

Implementación de un circuito caótico memresistivo

Moisés Torres Rivera

Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A.C., Camino a la Presa San José, C.P. 2055,
Col. Lomas 4ta Sección, San Luis Potosí, SLP, México, Teléfono: (444)8342000
moises.torres@ipicyt.edu.mx

Resumen

Se presenta un sistema memresistivo controlado por corriente, con solo tres dispositivos, un inductor, un capacitor y un memresistor emulado por elementos activos. Se muestra el circuito así como su implementación física y se observa la existencia de un atractor caótico para ciertos valores de parámetros comportándose como un oscilador no lineal. El memresistor es caracterizado eléctricamente y se presentan comparaciones teórico-experimentales del circuito.

Palabra(s) Clave(s): atractor, caos, circuito electrónico, memresistor.

1. Introducción

En teoría de circuitos, existen 4 variables fundamentales, conocidas como la corriente i , el voltaje v , la carga q y el flujo φ . Existen 6 posibles combinaciones de dichas variables, las cuales son $i - v, i - q, i - \varphi, v - q, v - \varphi$ y $q - \varphi$.

Dos de estas relaciones muy conocidas son [1]

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1)$$

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (2)$$

Las cuales relacionan corriente-carga (1) y voltaje-flujo (2)

Por definición axiomática los 3 dispositivos básicos de circuitos eléctricos son:

El resistor, definido por la relación de corriente-voltaje donde R es llamada resistencia.

$$dv = Rdi \quad (3)$$

El inductor, definido por la relación de corriente-flujo donde L es llamada inductancia.

$$d\varphi = Ldi \quad (4)$$

El capacitor, definido por la relación de voltaje-carga donde C es llamada capacitancia.

$$dq = Cdv \quad (5)$$

En [2], por completitud se postula la existencia de un cuarto elemento básico caracterizado por la relación $\varphi - q$. Dicho elemento se llamó memresistor debido a que, como se mostrará después, se comporta como un resistor no lineal con memoria.

El memresistor se define por la relación $\varphi - q$ donde M es llamada memresistencia. Esto se puede resumir como se muestra en la Fig. 1.

$$d\varphi = Mdq \quad (6)$$

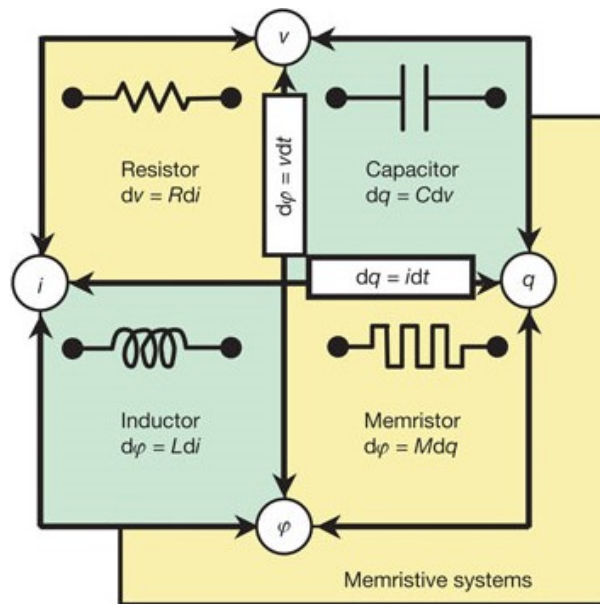


Fig. 1. Relaciones entre variables eléctricas fundamentales (perímetro) y dispositivos básicos pasivo (recuadros). (Imagen obtenida de [3]).

En [2] el memristor se define por una relación $f(\varphi, q)$, donde dicha función debe cumplir con las propiedades de continuidad, cruce por cero y monotónicamente creciente.

El símbolo y un ejemplo de la relación $\varphi - q$ en un memresistor se presentan en la Fig. 2.

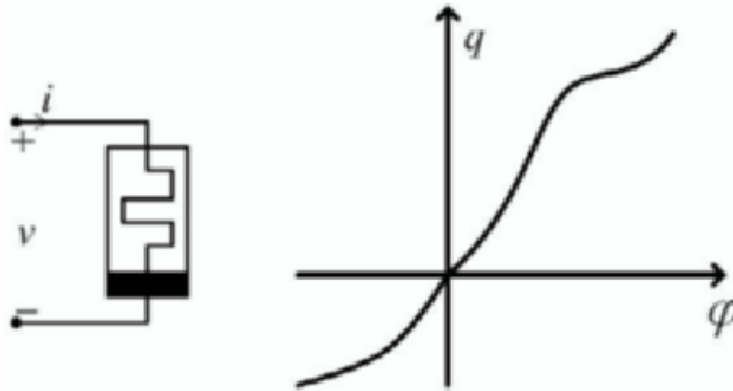


Fig. 2. Símbolo del memristor y curva carga-flujo. (Imagen obtenida de [2]).

De la relación (6) se obtiene $M(q)=(d\varphi(q))/dq$ que es llamada memresistencia.

Derivando la relación (2) se obtiene

$$v(t) = \frac{d\varphi}{dt} \quad (6)$$

$$v(t) = \frac{d\varphi}{dq} \frac{dq}{dt} \quad (7)$$

Derivando la relación (1) se obtiene

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (8)$$

Sustituyendo (8) y $M(q)$ en (7) se obtiene el voltaje a través del memristor dado por:

$$v(t) = M(q(t))i(t) \quad (9)$$

Procediendo de manera similar la corriente del memristor está dada por:

$$i(t) = W(\varphi(t))v(t) \quad (10)$$

Donde $W(\varphi) = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi}$ es llamada memconductancia

Se dice que el memresistor está controlado por carga si la relación puede ser expresada por una función univaluada $\varphi = \varphi(q)$ de la carga q . Está controlado por flujo si ésta relación puede ser expresada como una función univaluada $q = q(\varphi)$ del flujo.

