulos, para la iteración 2 se tienen 9 triángulos. En la figura 1 se puede apreciar que para la tercera iteración tenemos 27 triángulos, por lo que podemos concluir que el área del triángulo de Sierpinski es  $A_0 \left(\frac{3}{4}\right)^n$  donde *n* es el número de iteraciones con las cuales se forma la geometría de la antena fractal. Con esto se demuestra que al aumentar el número de iteraciones el área será más pequeña, si llevamos esto a un número muy grande de iteraciones al infinito el área será muy pequeña, de forma que al llevar el número de iteraciones al infinito el área será cero, esto se demuestra con la ecuación 1.

$$\lim_{k \to \infty} A_k = A_0 \lim_{k \to \infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = A_0(0) = 0 \tag{1}$$



Figura 1 Triángulo de Sierpinski desde la iteración cero hasta la iteración cinco.

Por otra parte, para calcular el perímetro del triángulo de Sierpinski se debe tomar en cuenta que durante el proceso de incremento de iteraciones se eliminan fragmentos del triángulo inicial, quedando tres triángulos cada uno de ellos con la mitad del perímetro del triángulo inicial. En una primera iteración se tiene el siguiente perímetro  $P_1 = P_0(3/2)$  con  $P_0$  perímetro del triángulo inicial y  $P_1$ perímetro del triángulo en la primer iteración. En la segunda iteración tenemos  $3^2$ triángulos con un perímetro de tamaño  $P_0/4$ , entonces, en la segunda iteración tenemos un perímetro  $P_2 = P_0(3/2)^2$ . Si analizamos el perímetro de los triángulos podemos observar que para la iteración cero se tiene un perímetro  $P_0 = P_0(3/2)^0$ , para la iteración uno se tiene un perímetro  $P_1 = P_0(3/2)^1$ , para la iteración dos se tiene un perímetro de  $P_2 = P_0(3/2)^2$ , por lo que se concluye que  $P_n = P_0(3/2)^n$ . Al llevar el número de iteraciones a infinito el perímetro del triángulo de Sierpinski, ecuación 2.

$$P_{n \to \infty} = \lim_{n \to \infty} P_0 \left(\frac{3}{2}\right)^n = \infty$$
<sup>(2)</sup>

#### 3. Diseño y simulación de la antena fractal de Sierpinski

Algunas formas fractales tienen propiedades geométricas que permiten construir antenas con un comportamiento multibanda. Ciertas formas fractales son autosimilares. De forma intuitiva un objeto es autosimilar cuando está formado por copias de sí mismo a una escala más reducida. Un ejemplo de la geometría fractal autosimilar es el triángulo de Sierpinski, gracias a su propiedad de autosimilitud podemos deducir la ecuación de su periodo de operación que está dada por la ecuación 3 [10].

$$\delta = \frac{h_n}{h_{n+1}} \tag{3}$$

Donde *n* representa el número de iteración y *h* representa la altura del triángulo. En una antena tradicional el tamaño de una antena está directamente relacionado a la frecuencia (longitud de onda) de trabajo en la que opera, por lo que solo puede transmitir y recibir ondas de radio en la frecuencia para la cual está diseñada. Otra de las ventajas de utilizar la geometría fractal en el diseño de antenas es que la propiedad de autosimilitud les permite tener un comportamiento multibanda. En la figura 2 se puede observar que en una antena diseñada con la geometría fractal del triángulo de Sierpinski cada iteración representa la altura en un triángulo, esta altura está directamente relacionada con la frecuencia de trabajo de la antena. Como se mencionó anteriormente, con la propiedad de autosimilitud, estas antenas trabajan en múltiples bandas de frecuencia, las cuales están relacionadas con la altura de los triángulos. El periodo de operación de una antena fractal diseñada con el triángulo de Sierpinski, con triángulos autosimilares con escalas de la mitad de su tamaño en la siguiente iteración es de  $\delta = \frac{\hbar_n}{\hbar_{n+1}} = 2$ , por lo que en cada iteración se espera que la antena opere en una frecuencia multiplicada por un factor de dos.



Figura 2 Diseño de una antena fractal con triángulo de Sierpinski.

