Delta-Sigma Converter Processing: aplicación de herramienta de software libre para el análisis y caracterización de convertidores $\Delta\Sigma$

Javier Alducin Castillo

Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Av. San Pablo Xalpa 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, C.P. 02200, México, D.F, Teléfono: 53189550 ext. 2268 jac@correo.azc.uam.mx

Juan Jesús Ocampo Hidalgo

Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Av. San Pablo Xalpa 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, C.P. 02200, México, D.F, Teléfono: 53189550 ext. 2268 *jjoh@correo.azc.uam.mx*

lván Vázquez Álvarez

Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Av. San Pablo Xalpa 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, C.P. 02200, México, D.F, Teléfono: 53189550 ext. 2268 *iva@correo.azc.uam.mx*

Resumen

La caracterización y prueba de convertidores A/D Sigma-Delta es una tarea compleja que requiere alta capacidad de procesamiento de datos medidos. Existe software dedicado al análisis de datos obtenidos de convertidores Delta-Sigma, sin embargo, muchos de ellos son comerciales con un costo significativo, requieren la adquisición de hardware propietario y no pueden usarse de manera separada, por tanto no se adapta a las necesidades propias de análisis de convertidores diseñados a la medida. En este trabajo se presentan resultados obtenidos de la caracterización de un convertidor Delta-Sigma, a partir de una herramienta computacional realizada en software libre, que calcula métricas de desempeño del sistema bajo análisis.

Palabra(s) Clave(s): conversión A/D, caracterización de convertidores A/D, procesamiento de señal, Sigma-Delta ADC, octave.

1. Introducción

La conversión de señales analógicas al dominio digital, es un paso esencial en cualquier sistema actual de procesamiento de señales. Esta operación es llevada a cabo por un circuito integrado de señal mixta llamado "convertidor analógico-digital" (ADC). Desde el punto de vista de la frecuencia de operación, se puede decir que en la actualidad se cuenta principalmente con dos tipos de ADC's: ADC's tradicionales o a razón de Nyquist y ADC's con sobre muestreo o Sigma-Delta. Un ADC tradicional, realiza principalmente 2 operaciones: muestreo y cuantificación. El muestreo se realiza a una frecuencia establecida por el teorema de Nyquist (f_N) e igual a dos veces el ancho de banda útil de las señales a convertir. En el muestreo no hay pérdida de información. La señal original puede ser recuperada al pasar las muestras (f(nT)) por un filtro pasa bajos. La cuantificación de la señal muestreada introduce pérdida de información, ya que es un proceso no-lineal y no-reversible, en el cual un intervalo continuo de valores de amplitud es transformado en un conjunto finito de códigos digitales de salida (c(nT)) [1]. Estas operaciones se muestran en la Fig. 1.



Fig. 1. Diagrama a bloques de un ADC tradicional.

El concepto de ADC con sobre muestreo nació teóricamente en 1954 [2] pero el avance tecnológico sólo permitió su fabricación en un solo circuito integrado hasta 20 años más tarde [3]. En contraste con un ADC tradicional, un ADC con sobre muestreo realiza el muestreo de la señal a una frecuencia mucho mayor a la determinada por Nyquist, es decir a una frecuencia (f_s) usualmente 128, 256, o 512 veces mayor que f_N . Adicionalmente, un sistema intermedio llamado "modulador sigma-delta" ($\Sigma \Delta$) realiza las operaciones de cuantificación y conformado de ruido. Posteriormente, un filtro digital a la salida de éste lleva a cabo el diezmado de la señal y elimina el ruido fuera de banda. Las grandes ventajas de este tipo de ADC's son la alta resolución (14 a 18 bits) y alta linealidad (96dB o más) que proporcionan. Por su excelente comportamiento en los dos aspectos antes mencionados, los ADC Sigma-Delta, tienen muchas aplicaciones en sistemas de audio, adquisición de datos biomédicos y telecomunicaciones [4, 5, 6]. La Fig. 2 muestra un diagrama a bloques de este tipo de ADC's.



Fig. 2. Diagrama a bloques de un ADC $\Sigma\Delta$.