Observe que, el valor de la memresistencia (memconductancia) a cualquier tiempo t_0 depende de la integral de la corriente (voltaje) del memristor desde $t = -\infty$ a $t = t_0$. Entonces, mientras el memresistor se comporta como un resistor ordinario a un instante de tiempo t_0 , su resistencia (conductancia) depende completamente de la historia pasada de la corriente (voltaje) del memristor. Esta observación justifica la elección del nombre de memresistor.

En el caso especial donde la curva $\varphi - q$ es una línea recta, se obtiene que $M(q) = R$ y el memresistor es reducido a un resistor lineal invariante en tiempo.

Por otro lado, un sistema memresistivo [4] de orden n está descrito por:

$$V_M(t) = M(x, i, t)i(t) \quad (11)$$

$$\dot{x} = f(x, i, t) \quad (12)$$

Donde x es un vector que representa las n variables de estado, $V_M(t)$ y $i(t)$ denotan el voltaje y corriente a través del dispositivo y M es la memresistencia.

Fue hasta el 2008 que se publicó el desarrollo de HP de un memresistor de estado sólido [3] el cual se observa en la Fig. 3, donde una capa de dióxido de Titanio (TiO₂) y una capa de dióxido de Titanio pobre en oxígeno (TiO₂-X) son insertadas entre dos electrodos de platino. El TiO₂ puro es de alta resistividad mientras que las vacancias de oxígeno hacen al TiO₂-X conductivo.

Cuando la corriente fluye en una dirección a través del dispositivo, la frontera entre ambos materiales se mueve, causando un incremento en el porcentaje de conductividad de la capa TiO₂-X; como resultado la resistencia del dispositivo decrece.

Cuando la corriente fluye en sentido opuesto, la cantidad de TiO₂ incrementa y por lo tanto la resistencia también lo hace. Cuando la corriente se detiene, las vacancias de oxígeno dejan de moverse y el dispositivo mantiene su último valor de resistencia, en este caso, la frontera entre ambas capas permanece estática; en otras palabras, el memristor de HP “recuerda” cuanta corriente pasó a través de él.

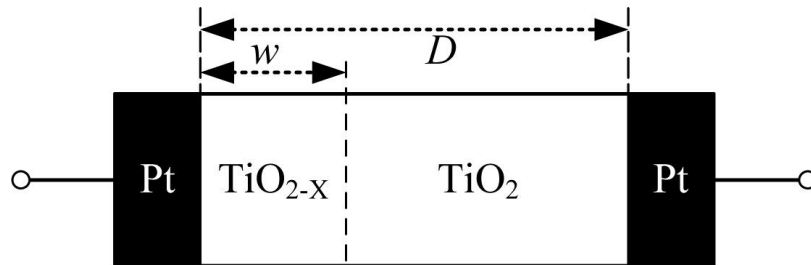


Fig. 3. Esquema del memristor encontrado por HP (imagen obtenida de [3]).

El modelo matemático del memristor de HP se encuentra dado por

$$v(t) = \left(R_{ON} \frac{\omega(t)}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{\omega(t)}{D} \right) \right) i(t) \quad (13)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \mu_v \frac{R_{ON}}{D} i(t) \quad (14)$$

De donde

$$\omega(t) = \mu_v \frac{R_{ON}}{D} q(t) \quad (15)$$

Sustituyendo las ecuaciones se obtiene la memresistencia del sistema para $R_{ON} \ll R_{OFF}$

$$M(q) = R_{OFF} \left(1 - \frac{\mu_v R_{ON}}{D^2} q(t) \right) \quad (16)$$

Donde μ_v es el promedio de movilidad de iones, $\omega(t)$ es el espesor dependiente de tiempo de la capa de TiO₂-X, D es el espesor total de la capa, R_{ON} es la resistencia del dispositivo cuando $\omega(t) = D$ y R_{OFF} es la resistencia del dispositivo cuando $\omega(t) = 0$.

El lazo de histéresis característico del nanodispositivo de HP se observa en la Fig. 4, donde para bajas frecuencias aparece el lazo pinchado de histéresis mientras que para altas frecuencias el comportamiento es lineal.

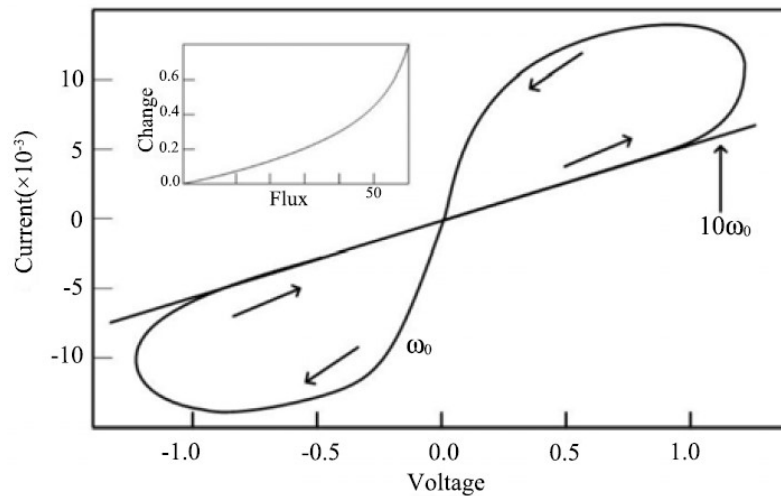


Fig. 4. Lazo de histéresis del memristor HP (imagen obtenida de [3]).

2. Desarrollo

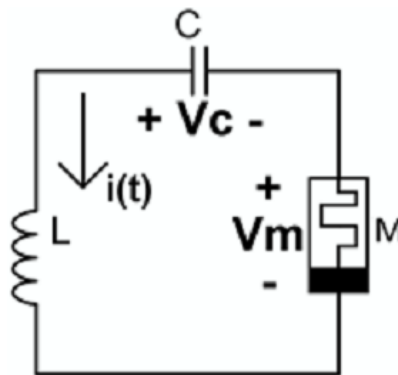


Fig. 5. Circuito memresistivo de 3 dispositivos.