Para la construcción de una antena fractal basada en el triángulo de Sierpinski el número de iteraciones está directamente relacionado con el número de bandas de frecuencia en las que va a operar. Sin embargo, el número de iteraciones no debería ser muy grande ya que al aumentar el número de iteraciones aumentará el perímetro en la antena y esto afecta a su efectividad ya que la intensidad de radiación decrece al incrementar el perímetro de la antena [10]. En el diseño de una antena de Sierpinski, la frecuencia de la iteración cero (frecuencia más baja) en la que la antena va a operar se calcula con la ecuación 4 [10]:

$$f \approx k \frac{c}{h} \tag{4}$$

Donde *f* es la frecuencia más baja en la que la antena opera, *k* es una constante que depende del tipo del sustrato utilizado, *c* es la velocidad de la luz al vacío y *h* es la altura del triángulo más grande de la antena.

La constante *k* tiene un valor que depende del tipo de sustrato y de las iteraciones utilizadas en la antena, se puede pensar que al tener un factor  $\delta = 2$ 

la antena opere en frecuencias con un factor de dos en cada una de sus iteraciones, sin embargo, esto no sucede de esta forma. Mediante un proceso de simulaciones se analizan diferentes tamaños para la antena fractal de Sierpinski con cinco iteraciones para encontrar la constante k al utilizar baquelita como sustrato para la antena y se determina el factor de operación entre cada una de sus iteraciones. El valor encontrado mediante las simulaciones para la constante k para este tipo de antenas es de 0.142 y se encuentra que se tiene un factor aproximado de 3.48 entre la primera y segunda iteración, 1.84 entre la segunda y tercer iteración, 1.56 entre la tercer y cuarta iteración, y 1.31 entre la cuarta y quinta iteración. Con estos resultados podemos observar que para la segunda y tercera iteración de esta antena tenemos un factor aproximado a dos, por lo que se simula de forma que la segunda iteración opere en 900 MHz. De esta forma, si el factor entre la primera y la segunda iteración es de 3.48 y la antena se diseña para que la segunda iteración opere en 900 MHz, la primera iteración debería operar en 258 MHz. Al tener un factor de 1.84 entre la segunda y la tercera iteración, la tercer iteración debería operar en 1.656 GHz.

Si la constante *k* tiene un valor de 0.142 y queremos que nuestra frecuencia más baja sea de 258 MHz, haciendo uso de la ecuación (4) obtenemos que la altura del triángulo más grande debiera ser de 17cm. Al simular y ajustar la altura obtenemos que una antena de Sierpinski con 16.5 cm de altura trabaja de forma aceptable para las bandas GSM, los resultados se observan en la tabla 1.

Iteración	Altura en Frecuencia de centímetros resonancia en MH	
1	16.5	274
2	8.25	907
3	4.125	1734

Tabla 1 Relación entre triángulos de Sierpinski en sus primeras tres iteraciones.

La estructura de la antena fractal simulada se puede observar en la figura 3, para estas simulaciones se utilizó el software HFSS (High Frecuency Structural Simulator) de ANSYS, herramienta de gran precisión para simulación de componentes de alta frecuencia que hace uso de elementos finitos para generar

los resultados de los efectos de la radiación en las estructuras construidas. En la figura 4 se muestra las pérdidas por retorno (parámetro s11) y las frecuencias de máximo acoplamiento de la antena, las cuales resultaron ser de 907 MHz y 1.73 GHz. Por otra parte, la figura 5 muestra el ancho de banda de la segunda y la tercera iteración de la antena. En la figura 5 se observa que para la segunda iteración de la antena tenemos un ancho de banda de 83 MHz (= 860 MHz - 943 MHz) y para la tercera iteración se tiene un ancho de banda de 499 MHz (=1573 MHz - 2072 MHz). Esta antena garantiza que opere en las bandas GSM ya que su las frecuencias de 900 MHz y 1.8 GHz están dentro del ancho de banda en el que opera la antena simulada.



Figura 3 Simulación de la antena fractal de Sierpinski.



Figura 4 Simulación de una antena fractal de Sierpinski con altura de 16.5 cm.



Figura 5 Simulación para que la antena fractal opere en frecuencias 900 y 1800MHz.