El modulador $\Sigma\Delta$ es el corazón de este tipo de convertidores ya que, dependiendo de su arquitectura, además de las operaciones previamente mencionadas, también se puede realizar en él, la operación de muestreo. Como se ve, prácticamente todas las operaciones involucradas en la conversión A/D son llevadas a cabo por este sistema, ya que el diezmado y filtrado digital se realizan completamente en el dominio digital. Por estas razones, el desempeño de un ADC $\Sigma\Delta$ queda determinado por la calidad de su

modulador. De este modo, la caracterización y prueba de los moduladores $\Sigma \Delta$ es de gran importancia para predecir el comportamiento de los ADC's que operan bajo este principio.

Debido al abundante uso de los ADC $\Sigma\Delta$, el análisis y prueba de estos moduladores ha cobrado gran importancia y en la literatura se encuentran varios reportes de metodologías orientadas a realizar esta tarea. En [7] se propone el uso de promediado del espectro de salida del modulador para obtener sus principales métricas. Metodologías de auto prueba se han desarrollado para ADC's $\Sigma\Delta$ que forman parte de sistemas integrados en un solo chip y que por su posición dentro del encapsulado no pueden ser alcanzados por el usuario [8]. En [9] se propone la caracterización de un $\Sigma\Delta$ realizando el seguimiento de los polos y ceros de la función de transferencia de ruido del modulador.

Muchas de las metodologías propuestas se implementan en software propietario, por ejemplo Texas Instruments proporciona ADCPRO [10], para la evaluación de sistemas a través de datos obtenidos pero requiere de otro módulo propietario para la obtención de los datos a analizar. Virtual Eval Tool (Analog Devices) [11], proporciona una herramienta de simulación, donde permite de manera interactiva visualizar la información, sin embargo, no puede analizar datos obtenidos de un CI ya construido, sólo se limita a la simulación. El sistema de Maxim Integraded [12], incorpora un kit de evaluación del modulador, este kit requiere la adquisición de software y hardware para poder analizar un modulador.

La mayoría de las soluciones comerciales ofrecen kits de desarrollo y evaluación de datos. Otras herramientas hacen uso de plataformas como MathWorks y Labview, ya que permiten el diseño y desarrollo de aplicaciones, sin embargo, para su uso se requiere adquirir licencias y módulos adicionales lo que impacta en el precio, siendo significativo para el ámbito académico.

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de una herramienta computacional, desarrollada usando software libre, orientada a la

caracterización de moduladores $\Sigma\Delta$, en contraste con otros métodos, aquí se realiza el análisis detallado del espectro de la señal de salida del modulador. Dicho espectro se obtiene a través de la Transformada de Fourier Rápida (FFT) por medio de un script realizado en el ambiente de software libre *Octave* [13]. En este trabajo nos enfocaremos en el análisis que realizó el software sobre el espectro de la señal de salida del modulador y describiremos los resultados obtenidos, no abordaremos el desarrollo de la herramienta (código, inteface, datos I/O), ya que es una primera aproximación para evaluar el desempeño del método propuesto, ya que en esta primera etapa de desarrollo, el sistema se encuentra en evaluación para incluir posibles depuraciones y mejoras futuras.

Este reporte está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta brevemente la estructura básica de un modulador $\Sigma \Delta$ y su funcionamiento; además de las principales métricas que definen su desempeño. A continuación, en el apartado 3 se describe la metodología de análisis propuesta y los resultados obtenidos. En la cuarta parte se discuten los resultados y se analiza la presente solución en términos de su tiempo de cómputo. Finalmente en la sección 5 se encuentran las conclusiones.

1.1. Modulador $\Sigma\Delta$

La estructura básica de un modulador $\Sigma \Delta$ de primer orden se muestra en la Fig. 3.





Como se observa, un modulador $\Sigma \Delta$ es un sistema retroalimentado que contiene un integrador y un cuantificador. Estrictamente hablando, el modulador es un sistema no lineal, porque el cuantificador es un bloque no lineal. Como ya se dijo, el cuantificador introduce pérdidas de información en la señal que está transformando. Bajo determinadas condiciones [14], dichas pérdidas pueden modelarse como ruido blanco añadido a la señal, a través de una fuente aditiva de ruido. Haciendo esto, se sustituye el cuantificador por una fuente de ruido blanco, con lo cual se tiene un sistema lineal con dos entradas y una salida que puede analizarse por superposición. La Fig. 4 muestra el sistema lineal resultante.



