

Diseño, construcción y control de un sistema de levitación neumática

Irving Ulises Hernández Miguel

Universidad de la Sierra Sur, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca

Eufracia Mendoza Monjaraz

Universidad de la Sierra Sur, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca

Jesús Pacheco Mendoza

Universidad de la Sierra Sur, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca

José Alberto Cruz Tolentino

Universidad de la Sierra Sur, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca

Alejandro Jarillo Silva

Universidad de la Sierra Sur, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca

ajarillo@unsis.edu.mx

Resumen

En este trabajo de investigación se diseña, desarrolla y controla un sistema de levitación neumática empleando tecnología de bajo costo (arduino, software libre, etc.), con el objetivo de beneficiar al laboratorio de sistemas digitales de la Licenciatura en Informática de la Universidad de la Sierra Sur, ya que a través de este sistema será posible evaluar diferentes algoritmos de control (inteligente, difuso, neuronal, etc.) empleando diversas técnicas de diseño. Además se presenta el modelo matemático a través de aproximaciones y suposiciones consideradas del sistema, el modelo es importante cuando se requiere conocer parte del dentro del diseño de controles no lineales (Slotine Lee, par calculado, modos deslizantes, etc.). Por otra parte para la evaluación del sistema se emplean dos algoritmos de control ya conocidos, el PID

discreto y PID discreto + filtro Wavelet. El ruido es una señal persistente en sistemas electromecánicos en este sistema no es la excepción, es por ello que se propone un filtro digital empleando teoría Wavelet. Finalmente al comparar los resultados experimentales se verifica la eliminación de señales no deseadas (ruido) empleando el filtro digital, sin embargo, el nivel de descomposición de la señal de error y control depende de las características técnicas del procesador de la PC, esto resulta ser una desventaja cuando no se cuenta con un equipo de cómputo de altas prestaciones.

Palabra(s) Clave(s): Arduino, control, levitación neumática, modelado matemático.

1. Introducción

La necesidad de contar con sistemas de control que permitan a los alumnos de la licenciatura de informática de la Universidad de la Sierra Sur, evaluar diversos algoritmos de forma experimental es un problema que puede ser solucionado implementando tecnología de bajo costo y accesible en la construcción de prototipos. Para ello, en este trabajo se desarrolla el diseño, construcción y validación de un sistema de levitación neumática, el cual tiene como objetivo permitir evaluar algoritmos de control lineal y no lineal.

Suspender un cuerpo rígido en el aire dentro de un entorno abierto o cerrado sin que exista de por medio una fuerza física aplicada directamente sobre el cuerpo se denomina levitación, misma que es resultado de la existencia de una fuerza que contrarresta el peso del cuerpo u objeto levitante. Las formas que existen para lograr este fenómeno varían de acuerdo al medio utilizado, entre los cuales están, magnéticas, acústicas, neumáticas y electroestáticas. Sin embargo, el reto más grande se centra en suspender al objeto en el aire por un tiempo dado y en una posición determinada. Las aplicaciones de este tipo de sistemas se presentan en la industria de alimentos, por ejemplo, cuando se desea que ciertos productos no tengan un contacto directo con el metal de la banda transportadora [1], no obstante la comunidad científica se ha centrado más en el estudio de los sistemas de levitación magnética, claro ejemplo de ello es el tren de levitación magnética diseñado y construido en Alemania.

El reto más grande de un sistema de levitación se centra en posicionar al cuerpo u objeto levitante en un punto fijo a lo largo de un conducto cerrado o abierto. Para ello, el control de posición debe garantizar en todo momento contrarrestar los efectos a los que se somete al cuerpo rígido, por ejemplo, la fuerza que se ejerce en función del peso del objeto (fuerza de gravedad), además es necesaria una fuerza adicional que permita contrarrestar los desplazamientos dinámicos del objeto en levitación. Existen algunos trabajos en los cuales se presenta el modelo dinámico del sistema de levitación y estrategias de control, por ejemplo, J.M Escaño y colaboradores implementaron un control PID clásico, control borroso incremental y un controlador H_{∞} . El control PID requiere de sintonizar sus ganancias cada vez que se desea cambiar la posición del objeto, además este controlador carece de robustez ante las perturbaciones generadas durante la levitación. El controlador H_{∞} necesita de la identificación del sistema mismo que se aproxima a través del cálculo experimental con curvas de Bode, lo cual no resulta ser un procedimiento trivial. Finalmente, el controlador borroso incremental, el cual emplea lógica difusa, pero depende del ajuste de las constantes de un control PI [2]. Otro trabajo reportado es el proyecto *Levitation Beachballs* de los laboratorios de Princeton, donde obtienen mediante ecuaciones físico-matemáticas la estabilidad o punto de equilibrio vertical y horizontal de una esfera levitando en un ambiente abierto [3].