En la figura 6, se muestran los resultados de simulación del patrón de radiación de la antena obtenido para una frecuencia de operación de 900 MHz. En la figura 6, se observa que la antena fractal de Sierpinski logra una ganancia en potencia máxima de 3.45 dB.



Figura 6 Patrón de radiación en el simulador.

Debido a que los resultados de simulación resultaron satisfactorios, se procedió a la construcción de la antena fractal de Sierpinski, la cual se fabricó con placas de circuito impreso de baquelita tal como se especificó en la simulación. Durante la construcción de la antena es importante asegurar que entre los triángulos que forman la antena exista continuidad de corriente. En figura 7 se puede observar la antena fractal de Sierpinsky construida.



Figura 7 Antena fractal de Sierpinski multibanda.

# 4. Resultados Experimentales

La caracterización de la antena se realizó con un analizador de espectros Field RF Analyzer de keysight el cual es capaz de hacer mediciones desde los 200 MHz hasta los 6 GHz y un medidor de parámetros de antenas EMSCAN el cual posee un arreglo de sensores que miden el campo cercano de la antena y calculan el campo lejano. En la figura 8 se muestra el analizador conectado a la antena midiendo sus características experimentales.

En figura 9 se observan las múltiples frecuencias de acoplamiento de la antena construida. En particular, la figura 9 muestra que las pérdidas por retorno resultaron ser de 10.59 dB y 26.49 dB en las frecuencias de 901 MHz y 1.76 GHz, respectivamente. Estos resultados concuerdan con los obtenidos por simulación reportados en la sección anterior. En figura 10, se muestra el ancho de banda medido de la segunda y de la tercer iteración. En particular, la figura 10 muestra que el ancho de banda es de 25 MHz y 260 MHz en la segunda y tercera iteración, respectivamente. La tabla 2 muestra un resumen de los resultados experimentales relacionados a las frecuencias de resonancia y los anchos de banda de la antena construida.



Figura 8 Analizador de cables y antenas midiendo el coeficiente de reflexión.



Figura 9 Frecuencias de resonancia medidas experimentalmente.



Figura 10 Ancho de banda experimental de la segunda y tercer iteraciones de la antena.

Iteración	Altura en cm	Frecuencia de resonancia	Ancho de banda
2	8.25	901.28 MHz	24.8 MHz
3	4.125	1.76 GHz	260 MHz

Tabla 2 Resultados experimentales 2ª y 3ª Iteración de la antena de Sierpinski.

Como parte de la caracterización de la antena desarrollada, se utilizó un medidor de parámetros de antenas, el cual conectado a un software y con el analizador de espectros, es capaz de recibir un barrido de frecuencia desde el analizador de espectros y a través de sensores mide el campo cercano generado por la antena y con esos datos genera los resultados para el campo lejano a través de métodos numéricos. El software utilizado con el medidor de parámetros de antenas nos proporciona el parámetro *s*11 de la antena, el cual se puede observar en la figura 11. También nos muestra el patrón de radiación, este se puede observar en la figura 12.



Figura 11 Pérdidas por retorno medido con el medidor de parámetros de antenas.



Figura 12 Patrón de radiación medido con el medidor de parámetros de antenas.

# 5. Discusión

A partir de la simulación y caracterización de la antena fractal de Sierpinsky diseñada y onstruida para operar en las bandas de 900 MHz y 1.8 GHz, se encontraron resultados relevantes. Una antena fractal basada en triángulos autosimilares de Sierpinsky presenta un periodo de operación igual a 2, por lo que en cada iteración se espera que la antena opere en una frecuencia multiplicada por un factor de dos. Sin embargo, nuestros resultados de simulación y experimentales muestran que esto no ocurre. Más aún, los resultados experimentales y de simulación muestran que el factor entre la frecuencia de una iteración a otra disminuye conforme aumentan las iteraciones. En particular se encontró que el factor entre las frecuencias de resonancia de la iteración 1 y la 2 es de 3.48, mientras que entre las iteraciones 2 y 3 es de 1.84. De esta forma la antena fractal se diseñó para que la segunda iteración resonara a 900 MHz y, por consecuencia, la tercera iteración resonara aproximadamente al doble (1.8 GHz). Los resultados experimentales muestran que el ancho de banda alrededor de las frecuencias de resonancia de la antena fractal garantiza que opere en las bandas GSM de 900 MHz y 1.8 GHz aunque la frecuencia máxima de resonancia estuvo en otras frecuencias (901 MHz y 1.76 GHz). Este trabajo muestra una forma para el diseño de antenas multibanda con el uso de la geometría fractal, al cambiar el material que se utiliza en el diseño de las antenas se debe tomar en cuenta las propiedades que posee ya que de alguna forma la frecuencia de resonancia estará afectada por el tipo de material utilizado.