Fig. 4. Modelo Lineal de un Modulador $\Sigma\Delta$ de primer orden.

De la Fig. 4 se observa que la salida "d" consistirá de la señal de entrada "s" más el ruido aditivo "n" cada uno multiplicado por su función de transferencia. El análisis de este modelo produce la siguiente ecuación para la salida:

$$d = s \frac{\int}{1+\int} + n \frac{1}{1+\int}$$
(1)

Donde $\int /(1 + \int)$ es la función de transferencia de la señal (*STF*) y 1/(1 + \int) es la función de transferencia del ruido (*NTF*).

Como se sabe, un integrador tiene ganancia muy alta (idealmente infinita) a bajas frecuencias, por lo que la magnitud de *STF* tenderá a 1 a bajas frecuencias, mientras

que en el mismo intervalo de frecuencias la *NTF* tenderá a cero. A esta propiedad del modulador se le conoce con el nombre de "conformado de ruido" ("noise shaping" en inglés). Esto tiene como consecuencia que el espectro de la señal de salida del modulador contenga una componente de la señal "*s*" más el ruido aditivo "*n*" pero atenuado en la banda de interés. La figura 5 muestra un espectro hipotético pero típico de la señal de salida de un modulador $\Sigma\Delta$ cuando a la entrada se aplica una señal senoidal.



Fig. 5. Espectro de salida de un Modulador $\Sigma\Delta$.

En la Fig. 5 también se ha mostrado la gráfica de la función de transferencia del filtro digital que acompaña a la salida de un ADC $\Sigma\Delta$. Este filtro elimina el ruido de alta frecuencia fuera de la banda de interés (*f*_{*B*}).

Las características del modulador se obtienen del espectro de la Fig. 5, obtenido éste tras inyectar al modulador una señal senoidal de alta pureza y analizando el contenido de señal, ruido y harmónicos de la señal de salida. Dado que se usa sobre muestreo, la FFT mostrará el espectro desde cero Hertz hasta $f_S/2$, sin embargo f_B es sólo una porción del espectro total, marcado en la Fig. 5 como el límite de la respuesta del filtro digital. El análisis espectral debe realizarse únicamente dentro de f_B .

Las medidas más importantes a saber del desempeño del modulador son las siguientes:

Razón Señal a Ruido (*SNR*): Es el cociente de la potencia de la señal fundamental en banda y la potencia del ruido total integrado de cero a f_B . En esta métrica las armónicas de la señal se excluyen del cálculo. No son tomadas en cuenta, ni como parte de la señal, ni del ruido.

Razón Señal a Ruido más Distorsión (*SINAD*): Es el cociente de la potencia de la señal fundamental en banda y la potencia del ruido total integrado cero a f_B más las armónicas de la señal fundamental. En esta métrica las armónicas de la señal se incluyen como parte del ruido, y son tomadas en cuenta como parte de su potencia total.

Numero efectivo de bits (*ENOB*): Se obtiene de manera burda tras dividir la *SINAD* expresada en dB entre 6. La definición exacta se da en la siguiente sección. La Fig. 6 presenta un bosquejo de las definiciones de *SNR* y *SINAD*.

2. Desarrollo

En la Fig. 7 se muestran los pasos que se utilizaron para el análisis de los datos con la herramienta computacional, el principal objetivo es evaluar las mediciones y realizar las estimaciones de las medidas de rendimiento, obteniendo los parámetros del tono de entrada correspondientes al mejor comportamiento del convertidor, todo lo anterior con la menor intervención del usuario.

Para evaluar esta herramienta, se usó como caso de estudio un modulador $\Sigma\Delta$ diseñado a la medida y fabricado un solo circuito integrado en una tecnología CMOS estándar de 0.5µm a través del programa MOSIS [15]. Este modulador tiene la arquitectura que se presenta en la Fig. 8. Para la realización de esta arquitectura se optó por un sistema en tiempo discreto, por ser más apto para su fabricación en circuitos integrados CMOS usando técnicas de capacitor



Fig. 6. SNR y SINAD.