Por otra parte para la formación académica de los estudiantes de la Universidad de la Sierra Sur es importante aplicar los conocimientos adquiridos durante la impartición de materias relacionadas con la programación y la inteligencia artificial, para ello el diseño y construcción de este prototipo es de vital importancia, ya que con esto se pretende garantizar la aplicación de las diversas técnicas de control. El reto se centra en el diseño y construcción de un sistema de levitación neumática con altas prestaciones y de bajo costo, esto depende de varias consideraciones, siendo una de las más importantes determinar y caracterizar el objeto a levitar (tipo de material, diámetro, peso, color, etc), ya que de esto es posible determinar las especificaciones técnicas del actuador, el sensor de posición, las dimensiones de la base, ducto, variador de velocidad, etc. Si bien es cierto en el mercado existen una gran cantidad de sistemas de

control sub-actuados, por ejemplo, *ball and beam*, péndulo invertido, *pendubot*, carro péndulo, entre otros no menos importantes, sin embargo adquirir un sistema de esta naturaleza resulta ser costosa para algunas instituciones, es por ello la importancia de promover la construcción de sistemas empleando tecnología de bajo costo con fines puramente académicos.

Este artículo esta seccionado de la siguiente manera: en la segunda sección se presenta el diseño y construcción de un sistema de levitación neumática, en la sección 3 se da a conocer la aproximación del modelo matemático del sistema construido, en la sección 4 se aplican dos controladores, PID discreto y PID + filtro Wavelet, en la sección 5 se presentan resultados y discusiones y finalmente en la sección 6 se dan las conclusiones y trabajos a futuro.

2. Diseño y construcción del sistema de levitación neumático

Para el diseño y construcción del sistema de levitación neumática se presentan los siguientes módulos que son partes esenciales de la arquitectura general:

- a) *Módulo de sensado*: para monitorear la esfera dentro del ducto es necesario utilizar un sensor de posición. En este proyecto se emplea un sensor ultrasónico, el cual está constituido por un trasmisor y un receptor de ondas ultrasónicas. Cuando el emisor de ondas envía una secuencia de ellas se registra el tiempo exacto de envío, por otra parte cuando chocan y son reflejadas por el objeto levitante son captadas por el receptor, registrando el tiempo de llegada. A partir de cálculos matemáticos es posible obtener la distancia entre el sensor y el cuerpo rígido u objeto levitante (ver Fig. 1).

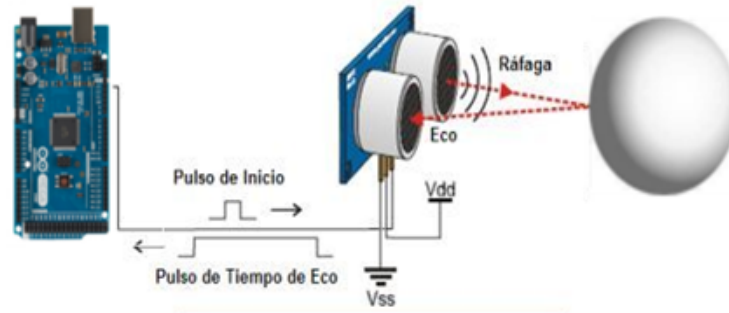


Fig. 1. Etapa de sensado.

b) *Módulo de control:* para el control de la esfera se utiliza un ventilador con un motor de 12 volts mismo que es asegurado en la base del sistema con la finalidad de generar corrientes de aire variables a lo largo del ducto que permitan manipular la posición de la esfera (ver Fig. 2). Sin embargo controlar la velocidad del motor resulta complicado debido a la no linealidad del mismo, para resolver el problema se realizó una caracterización del comportamiento del motor midiendo el voltaje de la entrada y la altura a la cual se encontraba la esfera en cada instante de tiempo.

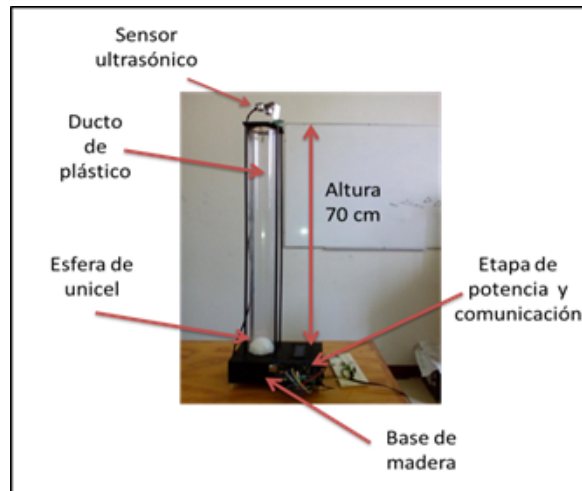


Fig. 2. Prototipo del sistema de levitación neumática.