El circuito caótico más simple en término del número de elementos era el circuito de cuatro dispositivos planteado por Chua y Barboza [5]. El circuito propuesto en [6] y en cual está basado el presente trabajo se muestra en Fig. 5, se reduce el número de dispositivos a solo 3 y tiene únicamente un elemento localmente activo el cual es el memresistor.

El sistema está descrito por:

$$V_M(t) = \beta(z^2 - 1)i(t) \quad (17)$$

$$\dot{z} = i(t) - \alpha z - i(t)z \quad (18)$$

Se observa que el sistema no es el memresistor ideal canónico de [2], es un sistema memresistivo descrito como en [4]. La función de memresistencia $R(z) = \beta(z^2 - 1)$ se observa en la Fig. 6 donde la función cruza el eje vertical en -1.7 .

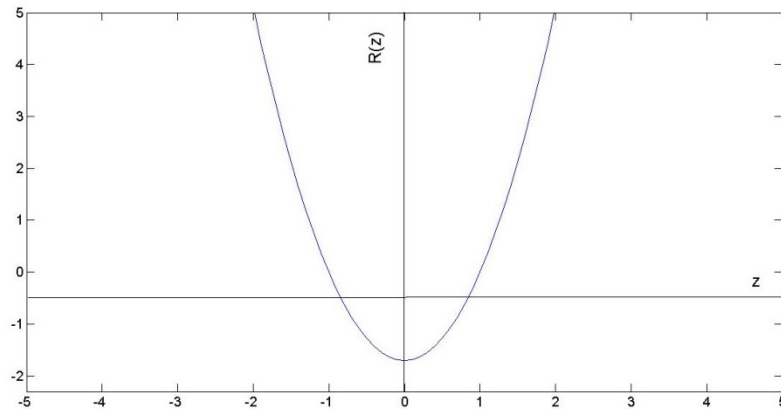


Fig. 6. Función de memresistencia del sistema memresistivo (17) y (18).

Para obtener las ecuaciones del sistema memresistivo, se toman como variables de estado el voltaje en el capacitor, la corriente en el inductor y el estado interno del sistema

$$x(t) \triangleq v_C(t) \quad (19)$$

$$y(t) \triangleq i(t) = i_L \quad (20)$$

$$z(t) \triangleq \text{estado interno del sistema} \quad (21)$$

De la relación del capacitor (5) se obtiene la ecuación

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} \quad (22)$$

Aplicando la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor de la malla, simplificando y usando las relaciones del inductor, capacitor y memristor, se obtiene finalmente (25).

$$v_L + v_C = v_M \quad (23)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = v_M - v_C \quad (24)$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L}(\beta(x^2 - 1)i(t) + v_C) \quad (25)$$

Se define la ecuación diferencial que gobierna el estado interno del memresistor como:

$$\dot{z} \triangleq -y - \alpha z + yz \quad (26)$$

Por lo que las ecuaciones del sistema en términos de variables de estado son:

$$\dot{x} = \frac{y}{C} \quad (27)$$

$$\dot{y} = -\frac{1}{L}(x + \beta(z^2 - 1)y) \quad (28)$$

$$\dot{z} = -y - \alpha z + yz \quad (29)$$

Con los valores de parámetros $C = 1$, $L = 3$, $\beta = \frac{3}{2}$, $\alpha = 0.6$ se observa que el sistema presenta caos.

Para la implementación física del circuito, se obtiene el primer estado de la relación entre el capacitor y la corriente.

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L}{C_n} \quad (30)$$

Para medir la corriente que fluye a través del circuito se utiliza una resistencia R_s para transformar la corriente que pasa por la resistencia en voltaje. Se escoge $R_s = 100\Omega$ y se conecta a un amplificador de diferencia, por lo que la corriente (34) vista en voltaje está dada por (34).

$$v_0 = R_s(i_L)_s \quad (31)$$

$$v_0 = R_s \left(-\frac{R_{s1}}{R_{s2}} i_L \right) \quad (32)$$

$$v_0 = -I_s i_L \quad (33)$$

$$I_s = R_s \frac{R_{s1}}{R_{s2}} \quad (34)$$

Con lo cual se tiene la corriente escalada un factor I_s y transformada al voltaje v_0 y el circuito se aprecia en la Fig. 7.

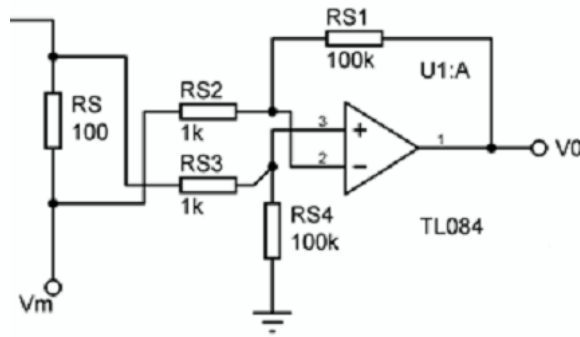


Fig. 7. Esquema para obtener la corriente del circuito.

Para realizar la función del memristor $R(z)$ se requiere obtener la representación física de (28), para lo cual se utilizan multiplicadores analógicos cuya salida se pretende sea $-z^2 v_0$

De la hoja de datos del AD633N [7] se obtiene la función de transferencia del dispositivo

$$W = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{10V} + Z \quad (35)$$

Para cancelar el factor interno de multiplicación se utilizan las resistencias y potenciómetros conectados a los pines W y Z como se observa en el circuito de la Fig. 8.