Fig. 7. Diagrama de flujo de la metodología propuesta.

conmutado. Usando el concepto descrito en la Fig. 4, se obtienen las siguientes expresiones para la *STF* y *NTF* respectivamente:

$$STF = z^{-1}$$
 $NTF = 1 - z^{-1}$ (2)

De (2) se observa que la señal a la salida es sólo retrasada por un ciclo de reloj, mientras que el ruido tiene un cero para z=1, lo que corresponde a CD. Idealmente, el ruido de cuantificación debería ser suprimido en la banda de bajas frecuencias.



Fig. 8. Arquitectura del modulador $\Sigma \Delta$ bajo análisis.

Este modulador fue planeado para realizar la conversión de un f_B =125Hz usando una f_S =250kHz. Dicha frecuencia es 1000 veces mayor a f_N . La f_B usada habilitaría al prototipo para su uso en la conversión A/D de algunas señales biológicas o en un marca pasos [16].

Una vez que el diseño fue fabricado, la caracterización del modulador $\Sigma\Delta$ se realizó a través de un análisis de su señal de salida, capturada mediante un osciloscopio digital de señal mixta (Tektronix MSO2014), el tono de entrada de tipo senoidal se colocó a 62Hz mediante un generador de señales (Tektronix AFG2000). La frecuencia de muestreo fue de 250kHz. Se realizaron 16 mediciones variando la amplitud del tono, iniciando con un decremento en amplitud de -0.1dB hasta -1dB, continuando con un decremento de -1dB hasta -6 dB, por cada medición se obtuvo un archivo .CSV con los datos muestreados por el equipo de medición con una longitud de 1.25 millones de muestras.

Cada archivo obtenido, de la evaluación de diseño, contiene información acerca de las características de adquisición: la frecuencia de muestreo, longitud de muestras adquiridas, así como el voltaje de salida registrado. Para saber el contenido de información en la frecuencia, necesario para conocer el comportamiento de modulador $\Sigma \Delta$, se analizó cada uno de los archivos mencionados a través de la transformada de Fourier usando el algoritmo Transformada Rápida de Fourier (FFT). Para calcular la FFT se utilizaron distintas ventanas: Hamming, Hanning, Káiser, Blackman. Dado que la

FFT con ventana Blackman mostró mejores resultados, son éstos los que se presentan en este trabajo.

El siguiente paso es identificar la información (en frecuencia) de la señal de tono (*S*) colocada a 62 Hz, la primera armónica (*SA*) a 124 Hz y la señal de ruido (*SN*), entienda por ésta última la información en frecuencia que no pertenece a *S* y *SA*, la información anterior es necesaria para calcular la magnitud en frecuencia de cada una de ellas: S_S , S_{SA} y S_{SN} indispensables para calcular los parámetros de rendimiento del modulador: *SNR*, *SINAD* y *ENOB* de acuerdo a las siguientes definiciones:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_s^2}{\sum_{n=0}^{N-1} S_{SN}^2} \right)$$
(3)

$$SINAD = 10\log_{10}\left(\frac{\sum_{n=0}^{N-1} S_{S}^{2}}{\sum_{n=0}^{N-1} S_{SN}^{2} + \sum_{n=0}^{N-1} S_{SA}^{2}}\right)$$
(4)

$$ENOB = \frac{SNDR - 1.76}{6.02} \tag{5}$$

Las tres medidas: *SNR*, *SINAD* y *ENOB* se calcularon en base a las ecuaciones 3, 4 y 5, respectivamente, para cada archivo de datos. Conseguir ésta información permite obtener una curva de comportamiento de cada parámetro en función del nivel de amplitud de señal de tono de entrada. Lo anterior permite evaluar el funcionamiento del convertidor cuando la magnitud de la señal de tono de entrada es modificada, de tal modo es posible conocer a qué magnitud de entrada de la señal se obtiene un mejor comportamiento del convertidor diseñado. Adicional al análisis anterior, la herramienta computacional permite la visualización del espectro de potencia de la señal obtenida a partir de cada archivo de datos.