En la Fig. 3, se observa la posición de la esfera en función del voltaje aplicado al motor, y es posible determinar que el comportamiento se asemeja en una gran parte a una línea recta (lineal), así es posible realizar una estimación de las ganancias de control a partir de la posición que se quiera llevar la esfera a lo largo del ducto cerrado. De otra manera resultaría difícil realizar la estimación de las ganancias de control.

c) *Módulo de interfaz de comunicación:* para llevar a cabo la comunicación entre el sistema y la computadora se utilizó tecnología Arduino por ser una de las más comerciales y económicas en el mercado. Además este módulo se complementa con electrónica digital y analógica. En la Tabla 1 se presentan las características técnicas de los elementos utilizados en la interfaz.

d)

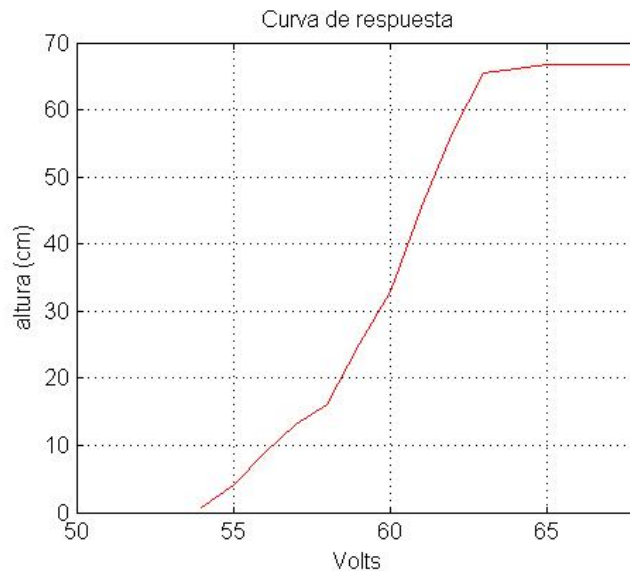


Fig. 3. Caracterización del motor.

Arduino	Display LCD
MEGA 2560 (Rev 3)	LCD 16x2 de backlight azul
Microcontrolador ATmega2560	COB (Chip-on-Board)
Pines Digitales I/O 54 (15 proveen salida PWM)	Controlador SPLC780D1 o controlador equivalente
Pines de entrada Analógicos 16 (Resolución de 10 bits)	Interfaz 4-bit 8-bit de interfaz paralelo
Memoria Flash de 256 KB (8 KB usada para el bootloader)	Esquema de conducción 1/16 Ciclo de trabajo, 1/5 Bias
SRAM 8 KB	Voltaje de alimentación 5,0 V
Velocidad del reloj 16 MHz	Temperatura de almacenamiento 20 -70 ° C

Tabla 1. Características técnicas de la tarjeta Arduino y del display LCD.

Los tres módulos se encuentran comunicados entre sí (ver Fig. 4) para ello se necesitan dispositivos electrónicos (reguladores de voltaje, resistencias fijas y variables, y transistores de pequeña señal) que permiten el acoplamiento entre los mismos. El potenciómetro conectado a la tarjeta permite modificar en tiempo real la posición deseada de la esfera modificando en cada instante de tiempo el error generado. Se utilizó un regulador de voltaje de 5 volts mismo que garantiza un paso de corriente no mayor a 1 ampere. Se cuenta con una pantalla misma que permite visualizar la posición de la esfera, la amplitud del error absoluto y de la señal de control, todo esto con la finalidad de ofrecer al alumno una interfaz en la cual sea posible interactuar y visualizar los datos más relevantes, sin embargo a través de la programación es posible realizar cambios de las variables desplegadas.

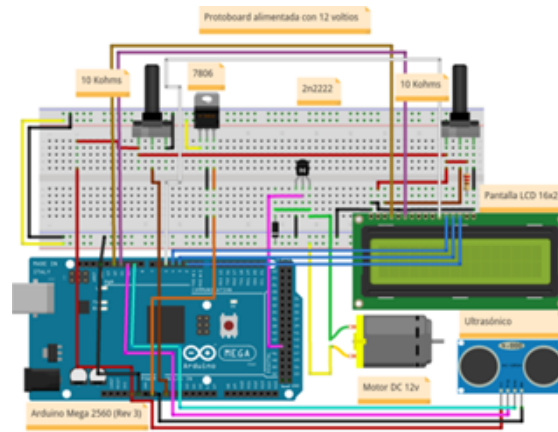


Fig. 4. Elementos interconectados del sistema de levitación neumática.

3. Aproximación del modelo matemático

El sistema de levitación está formado por una esfera (de unicel) y un ducto de forma cilíndrica (diámetro constante) como se muestra en la Fig. 5 (Izquierda).



Fig. 5. (Izquierda) Sistema de levitación. (Derecha) Fuerzas que actúan en el sistema.