Del amplificador sumador inversor la salida está dada por.

$$v_M = -\beta_{5kpot} \left(\frac{1}{R_6} v_0 + \frac{1}{R_5} (-z^2 v_0) \right) \quad (36)$$

Sustituyendo (33) en (36).

$$v_M = -\beta_{5kpot} \left(-\frac{1}{R_6} I_s i_L + \frac{1}{R_5} (z^2 I_s i_L) \right) \quad (37)$$

$$v_M = -\beta_{5kpot} I_s \left(\frac{1}{R_5} z^2 - \frac{1}{R_6} \right) i_L \quad (38)$$

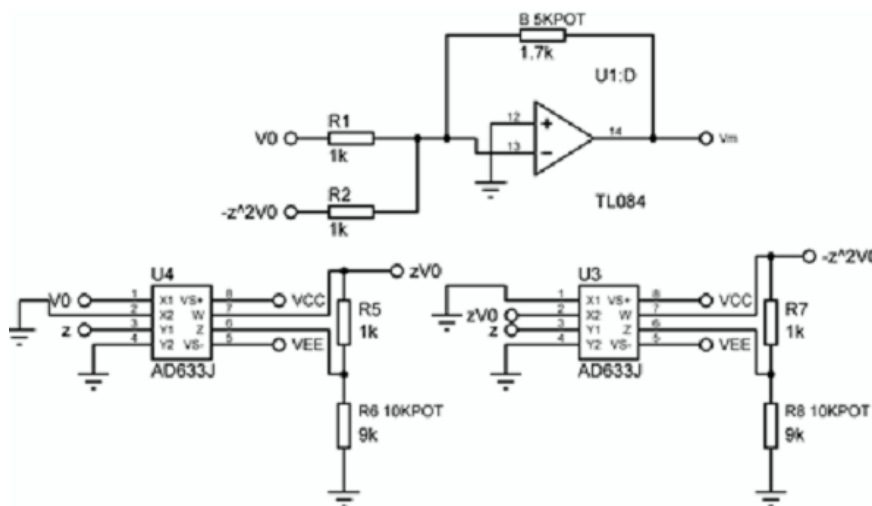


Fig. 8. Esquema de la función del memresistor.

Para obtener la segunda ecuación de estado se aplica la ley de Kirchhoff de voltaje

$$v_L + v_C = v_s + v_M \tag{39}$$

Sustituyendo (38) y la definición de voltaje en el inductor obtenemos.

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} \left(v_C + R_s i_L + \beta_{5kpot} I_s \left(\frac{1}{R_5} z^2 - \frac{1}{R_6} \right) i_L \right) \tag{40}$$

Para obtener la ecuación diferencial del estado interno del memresistor se utiliza un amplificador sumador integrador como se muestra en la Fig. 9 cuya salida es (42):

$$\frac{zv_0}{R_a} - \frac{v_0}{R_b} = -\frac{z}{\alpha_{10kpot}} - C_f \frac{dz}{dt} \tag{41}$$

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{zv_0}{C_f R_a} + \frac{v_0}{C_f R_b} - \frac{z}{C_f \alpha_{10kpot}} \tag{42}$$

Sustituyendo (33) en (42)

$$\frac{dz}{dt} = \frac{z I_s i_L}{C_f R_a} - \frac{I_s i_L}{C_f R_b} - \frac{z}{C_f \alpha_{10kpot}} \tag{43}$$

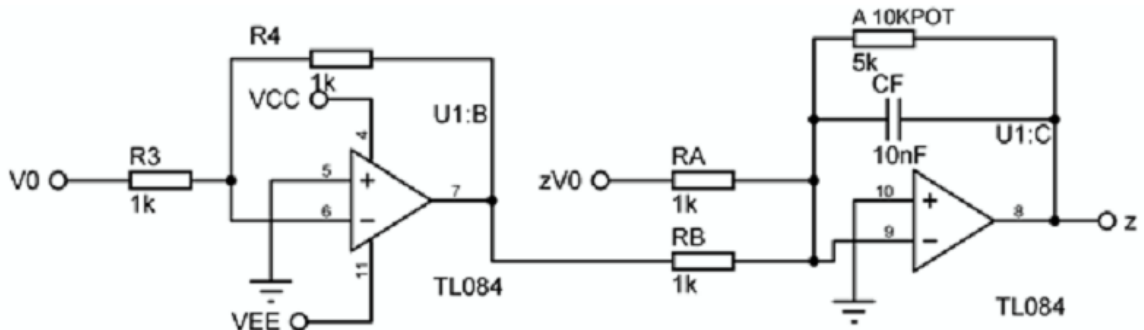


Fig. 9. Esquema de la tercera variable de estado.

$$x(\tau) = v_C(t) \quad (44)$$

$$y(\tau) = I_s i_L(t) \quad (45)$$

$$z(\tau) = z(t) \quad (46)$$

Aplicando (44), (45) y (46) a (30), (40) y (43) con $\tau \triangleq T_s t = 10^5 t$ e $I_s \triangleq 10000$, puede verse que la corriente está escalada cientos de microamperios y decenas de microsegundos.

Si $R_5 = 1k\Omega$ $R_6 = 1k\Omega$ $\beta = \frac{\beta_{skpo}}{1k\Omega}$ $R_s = 100\Omega$ $R_a = 1k\Omega$ $R_b = 1k\Omega$ $C_f = 10nF$ $I_s = 10000$ $T_s = 10^5$ se pueden simplificar las ecuaciones

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{y}{C} \quad (47)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = -\frac{1}{L}(x + \beta(z^2 - 1)y + 0.1y) \quad (48)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = -y - \alpha z + yz \quad (49)$$

Para obtener los valores de las ecuaciones obtenidas con anterioridad se calculan los valores del capacitor y el inductor

$$C_n = \frac{C}{I_s T_s} = 1nF \quad (50)$$

$$L_n = \frac{L I_s}{T_s} = 300mH \quad (51)$$

Para medir el voltaje del capacitor se diseña otro amplificador de diferencia con todas las resistencias de $1M\Omega$.

El esquema del circuito completo se aprecia en la Fig. 10.