3. Resultados

La herramienta computacional determina, una vez que realizó el procesamiento de datos, qué medición fue la que presentó mejores resultados de acuerdo a los parámetros estimados del convertidor diseñado, a partir de esta elección es posible conocer en qué condiciones se obtiene el mejor comportamiento real del diseño realizado.

Los resultados obtenidos a partir del análisis de los 16 archivos de datos muestran que el mejor comportamiento de SINAD (71 dB) se obtuvo al atenuar la magnitud de la señal de tono de entrada en -0.2dB (ver fig. 9), indicando que la relación entre señal y ruido (incluyendo la primera armónica) es mayor en este nivel de atenuación de la entrada, conforme se incrementa la atenuación a la amplitud del tono de entrada, el valor de SINAD decrece de manera lineal, a partir de esta gráfica también puede comprobarse en que intervalo se mantiene un comportamiento lineal de modulador $\Sigma \Delta$.

En la figura 10 (arriba) se puede observar el espectro de potencia (en escala semilogarítmica) del archivo de datos con SINAD de 71 dB, en la misma figura (abajo) se observa el espectro de potencia del archivo de datos con SINAD de 60 dB, puede compararse que el ruido de baja frecuencia se incrementa así como el pico de la primera armónica, provocando que la SINAD medida decrezca en comparación del primer espectro.



Fig. 9. Curva de SINAD con respecto a la variación de amplitud del tono de entrada.

4. Discusión

El análisis de los datos obtenidos tras la medición del modulador $\Sigma\Delta$ incluye todos los efectos no ideales producidos por los circuitos que lo realizan: ruido de circuito, incertidumbre en el muestreo y ganancia finita del amplificador, los cuales degradan el comportamiento final del modulador diseñado. La herramienta utilizada, analiza los datos que incluyen dichos efectos, proporcionando una información real del desempeño del circuito fabricado, en un entorno de funcionamiento en condiciones típicas de trabajo.

La herramienta de análisis mostró una alta capacidad de procesamiento de datos ya que como entrada se proporcionó una cantidad aproximada de 32 millones de datos tipo ASCII, de doble precisión de punto flotante. Ésta información se procesó, en todas las etapas del acondicionamiento, en un tiempo medio de 140 segundos, en un equipo de medianas prestaciones (Dell Precision T5400).

5. Conclusiones

Los resultados obtenidos a través de la herramienta computacional desarrollada, muestran los parámetros de rendimiento del modulador $\Delta\Sigma$ en un ambiente real de trabajo, el mejor resultado se obtuvo con 71 dB de SINAD (figura 10, arriba), es decir, cuando la señal de entrada se atenúo en 0.2 dB con respecto a los niveles de salida del comparador (1.5V). De esta manera podemos conocer el punto de operación en el que el modulador tendrá un mejor rendimiento.

El análisis espectral para la caracterización de convertidores $\Delta\Sigma$ asi como la simulación arquitectural de los efectos no ideales, son de gran ayuda para el diseño y análisis de arquitecturas de moduladores $\Delta\Sigma$ de alto orden y su comprobación mediante medición. Adicionalmente, se describió el análisis que realizó el software desarrollado sobre el espectro de la señal de salida del modulador, para obtener los resultados destacados.



Power Spectral Density, fileT0002D00.CSV

Fig. 10. Espectro de potencia: SINAD de 71 dB (arriba), SINAD de 60 dB (abajo).

Lo anterior se logró a partir de software de libre acceso, sin recurrir a las herramientas comerciales antes mencionadas, que son de alto costo, y que ofrecen soluciones para caracterización y prueba de este tipo de sistemas.

La herramienta utilizada sigue un proceso de mejora contínua, por ello en este trabajo nos enfocamos en presentar resultados obtenidos de su uso, en la caracterización de un sistema ADC ya fabricado.