Para obtener el modelo matemático del sistema de levitación se usó la metodología desarrollada en [4] ya que reúne condiciones similares a este modelo, con excepción de ciertos elementos que debido a la regularidad del ducto se omiten, tales como la fuerza de pérdidas en la expansión. Por lo tanto, las fuerzas que actúan sobre la esfera son: El

peso (W), la fuerza de fricción o fuerza de rozamiento (F_r) y la fuerza de propulsión (F_p). Dichas fuerzas se muestran en la Fig. 5 (Derecha). El objetivo es encontrar la relación matemática de las fuerzas que afectan a la esfera. Esto se puede hacer usando la segunda ley de Newton y la teoría de mecánica de fluidos [5,6]. Así se tiene que:

$$F_r + W - F_p = m\ddot{h} \quad (1)$$

donde: \ddot{h} es la aceleración del objeto levitante.

3.1. Fuerza de fricción (F_r)

La fuerza de fricción (F_r) depende del esfuerzo cortante generado por el movimiento del fluido y la superficie de control que se presenta por la interacción entre la esfera y el fluido. El esfuerzo cortante (τ) se define como la fuerza que se requiere para que una unidad de área de una sustancia se deslice sobre otra. Dicha fuerza se desarrolla cuando el fluido se mueve al interior del ducto. Las ecuaciones (2) y (3) representan esta fuerza.

$$F_r = \tau A \quad (2)$$

$$\tau = \mu \left(\frac{\Delta v}{\Delta r} \right) \quad (3)$$

donde: A es el área de control o el área sobre la esfera en la cual se presenta la fuerza de fricción. μ es el coeficiente de viscosidad dinámica del aire a temperatura de 20 °C y es igual a 1.8×10^{-5} Ns/m². Δv es el gradiente de velocidad, éste definido como la velocidad relativa entre la velocidad del flujo del aire alrededor de la esfera y la velocidad de la esfera. Δr es el espesor de la capa límite. El flujo de aire permanecerá en contacto con la esfera hasta un punto de desprendimiento o separación, a esta región se le conoce como capa límite (Ver Fig. 6).

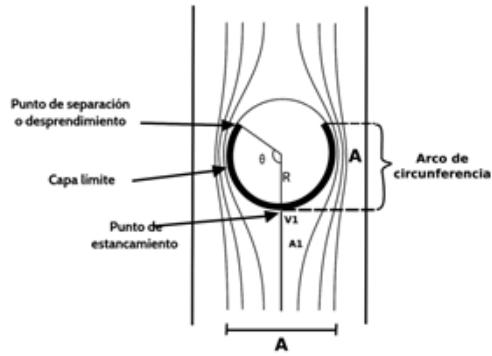


Fig. 6. Capa límite sobre la esfera.

El espesor de la capa límite Δr se obtiene como sigue:

$$\frac{\Delta r}{x} = \frac{1}{\sqrt{Re(x)}}, \quad \Delta r = \frac{x}{\sqrt{Re(x)}} \quad (4)$$

donde: x es la distancia entre el punto de estancamiento y el punto de separación. En la Fig. 6, x es el arco de circunferencia medido a un ángulo θ , es decir, $x = \theta R$ donde R es el radio de la esfera. $Re(x)$ es el número de Reynolds local que se encuentra en la capa límite, el cual se define como:

$$Re(x) = \frac{\rho v}{\mu} \quad (5)$$

Ahora calcularemos el área de control para finalmente obtener la fuerza de fricción.

3.2. Área superficial de control total (A_{sct})

El área superficial de control total (A_{sct}) es la suma del área de contacto (A_c) y el área superficial cilíndrica (A_{sc}).

$$A_{sct} = A_c + A_{sc} \quad (6)$$

El área de contacto (A_c), es el área en la cual interactúa el fluido y la esfera, y es una de las áreas en la que se presenta la fuerza de fricción (F_r). A_{sc} es el área donde no se presenta la fuerza de fricción. El área de contacto (A_c) varía según un ángulo β y éste ángulo depende del punto de desprendimiento de la capa límite en la esfera como lo muestra la Fig. 7 (Izquierda).



Fig. 7. (Izquierda) Área de contacto del fluido con la esfera (parte sombreada). (Derecha) Proyección del área de no contacto (Anc).

Para calcular el área de contacto (A_c) se separa esta región de la esfera y se proyecta el área de no contacto (A_{nc}) como se muestra en la Fig. 7 (Derecha). De la Fig. 7 (Izquierda) y usando funciones trigonométricas se calcula el radio r del área de no contacto:

$$r = R \cos \beta \quad (7)$$

La región mostrada en la Fig. 7 (Derecha) se calcula mediante la ecuación:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (8)$$

La ecuación de la esfera está dada por:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (9)$$

La ecuación (9) expresada en el plano xy nos da la función que define el área proyectada:

$$f(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \quad (10)$$

Así, el área de no contacto se obtiene calculando la doble integral

$$A_{nc} = \iint_{\text{región}} \sqrt{f_x^2(x, y) + f_y^2(x, y) + 1} dx dy \quad (11)$$

donde: f_x y f_y son las derivadas parciales con respecto a x y con respecto a y , respectivamente.