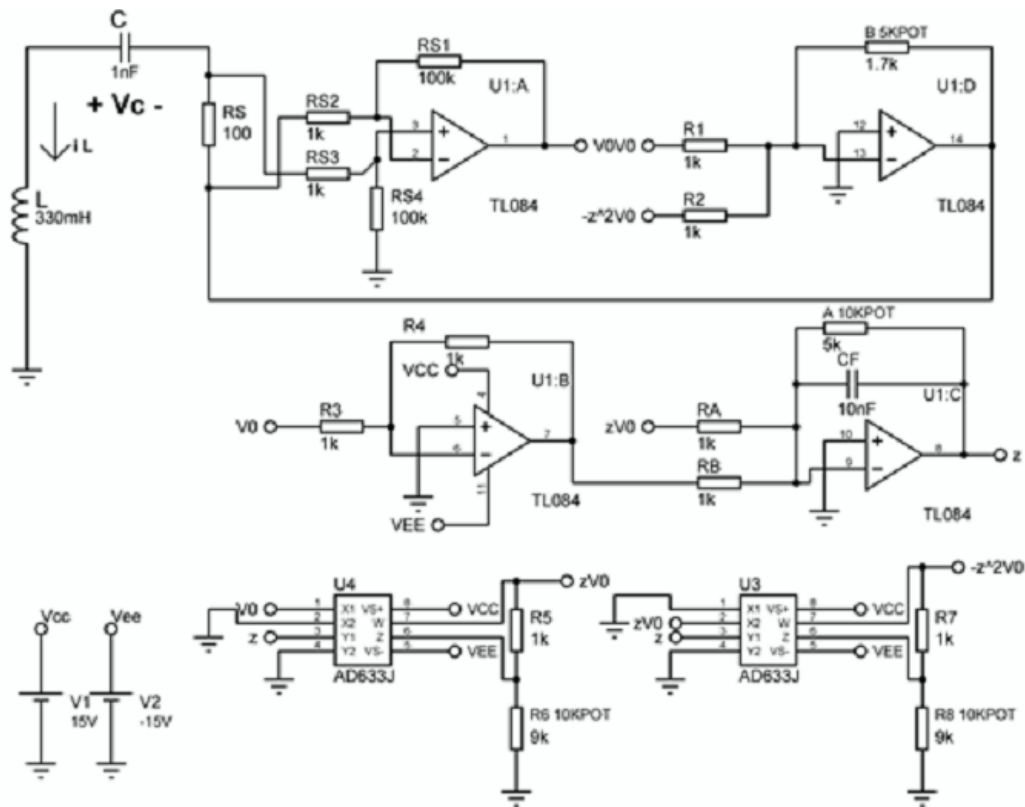


Fig. 10. Esquema del circuito caótico.

3. Resultados

El sistema memresistivo con los valores presentados con anterioridad presenta atractores caóticos como se observa en la Fig. 11 en la cual se grafica el voltaje del capacitor y la corriente del circuito y la Fig. 12 donde se graficó el voltaje del capacitor y el tercer estado del sistema, las simulaciones fueron realizadas en Matlab con condiciones iniciales de (0.01, 0.01, 0.01).

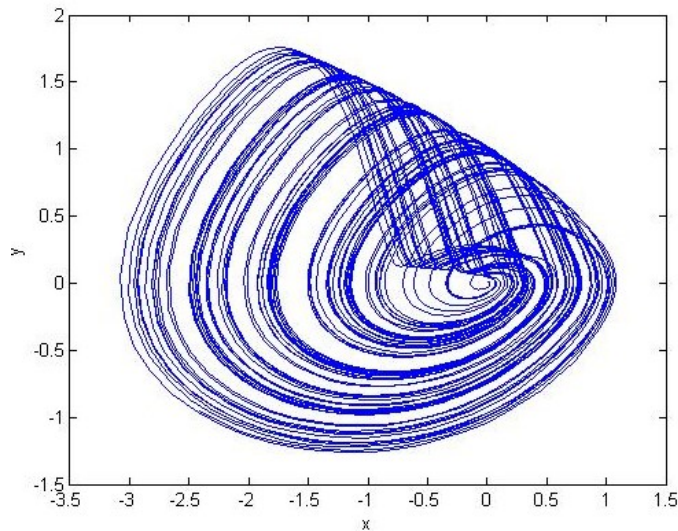


Fig. 11. Atractor caótico variables x-y.

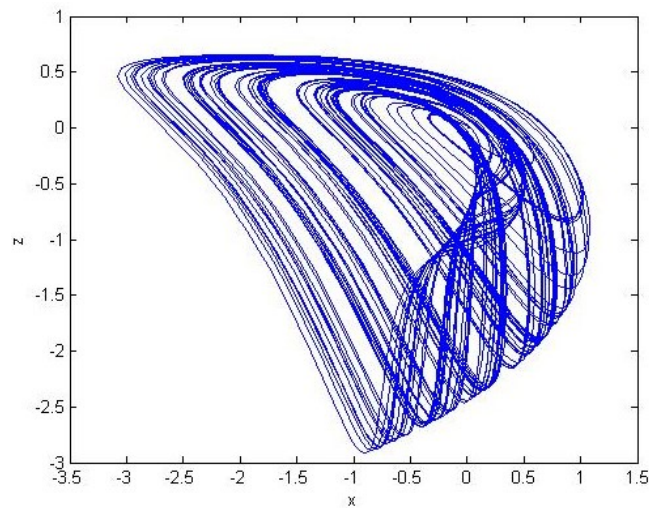


Fig. 12. Atractor caótico variables x-z.

Para caracterizar el memresistor se obtiene la función de memresistencia $R(z)$, para obtenerla se hace $v_0 = 1V$ con lo cual $v_M = R(z)$. Después se utiliza una señal triangular de 1 kHz 1V pico-a-pico como entrada a z de la Fig. 10. Se grafica el voltaje en el memristor v_M contra $z(t)$ para obtener la curva experimental de memresistencia que aparece en la Fig. 13.