6. Referencias

- B. Razavi, Principles of Data Conversion System Design. 1st Ed. 1995. Wiley Interscience. New York. 96 pp.
- [2] C. C. Cutler, "Differential Quantization of Communication Signals". U.S. Patent 2,605,361. June 29, 1950.
- [3] J. C. Candy, "A Use of Limit Cycle Oscillations to Obtain Robust Analog-to-Digital Converters". IEEE Transactions on Communications. Vol. COM-22. December 1974. 298-305 pp.
- [4] T.-H. Kuo, K.-D. Chen, H.-R. Yeng, "A wideband CMOS sigma-delta modulator with incremental data weighted averaging". IEEE J. Solid State Circuits. Vol. 37. Jan. 2002. 11-17 pp.
- [5] R. Gaggl, M. Inversi, A. Wiesbauer, "A power optimized 14-bit SC Σ∆ modulator for ADSL CO applications". ISSCC Dig.Tech. Papers. Vol. 47. Feb. 2004. 82-83 pp.
- [6] J. Järvinen, K. Halonen, "A 1.2V dual-mode GSM/WCDMA Σ∆ modulator in 65nm CMOS". ISSCC Dig.Tech. Papers. Vol. 49. Feb. 2006. 488-489 pp.
- [7] Y.-C. Jenq, "Measuring harmonic distortion and noise floor of an A/D converter using spectral averaging". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. Vol. 37. No. 4. Dec. 1988. 525-528 pp.

- [8] M. F. Toner, G. W. Roberts, "A BIST Scheme for a SNR, Gain Tracking, and Frequency Response Test of a Sigma-Delta ADC". IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing. Vol.42. No.1. Jan 1995. 1-15 pp.
- [9] H. Kim, K. Lee, "Sigma-delta ADC characterization using noise transfer function pole-zero tracking". IEEE ITC 2007: International Test Conference. Oct. 2007. 1-9 pp.
- [10] ACDPRO, Texas Instrument, http://www.ti.com/tool/adcpro#descriptionArea.
- [11] Virtual Eval Tool, Analog Devices. http://beta-tools.analog.com/virtualeval ?tool_pid=AD9625.
- [12] Delta Sigma ACDs, Maxim Integraded. http://www.maximintegrated.com/ en/products/analog/data-converters/analog-to-digital-converters.html.
- [13] GNU Octave http://www.gnu.org/software/octave/.
- [14] A. V. Oppenheim, R.W. Schafer, Discrete Time Signal Processing. 2nd. 1999.Edition. Prentice Hall.
- [15] The Mosis Service: https://www.mosis.com/.
- [16] J. G. Webster: "Medical Instrumentation: Application and Design". 4th Ed. 2010.Wiley, New Jersey.

7. Autores

Javier Alducin Castillo recibió el título de Ing. en Electrónica por la UAM-Azcapotzalco, Ciudad de México, México, en 2008, el grado de M. en C. en Ingeniería Biomédica en 2014 por la UAM-Iztapalapa, Ciudad de México, México. Actualmente es profesor en la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Azcapotzalco. Sus tópicos de investigación incluyen procesamiento digital de señales e imágenes, análisis de EEG y conectividad funcional cerebral. Juan J. Ocampo-Hidalgo recibió el título de Ing. en Comunicaciones y Electrónica por la ESIME-IPN en Zacatenco, Ciudad de Mexico, Mexico, en 1997, el grado de M. en C. en Ingeniería Eléctrica en 1999 por el CINVESTAV-IPN en Zacatenco, Ciudad de Mexico, Mexico, y el grado de Dr-Ing. en el 2005 por la Technische Universität Darmstadt, en Darmstadt, Alemania. Actualmente es profesor en la Universidad Autónoma Metropolitana. Sus tópicos de investigación incluyen el diseño de circuitos integrados CMOS analógicos y de señal mixta así como el diseño de sensores de imagen CMOS.

Iván Vázquez Álvarez obtuvo su título de título de Ing. en Electrónica por la UAM-A, Ciudad de Mexico, Mexico, en 1999, el grado de M. en C. en Ingeniería Eléctrica en 2004 por el CINVESTAV-IPN en Guadalajara, Jalisco, Mexico, y el grado de Dr. en el 2006 por la Universidad Estatal de Moscú – Lomonosov, Federación Rusa. Actualmente es profesor en la Universidad Autónoma Metropolitana. Sus tópicos de investigación incluyen el modelado y simulación de sistemas mecánicos, los sistemas no lineales y el control aplicado a sistemas automotrices.