$$f_x(x, y) = \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \quad f_y(x, y) = \frac{-y}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (11) se obtiene:

$$A_{nc} = \iint_{\text{región}} \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} dx dy$$

Haciendo el cambio a coordenadas polares (Ver Figura 7 (Derecha)) y sabiendo que $r = R \cos \beta$ se obtiene:

$$A_{nc} = \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{R}{\sqrt{R^2 - \rho^2}} \rho d\theta d\rho = 2\pi R \int_0^r \frac{\rho d\rho}{\sqrt{R^2 - \rho^2}}$$

$$A_{nc} = 2\pi R \left[-\sqrt{R^2 - \rho^2} \right]_0^r = 2\pi R \left[R - \sqrt{R^2 - r^2} \right]$$

$$A_{nc} = 2\pi R \left[R - \sqrt{R^2 - R^2 \cos^2(\beta)} \right] = 2\pi R^2 [1 - \sin \beta]$$

$$A_{nc} = 2\pi R^2 [1 - \sin \beta] \quad (12)$$

Ahora el área de contacto (A_c) se obtiene restando el área de no contacto (A_{nc}) al área de la esfera.

$$A_c = A_{\text{esfera}} - A_{nc} = 4\pi R^2 - 2\pi R^2 [1 - \sin \beta]$$

$$A_c = 2\pi R^2 + 2\pi R^2 \sin \beta = 2\pi R^2 [1 + \sin \beta]$$

$$A_c = 2\pi R^2 [1 + \sin \beta] \quad (13)$$

3.3. Área superficial cilíndrica (A_{sc})

Debido a que el ducto del sistema levitante es un cilindro, el área a la altura de la esfera es el área de un cilindro truncado (ver Fig. 8 (Izquierda)).



Fig. 8. (Izquierda) Área superficial cilíndrica (A_{sc}). (Derecha) Puntos de referencia h_1 y h_2 en la esfera.

Para calcular esta área usaremos los puntos h_1 y h_2 , donde h_1 es el punto de estancamiento y h_2 es el punto de desprendimiento o separación tal como se muestra en la Fig. 8 (Derecha). De la Fig. 8 (Derecha), se obtiene que:

$$h_2 = h + r_e \sin \beta, \quad r_2 = r_d$$

donde: r_d es el radio del ducto.

Por lo tanto, el área desde el punto h_2 es:

$$Asc2 = 2\pi r_d h_2 = 2\pi r_d h_2 \quad (14)$$

Además:

$$h_1 = h - r_e, \quad r_1 = r_d$$

Y el área desde el punto h_1 es:

$$Asc1 = 2\pi r_d h_1 = 2\pi r_d h_1 \quad (15)$$

Por lo tanto, el área Asc es la diferencia entre Asc2 y Asc1:

$$\begin{aligned} Asc &= Asc2 - Asc1 = 2\pi r_d h_2 - 2\pi r_d h_1 = 2\pi r_d (h_2 - h_1) \\ Asc &= 2\pi r_d (h_2 - h_1) \end{aligned} \quad (16)$$

3.4. Fuerza de propulsión

La fuerza de propulsión representa la fuerza que desarrolla el ventilador y es igual al producto de la masa del aire que arroja en un segundo por la velocidad de los mismos.

Es la fuerza encargada de mover la esfera en el interior del ducto y se genera por la reacción de la aceleración de la masa del aire.

$$F_p = \dot{m}v \quad (17)$$

donde: \dot{m} es el cambio de la masa de aire y v la velocidad de la masa del aire.

En el ducto se genera un cambio de presión en alturas diferentes lo que provoca que la fuerza de propulsión aumente o disminuya. Esto se debe a que la esfera actúa como una obstrucción al libre movimiento del aire. El punto de estancamiento hace que el

flujo rodee la esfera hasta el punto de desprendimiento de la capa límite. En el momento en que el fluido sobrepasa la esfera se da el cambio de masa de dicho fluido.

Considerando el cambio de masa se obtiene:

$$F_p = \dot{m}_2 v_2 - \dot{m}_1 v_1 \quad (18)$$

La ecuación de la continuidad nos dice que la variación de masa dentro del volumen de control es igual al caudal másico que sale del volumen de control menos el caudal másico que entra al volumen de control:

$$\frac{dm_t}{dt} + \overline{m}_{sal} - \overline{m}_{ent} = 0$$

Debido a que la corriente de aire en el ducto no es afectada por fuerzas externas se tiene que $dm_{vc}/dt = 0$ y dado que las fuerzas internas no son disipadoras, entonces se cumple el teorema de Bernoulli. Por lo tanto:

$$\dot{m}_1 v_1 = \dot{m}_2 v_2, \quad \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