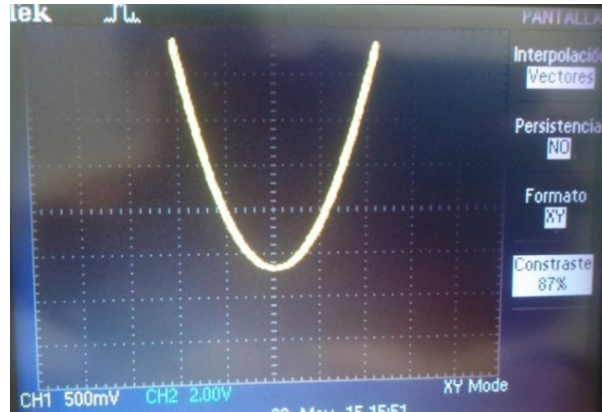


Fig. 13. Función de memresistencia experimental. La escala del eje horizontal es de 0.5V/división, la escala del eje vertical es de 2V/división. La curva experimental cruza el eje horizontal en $\approx -2.6V$, la curva teórica cruza en $\approx -1.7V$ como se aprecia en la Fig. 6.

La Fig. 14 y la Fig. 15 son comparativas entre la simulación del sistema en MatLab y la señal obtenida en el osciloscopio del circuito caótico que se implementó, tanto para los estados x-y como para x-z

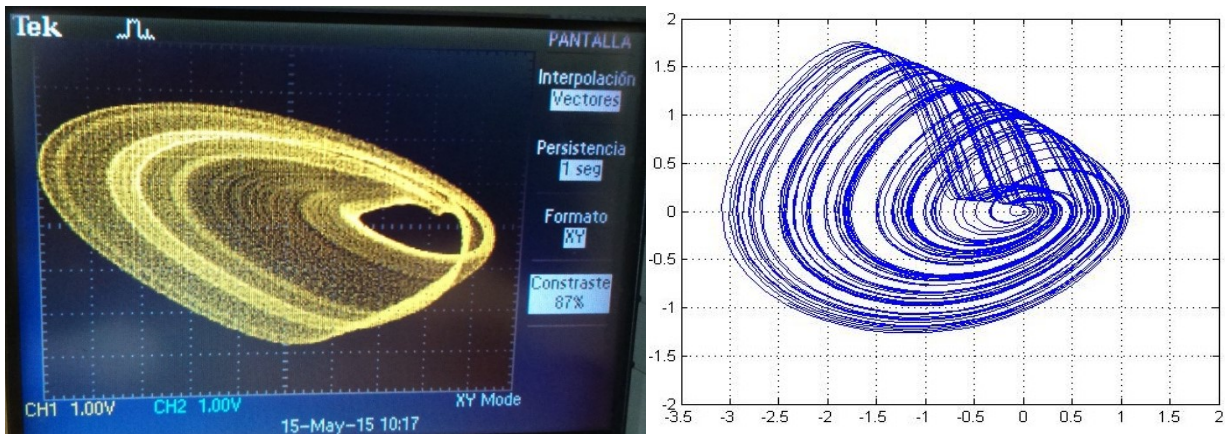


Fig. 14. Comparativa entre atractor teórico y experimental variables x-y. La escala de los ejes en la señal experimental es de 1V/división. El eje horizontal experimental es V_c (voltaje en el capacitor), el eje vertical es i_L (corriente en el inductor escalada y transformada a voltaje).

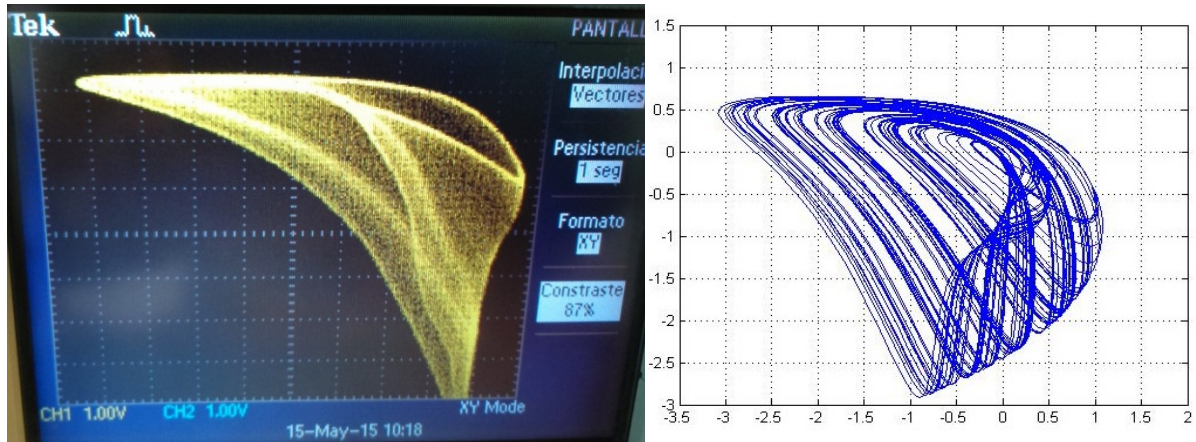
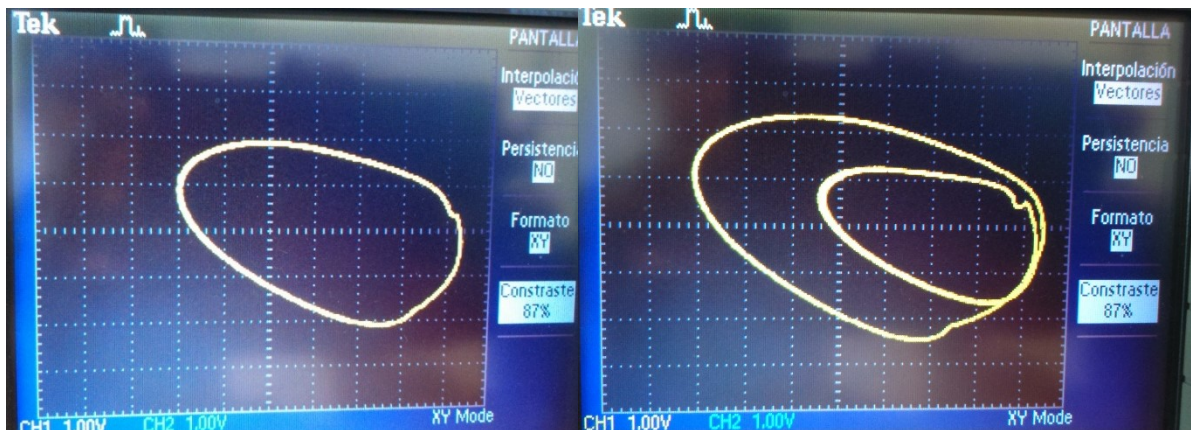


Fig. 15. Comparativa entre atractor teórico y experimental variables x-z. La escala de los ejes en la señal experimental es de 1V/división. El eje horizontal experimental es V_c (voltaje en el capacitor), el eje vertical es z (estado interno del memristor).