Para lograr un diseño acertado de la antena fractal de Sierpinski resulta importante encontrar el valor adecuado de la constante k, la cual relaciona la frecuencia de operación de la iteración cero (frecuencia más baja) con la altura de la antena de Sierpinski, para obtener resultados precisos de las frecuencias de resonancia que se desean lograr con esta antena. Debido a que el valor de esta constante depende del tipo de material y características electromagnéticas de la placa de circuito impreso con la que se construirá la antena, una buena

forma de encontrar este valor es mediante simulaciones. En nuestro caso el valor de la constante *k* resultó ser 0.142.

# .6. Conclusiones

Se comprobó de forma experimental y por simulación las características multibanda de una antena fractal de Sierpinski y se determinó la relación entre las frecuencias de resonancia de una iteración a otra. Se encontró que la relación entre las frecuencias de resonancia para la segunda y tercera iteración obedece a un factor de aproximadamente 2 (1.84 para ser precisos) por lo que la antena fractal se diseñó para que la segunda iteración operara a una frecuencia de 900 MHz y, por consecuencia, la tercera iteración operara cerca de 1.8 GHz. Al construir la antena es importante que sea lo más parecido posible a la estructura y parámetros utilizados en el programa de simulación ya que así podremos obtener resultados experimentales más cercanos a los que se obtienen con la simulación.

# 7. Referencias

- A. Balanais Constantine, Antenna theory analysis and design. 1982. Wiley. New York.
- [2] A. Balanais Constantine, Modern antenna handbook. 2008. Wiley. Canada.
- [3] A. F. Molisch, Wireless communications. 2006. IEEE Press.
- [4] A. Cardama Aznar, Antenas. 2004. Alfaomega.
- [5] D. H. Werner, S. Ganguly, "An overview of fractal antenna engineering research". IEEE Journals & Magazines. 2003. Pp. 38-57.
- [6] R. P. Dwivedi, D. Upadhyay, "High gain dual band antenna using fractal geometry for mobile communication". IEEE Conference Publications. 2015. Pp. 50-55.
- [7] P. B. Nayak, S. Verma, P. Kumar, "Multiband fractal antenna design for Cognitive radio applications". IEEE Conference Publications. 2013. Pp. 115-120.
- [8] A. A. Potapov, "The base of fractal antenna theory and applications: Utilizing in electronic devices". IEEE Conference Publications. 2013. Pp. 62-67.

- [9] Y. Yuan-hai, J. Chang-peng, "Research of fractal technology in the design of multi-frequency antenna". IEEE Conference Publications. 2011. Pp. 1-4.
- [10] N. Naresh Kumar, K. Saran Krishna, Y. K. Choukiker, S. K. Behera, "Compact modified Sierpinski fractal monopole antenna for multiband wireless applications". IEEE Conference Publications. 2014. Pp. 1264-1266.
- [11] C. Puente, J. Romeu, R. Pous, A. Cardama, "On the Behavior of the Sierpinski Multiband Fractal Antenna". IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Vol. 46. No. 4. Abril 1998.
- [12] A. Rodas Vásquez, Aplicación de las antenas fractales en las telecomunicaciones. 2010. Universidad católica popular del Risaralda.
- [13] D. Mocencahua Mora, Antenas Fractales. 2002. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- [14] C. Sagredo Salazar, Desarrollo de una antena fractal multibanda para redes inalámbricas de área local. 2008. Universidad Simón Bolivar.
- [15] D. A. Arcos Cerda, Diseño e implementación de una antena yagi fractal en las bandas de 200, 400 y 800 MHz. 2007. Escuela Politécnica Nacional.