$$F_p = \dot{m}_2 v_2 - \dot{m}_1 v_1, \quad F_p = \dot{m} v_2 - \dot{m} v_1$$

$$F_p = \dot{m}(v_2 - v_1) \quad (19)$$

$$\dot{m} = \rho A v \quad (20)$$

Sustituyendo la ecuación (20) en la ecuación (19)

$$F_p = (v_2 - v_1) \rho A_1 v_1 \quad (21)$$

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$$

donde: v_2 es la velocidad a los lados de la esfera, v_1 es la velocidad de entrada, A_1 y A_2 son las áreas transversales (Ver figura 9). Sustituyendo las ecuaciones (2) y (21) en la ecuación (1) se obtiene finalmente:

$$\tau A + mg - \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right) \rho A_1 v_1^2 = m \ddot{h}$$

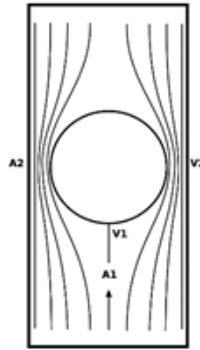


Fig. 9. Masa del fluido en el ducto.

4. Estrategias de control

La forma más conveniente de evaluar el sistema es a través de la implementación de un control que permita validar el modelo matemático de forma experimental. Para ello se somete al sistema a dos leyes de control, un PID discreto y un PID + filtro Wavelet.

- a) **Control PID:** es uno de los controles más empleados en la industria para el control de procesos, máquinas, bandas transportadoras, robots manipuladores, entre otros. Esto debido a que resulta fácil de implementar y requiere solamente de sintonizar las ganancias (ver Fig. 10). Sin embargo en sistemas sub-actuados resulta ser no tan trivial sintonizar las ganancias.

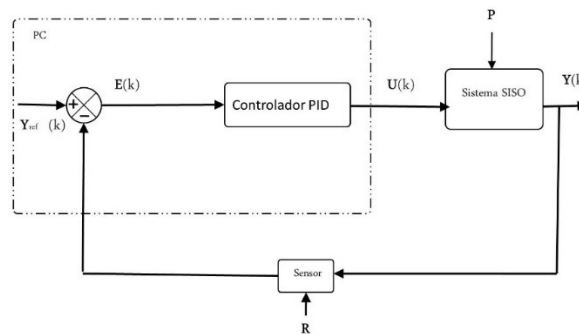


Fig. 10. Esquema de un sistema SISO con un controlador PID.

Por otra parte existen fuerzas externas al sistema que no pueden ser controladas, las cuales se denominan perturbaciones P que alteran o modifican la dinámica del sistema, es por ello imprescindible que el control presente robustez y estabilidad en lazo cerrado. Además, aunado a esto en ocasiones existe la presencia de ruido R en la lectura de la salida por parte del sensor, dicho problema puede ser corregido con la implementación de filtros analógicos o digitales

En general, el control PID considera la señal de error e como entrada y genera una salida como se presenta en la ecuación (22):

$$u = k_p e + k_i \int_0^t e dt + k_d \frac{de}{dt} \quad (22)$$

donde: k_p , k_d y k_i son las ganancias del PID que deben ser sintonizadas, y $e = y_{ref} - y$ que define el error.

El sistema de levitación neumática presentado en este trabajo, se programa empleando una PC, en consecuencia el control PID debe ser discretizado de tal manera que la ecuación resultante es:

$$u(k) = u(k-1) + k_1[e(k) - e(k-1)] + k_2 e(k) + k_3[e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (23)$$

donde: $e(k)$ corresponde al error en la muestra k mientras que k_1 , k_2 y k_3 determinan las ganancias del controlador de (23).

- b) **Controlador PID + Filtro Wavelet:** debido a la existencia de perturbaciones y señales de ruido que difícilmente pueden ser controladas, se requiere de una etapa de filtrado, ésta puede ser analógica o digital. Para este caso se consideran filtros digitales, existen filtros como Butterworth, Chevishev, pasa bajas, pasa bandas, pasa altas, entre otros. Sin embargo para implementarlos se requiere de la caracterización de la señal no deseada y en ocasiones no resulta sencillo realizar esta tarea. Para ello en este trabajo se emplea un filtro Wavelet [7], el cual descompone la señal de error en múltiples señales que van desde señales de baja escala alta frecuencia hasta señales de alta escala baja

frecuencia, esto permite depurar las señales no deseadas del sistema (ver Fig. 11).