Debido a que el sistema es caótico presenta ciclos de todos los periodos y si se toma β como el parámetro de bifurcación, puede ser ajustado para obtener distintas respuestas al sistema como en el caso de la Fig. 16 con $\beta \sim 1.3$ donde presenta un ciclo de periodo



2 y con $\beta \sim 1.2$ se presenta un ciclo límite de periodo 1.

Fig. 16. Ciclo límite periodo 1 y periodo 2 de la implementación física del sistema. La escala de los ejes es de 1V/división.

La respuesta en tiempo del voltaje en el capacitor y la corriente del circuito son mostradas en la Fig. 17.

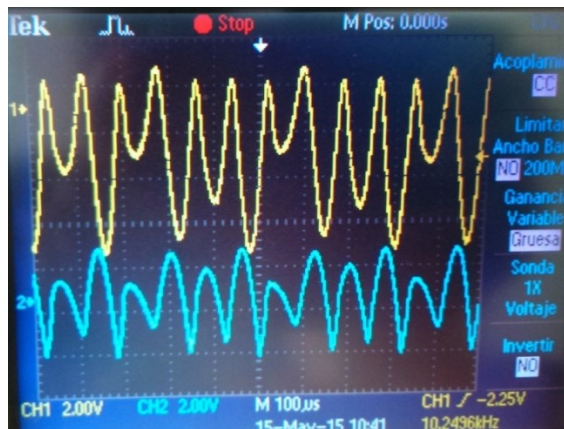


Fig. 17. Respuesta en tiempo del voltaje del capacitor en el canal 1 y corriente en el inductor en el canal 2 del osciloscopio. La escala de los ejes es de 2V/división.

Evidencia de caos

Valor β	Exponentes de Lyapunov
1.2	0, -0.003, -0.429
1.3	0, 0.012, -0.418
1.7	0.029, 0, -0.17

Tabla 1. Exponentes de Lyapunov para distintos valores de β .

En Tabla 1 se pueden observar los exponentes de Lyapunov del sistema obtenidos por el algoritmo de Wolf [8] para valores distintos del parámetro de bifurcación β , dichos exponentes miden el grado de divergencia de las trayectorias cercanas. Para un valor del parámetro de 1.7, donde se presentan atractores, se tiene que la suma de los exponentes es negativa, aun cuando un exponente es positivo por lo que cuantitativamente se evidencia la presencia de caos en el sistema.

En el diagrama de bifurcaciones es posible observar que aparece una cascada de doblamiento de periodo lo que se dice que es una ruta al caos. Mientras que para determinar la presencia de caos es necesario una prueba matemática formal como la que se da en [9] y que es específica para este sistema.

El circuito implementado en protoboard se aprecia en la Fig. 18 en donde se armó el circuito de acuerdo a lo que aparece en la Fig. 10 con multiplicadores analógicos AD633JN, amplificadores operacionales TL084, capacitores cerámicos, resistencias con tolerancia de 10% y el inductor fabricado de 330mH.

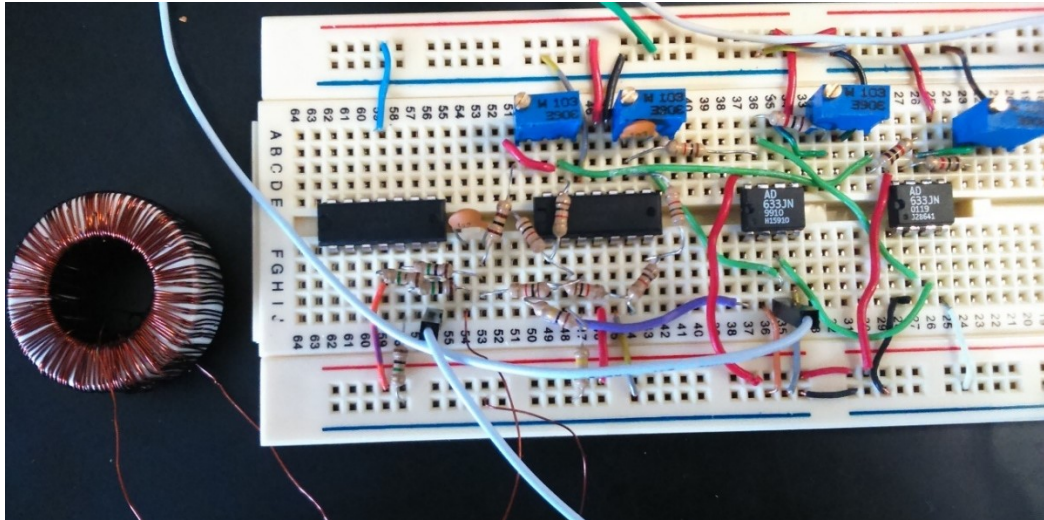


Fig. 18. Implementación del circuito caótico memresistivo.

4. Discusión

Nótese que el circuito no es un memresistor ideal ni una emulación de él, lo que se presenta es un sistema memresistivo definido por las ecuaciones (17) y (18) para hacer posible la obtención de una única malla de circuito con tres variables de estado independientes.

Como se demuestra en [10] se necesitan tres variables de estado para que un sistema autónomo continuo en el tiempo sea caótico por lo que se ocupa la variable del estado interno del memristor como el tercer estado.