La descomposición de la señal de error se realiza mediante la técnica de análisis multiresolución [8] utilizando un esquema de codificación sub-banda, se emplea filtros espejados de cuadratura con coeficientes del filtro de wavelet de soporte compacto de orden 2, dados por [9]. La señal de error se obtiene con (24).

$$E^*(k) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} C_{N,j} \phi_{N,j}(k) \quad (24)$$

donde: E^* es la señal de error filtrada; la función ϕ que es una función base wavelet que permite generar el subespacio ortonormal anidado $V \in L_2(\mathbb{R})$; donde existen los componentes de alta escala y baja frecuencia de la señal de error E ; C son los coeficientes de aproximación en el N-ésimo nivel de resolución del filtro, y se obtiene con (25)

$$C_{N,j}(k) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(k) \overline{\phi_{N,k}(k)} \quad (25)$$

donde: E es la señal de error a filtrar; $\overline{\phi}$ es el conjugado de la función ϕ en el N-ésimo nivel de resolución al que se somete E para ser filtrada.

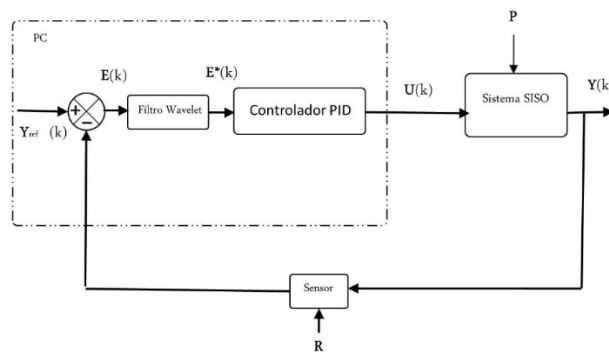


Fig. 11. Esquema de un sistema SISO con un controlador PID + Filtro Wavelet.

5. Resultados experimentales

A continuación se presentan los resultados obtenidos de las implementación del control PID y PID + Filtro Wavelet. Para los experimentos se utilizó una computadora con las siguientes características; Procesador Intel Core i3-3220 a 3.30Ghz, Memoria RAM 6GHZ, Ubuntu 10.04 y Tarjeta de video AMD Radeon Graphics Processor. La posición de referencia es de 20 cm de altura, la condición inicial parte del punto de equilibrio estable $x=0$.

5.1. Control PID

Las ganancias utilizadas en (23) son $k_1 = 4.5$, $k_2 = 0.01$ y $k_3 = 0.008$ la sintonización se realizó de forma experimental. En la Fig. 12 de lado izquierdo se puede observar la señal de error, la cual indica inestabilidad generada por una perturbación no controlada, pero el control logra estabilizarlo garantizando robustez en lazo cerrado. Sin embargo, se perciben señales de ruido (alta frecuencia baja escala) que se encuentran inertes en el sistema.

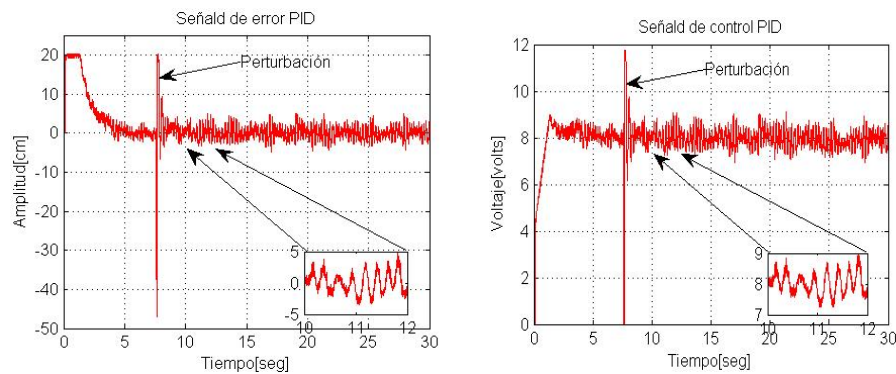


Fig. 12. Resultados del control PID.

En la Fig. 12 de lado derecho se observa la señal de control con la presencia de ruido lo cual genera un desgaste electromecánico en el actuador. Sin embargo aunque existe la presencia de perturbaciones el control logra estabilizar el sistema.

5.2. Control PID + filtro wavelet

Las ganancias utilizadas en (23) pero con E^* son $k_1 = 10, k_2 = 0.01$ y $k_3 = 0.00001$ mismas que fueron determinadas de forma experimental. En la Fig. 13, del lado izquierdo se presenta la señal de error filtrada E^* a un nivel de resolución $N=5$ del filtro Wavelet, aunque se realizaron pruebas con diferentes niveles de descomposición, se optó utilizar $N=5$ debido a que la señal de control (vista en la Fig. 13 de lado derecho) presentó mayor robustez y estabilidad ante perturbaciones, y una menor exigencia de desgaste electromecánico gracias a la ausencia de señales de alta frecuencia.

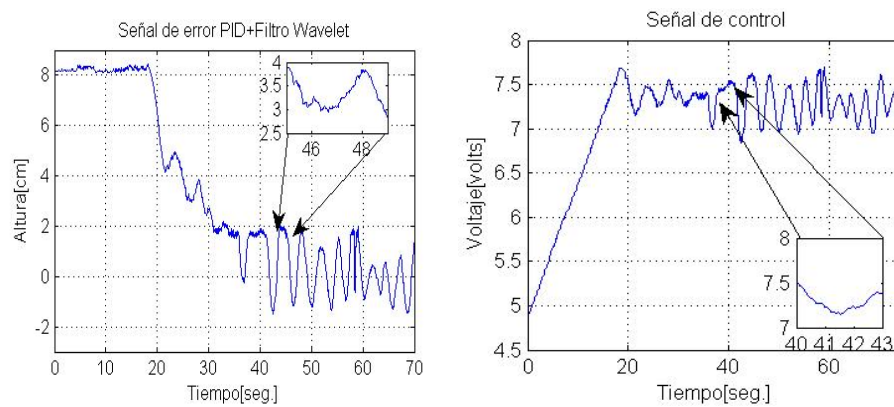


Fig. 13. Resultados del control PID + Filtro Wavelet.

6. Conclusiones

Diseñar, construir y controlar un sistema de levitación neumática a bajo costo empleando dispositivos electrónicos accesibles, y que además sea de gran utilidad desde el punto de vista académico resulta ser viable. Para evaluar el sistema se optó por implementar un control PID discreto, el cual aunque logró estabilizar al sistema en lazo cerrado presentó señales no deseadas proporcionadas por el propio sistema, de tal manera se propuso realizar un filtrado digital a la señal de error a través de un filtro wavelet con $N=5$ mismo que generó resultados optimistas en la señal de control debido a la eliminación de señales no deseadas.

Por otra parte se obtuvo el modelo matemático con la finalidad de que en trabajos futuros se implementen algoritmos de control no lineal que requieren del modelo parcial

o total. Al igual con la idea de disminuir la presencia de señales no deseadas se propone utilizar como sensor de posición una cámara de video.

7. Referencias

- [1] J. Reed, "Biscuit Levitation by airjets". Biennial Report. Silsoe Research Institute. 1998-2000. 12 p.
- [2] J. M. Escaño, M. G. Ortega, F. R. Rubio, "Identificación y control de posición de un sistema de levitación neumática". XXV Jornadas de Automática Ciudad Real. Vol 1.
- [3] K. T. McDonald, "Levitation Beachball". American Journal of Physics. Vol. 68. 2000. 388-389 pp.
- [4] V. H. Mosquera Leyton, G. Bacca, O. Quiñones, et al., "Control de posición de un sistema de levitación". Revista Universitaria en Telecomunicaciones, Informática y Control. Vol. 1. No. 2. Noviembre 2012. 9-17 pp.
- [5] R. L. Mott, "Mecánica de fluidos aplicada". Cuarta Edición. 1996. Pearson Prentice Hall. México. 145-190, 467-490 pp.
- [6] I. H. Shames, "Mecánica de fluidos". Tercera edición. 1995. Mc. Graw Hill. Colombia. 237-254, 315-378 pp.
- [7] A. Jarillo, O. Domínguez, J. A. Cruz, L. E. Ramos, "Design and Experimental Results of a Wavelet Filter for High Performance in Trajectory of Robotic Systems". Internatinal Journal of Scientific and Engineering Research, Vol. 3 (10), 2012. 1-7.
- [8] S. Mallat, "A Theory Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation". IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell. Vol. 11. 1989. 674-693 pp.

- [9] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets". 1° Edición. 1992. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, Pennsylvania. 195 p.

8. Autores

M.C. Alejandro Jarillo Silva profesor investigador de la Universidad de la Sierra Sur, líneas de investigación; interfaces humano máquina, interacción humano computadora, sistemas cerebro computadora, control de sistemas sub-actuados. Ingeniero en electrónica y telecomunicaciones egresado de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.

M.C José Alberto Cruz Tolentino profesor investigador de la Universidad de la Sierra Sur, líneas de investigación; Control wavelet, inteligencia artificial, interfaces hápticas, control de sistemas electromecánico. Ingeniero eléctrico por el Instituto Tecnológico de Pachuca.

M.C Jesús Pacheco Mendoza profesor investigador de la Universidad de la Sierra Sur. Las líneas de investigación son: matroides, modelado matemático de sistemas electromecánicos. Licenciado en Matemáticas aplicadas por la Universidad Tecnológica de la Mixteca, Maestro en ciencias con especialidad en ciencias matemáticas por el Universidad Nacional Autónoma de México.

Irving Ulises alumno de la licenciatura en informática de la Universidad de la Sierra Sur, actualmente la línea de investigación se centra en los sistemas cerebro máquina, diseño mecánico y eléctrico de sistemas electromecánicos.

Eufracia Monjaraz Mendoza pasante de la licenciatura en informática de la Universidad de la Sierra Sur, actualmente su línea de investigación es el control de sistemas a través de la generación de algoritmos empleando teoría wavelet.