Es importante observar que el circuito presentado no es una computadora analógica, en la cual se obtienen las ecuaciones directamente mediante operaciones realizadas con amplificadores operacionales, es decir, una representación directa de las variables de estado. Por otra parte, en el presente circuito los dispositivos activos solo sirven para emular el memristor, los estados de las variables eléctricas son obtenidos por las relaciones entre ellas.

La selección de la función memresistiva $R(z)$ y el tercer estado, son elegidos para observar la presencia de caos, por lo que es posible elegir cualquier otra función y estado.

El emulador de memresistor que se utiliza tampoco es general, otro emulador que elimina la resistencia que se utiliza como sensor de corriente puede verse en [11].

Desde el primer circuito caótico de Chua [12] las contribuciones a la electrónica no lineal y en particular a la generación de caos en circuitos han ido en aumento, prueba de ello son la diversidad de circuitos caóticos [5, 12, 13, 14] y más aún los sistemas memresistivos caóticos [15, 16, 17] y osciladores con memristores [18] lo que manifiesta la tendencia y la relevancia de diseñar e implementar circuitos con dichas características.

5. Conclusiones

La importancia reciente y la relevancia del memresistor desde su descripción física por HP, permite la apertura del panorama de investigación en una diversidad de temáticas relacionadas tanto con las aplicaciones como con los cambios que podría traer la implementación de estos dispositivos en la tecnología actual.

Dentro de este ámbito también aparecen las ventajas junto con las aplicaciones, de los circuitos no lineales y en particular de la generación de caos ya que los circuitos caóticos pueden ser utilizados como osciladores no lineales y las áreas de desarrollo son telecomunicaciones, encriptado, comunicación segura, generación de números aleatorios, entre otros. Por lo que tener un circuito que presenta caos con solo 3 dispositivos y en un tamaño reducido hace viable la incorporación de estos en más ámbitos y con mayor diversidad de aplicaciones.

Ahora dado que la selección de las funciones fue arbitraria y en la actualidad no es posible encontrar comercialmente un memresistor, será necesario ajustar posteriormente las características del circuito al dispositivo físico para que siga presentando caos o la obtención de un modelo de sistema caótico que represente el dispositivo encontrado por HP.

6. Referencias

- [1] R. L. Boylestad. *Introductory Circuit Analysis*. 11° Ed. 2006. Prentice Hall. 1176 pp.
- [2] L. O. Chua, "Memristor-The Missing Circuit Element". *IEEE Transactions on Circuit Theory*. Vol. 18. No. 5. 1971. 507-519 pp.
- [3] D. B. Strukov, G. S. Snider, D. R. Stewart, R. S. Williams, "The Missing Memristor Found". *Nature*. Vol. 453. No. 7191. 2008. 80-83 pp.
- [4] L. O. Chua, S. M. Kang, "Memresistive Devices and Systems". *Proceedings of the IEEE*. Vol. 64. No. 2. 1976. 209-223 pp.
- [5] R. Barboza, L. O. Chua, "The Four Element Chua's Circuit". *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol. 18. No. 4. 2008. 943-955 pp.
- [6] B. Muthuswamy, L. O. Chua, "Simplest Chaotic Circuit". *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol. 20. No. 5. 2010. 1567–1580 pp.
- [7] "Datasheet, Analog Devices AD633 Multiplier". Available: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD633.pdf>. 2015.
- [8] A. Wolf, B. Swift, H. L. Swinney, J. A. Vastano, "Determining Lyapunov Exponent from a Time Series". *Physica D*. Vol. 16. No. 3. 1985. 285-317 pp.
- [9] J. M. Ginoux, C. Letellier, L. O. Chua, "Topological Analysis of Chaotic Solution of a Three Element Memristive Circuit". *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol. 20. No. 11. 2010. 3819-3827 pp.
- [10] I. Bendixson, "Sur les courbes definies par des equations differentielles". *Acta Mathematica*. Vol. 24. 1901. 1-88 pp.
- [11] Y. V. Pershin, M. Di Ventra, "Practical Approach to Programmable Analog Circuits with Memristors". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. Vol. 57. No. 8. 2010. 1857-1864 pp.

- [12] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's Circuit". IEEE Transactions on Circuits and Systems. Vol. 31. No. 12. 1984. 1055-1058 pp.
- [13] T. Matsumoto, L. O. Chua, S. Tanaka, "Simplest chaotic non autonomous circuit". Physical Review A. Vol. 30. No. 2. 1984. 1155-1157 pp.
- [14] R. Tokunaga, M. Komuro, T. Matsumoto, L. O. Chua, "Lorenz attractor from an electrical circuit with uncoupled piecewise-linear continuous resistors". International Journal of Control Theory and Applications. Vol. 17. No. 1. 1989. 71-85 pp.
- [15] B. Muthuswamy, P. P. Kokate, "Memristor-based chaotic circuits". IETE Technical Review. Vol. 26. No. 6. 2009. 417-429 pp.
- [16] B. Muthuswamy, "Implementing memristor based chaotic circuits". International Journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 20. No. 5. 2010. 1335-1350 pp.
- [17] T. Driscoll, Y. V. Pershin, D. N. Basov, M. Di Ventra, "Chaotic memristor". Applied Physics A. Vol. 102. No. 4. 2011. 885-889 pp.
- [18] M. Itoh, L. O. Chua, "Memristor Oscillators". International Journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 18. No. 11. 2008. 3183-3206 pp.
- [19] L. O. Chua, M. Komuro, T. Matsumoto, "The Double Scroll Family". IEEE Transactions on Circuits and Systems. Vol. 33. No. 11. 1986. 1072-1118 pp.

7. Autores

Ing. Moisés Torres Rivera obtuvo su título de Ingeniería Mecatrónica por parte del Instituto Tecnológico de Querétaro en el 2013, actualmente es estudiante de Maestría en Control y Sistemas Dinámicos en el Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica.