

GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS PARA UN ROBOT DUAL DE 15 GRADOS DE LIBERTAD MEDIANTE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA RECURSIVA A LA CINEMÁTICA INVERSA

TRAJECTORY PLANNING FOR A DUAL 15 DEGREE OF FREEDOM ROBOT THROUGH THE RECURSIVE NUMERICAL SOLUTION OF THE INVERSE KINEMATICS

Javier Alexis Abdor Sierra

Instituto Politécnico Nacional, México
jabdors1900@alumno.ipn.mx

Emmanuel Alejandro Merchán Cruz

Instituto Politécnico Nacional, México
eamerchan@ipn.mx

Flavio Arturo Garfías Sánchez

Instituto Politécnico Nacional, México
fsanchezga@ipn.mx

Ricardo Gustavo Rodríguez Cañizo

Instituto Politécnico Nacional, México
rgrodriguez@ipn.mx

Recepción: 29/octubre/2020

Aceptación: 27/noviembre/2020

Resumen

En este trabajo, se presenta una estrategia para la generación de trayectorias de un robot dual de 15 grados de libertad. El robot está formado por dos manipuladores redundantes de 7 grados de libertad y una plataforma giratoria. Para ambos manipuladores, el modelo de cinemática directa se obtuvo mediante la convención Denavit-Hartenberg, con cada brazo considerando el grado de libertad de la plataforma giratoria. Se utiliza un método numérico iterativo para resolver el problema de la cinemática inversa, el método propuesto primero resuelve la cinemática inversa para 8 grados de libertad, es decir un brazo y la plataforma giratoria, y luego resuelve 7 grados de libertad para el otro brazo. Los modelos cinemáticos y las simulaciones de trayectoria se implementaron en Matlab®, donde

el método numérico iterativo mostró resultados exitosos para las trayectorias debido a que el error promedio de orientación y posición es cero.

Palabras Clave: Cinemática, grados de libertad, robot dual, trayectoria.

Abstract

In this work, a strategy for trajectory planning for a 15 degree of freedom dual robot is presented. The robot is made up of two redundant 7 degrees of freedom manipulators and a turntable. For both manipulators, the forward kinematics model was obtained through the Denavit-Hartenberg convention, with each arm considering the degree of freedom of the turntable. An iterative numerical method is used to solve the inverse kinematics problem, the proposed method first solves the inverse kinematics for 8 degrees of freedom, that being one arm and the turntable, and then solves for 7 degrees of freedom for the other arm. Kinematic models and trajectory simulations were implemented in Matlab©, where the iterative numerical method showed great results for non-coordinated and coordinated trajectories because the average orientation and position error is zero.

Keywords: Degrees of freedom, dual robot, kinematics, trajectory.

1. Introducción

En la actualidad, gracias a la revolución industrial 4.0 se ha incrementado el interés en los robots duales esto, debido a su capacidad de imitar los movimientos de un brazo humano y así completar tareas complejas con una mayor eficiencia. Estos robots se componen de manipuladores de 6 a 7 grados de libertad generando así un movimiento completo a través de un plato giratorio. Su principal entorno es la manufactura e investigación [Weng, 2019].

La manipulación de los robots duales se puede dividir en dos categorías: manipulación no coordinada y manipulación coordinada. La manipulación no coordinada, se refiere a que cada manipulador del robot dual realiza una tarea diferente. Por ejemplo, un manipulador realiza la tarea de empacar piezas y el otro manipulador hace la tarea de soldar. Por otra parte, la manipulación coordinada tiene dos subcategorías; orientada a cumplir un objetivo y bimanual. La

manipulación coordinada para cumplir un objetivo se basa en que los dos robots trabajan en conjunto para cumplir una misma tarea. A su vez, la manipulación coordinada bimanual consiste en que los dos manipuladores interactúan con un mismo objeto [Smith, 2012].

Algunas de las aplicaciones que puede realizar los robots duales que solo las podían realizar personas en un entorno industrial son el ensamble, transferencia de piezas, y empaque. Así mismo, en entornos fuera de lo industrial, los robots duales se emplean en órbita espacial realizando misiones de servicio como reparación de la nave espacial y reabastecimiento de combustible, así evitando que los astronautas se expongan a situaciones peligrosas [Shi, 2018]. Otra aplicación, radica en el uso de robots duales para la rehabilitación de pacientes con deficiencias motoras de las extremidades superiores, los robots brindan un entrenamiento más intensivo, repetitivo e interactivo [Li, 2019]. Es así que, la importancia del cálculo de la cinemática inversa y la planeación de trayectorias para sacar el mejor provecho de los robots duales.

Investigaciones relacionadas con el cálculo de la cinemática inversa y generación de trayectorias para robots duales, [Li, 2019], propone una variación del algoritmo *rapidly-exploring trees* (RRT) para la planeación de trayectorias con un robot-dual. El robot dual consiste en dos robots universales UR5 y el algoritmo propuesto VT-RRT transforma y adapta el espacio de búsqueda ajustando el tamaño del paso de acuerdo con la posición deseada. El algoritmo propuesto superó al RRT en tiempo de planeación de trayectorias e incrementando la eficiencia de búsqueda. Por otro lado, [Gao, 2019], presentan la solución de la cinemática inversa de un robot dual de 7 grados de libertad utilizando la fórmula del producto de exponenciales (POE) y el método de subproblemas de Paden-Kahan. Los resultados fueron evaluados calculando una posición y orientación para el efector final y se obtuvo un error que se encontraba en la tolerancia permitida. Para el correcto y eficaz uso de estos robots se toma en cuenta la forma en la que se va a mover el mismo, es decir su cinemática; por esta razón en este trabajo se resuelve la cinemática inversa con el fin de determinar las trayectorias. Esta aplicación se realiza por medio de un robot dual de 15 grados de libertad, está compuesto por dos manipuladores de 7 grados

de libertad y 1 grado más en su plataforma giratoria por lo que se puede probar las aplicaciones anteriormente descritas por medio de una simulación en Matlab© que muestra las distintas trayectorias finales que puede llegar a realizar el sistema robótico para garantizar una funcionalidad precisa al momento de definir las trayectorias propuestas por el usuario.

2. Métodos

En esta sección se presenta el modelo cinemático del robot dual utilizando la convención de Denavit-Hartenberg, la solución de la cinemática inversa a través de un método numérico iterativo y, por último, la generación de trayectorias.

Modelo cinemático del robot dual

El robot que se utilizó para el estudio es el Motoman SDA20D de Yaskawa que se muestra en la figura 1. El robot está compuesto de dos manipuladores redundantes independientes y una plataforma giratoria. En cuanto a los manipuladores independientes, estos son el Motoman SIA20D, cada manipulador cuenta con 7 grados de libertad, mientras que la plataforma giratoria tiene un grado de libertad, así teniendo en total 15 grados de libertad.

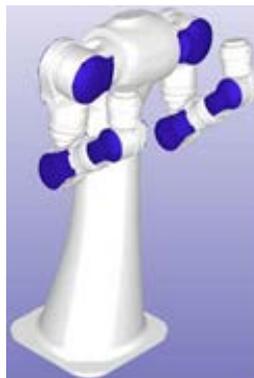


Figura 1 Motoman SDA20D.

Con respecto al cálculo de la cinemática directa, se utilizó la convención de Denavit-Hartenberg (D-H), que indica que con cuatro transformaciones básicas se puede relacionar un sistema de coordenadas de un eslabón con otro, siempre y cuando se

cumplan las normas de la definición de los sistemas de coordenadas dada por la convención [Barrientos, 2009]. Las cuatro transformaciones básicas en orden son:

- θ_i – Ángulo entre los ejes x_{i-1} y x_i con respecto al eje z_{i-1}
- d_i – Distancia entre los ejes x_{i-1} y x_1 a lo largo del eje z_{i-1}
- a_i – Ángulo entre los ejes z_{i-1} y z_i con respecto al eje x_{i-1}
- α_i – Distancia entre los ejes z_{i-1} y z_i a lo largo del eje x_{i-1}

Teniendo en cuenta el orden de las transformaciones básicas, la matriz resultante que relaciona un sistema de coordenadas con otro, se puede observar en la ecuación 1.

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para calcular los parámetros (D-H), el robot se divide en tres partes: la primera parte es el manipulador derecho, la segunda parte se toma la plataforma giratoria y la tercera parte el manipulador izquierdo. Así mismo, primero se obtiene los parámetros del manipulador derecho de 7 grados de libertad, en la posición y representación que se observa en la figura 2. Después, se calcula el parámetro para la plataforma giratoria con el manipulador derecho.

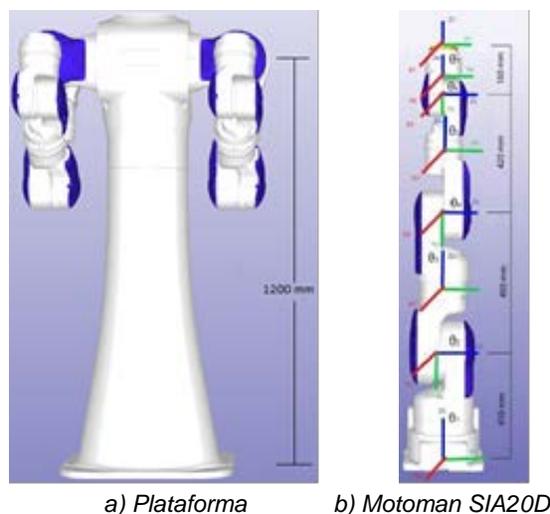


Figura 2 Dimensiones del robot.

Por último, se calcula el parámetro de la plataforma giratoria con el robot izquierdo y se completa con los mismos parámetros que se calcularon para el manipulador derecho. En la tabla 1 se presenta los parámetros D-H para el manipulador derecho y en la tabla 2 se presenta los parámetros D-H para el manipulador izquierdo.

Tabla 1 Parámetros D-H brazo izquierdo.

Articulación	θ_i	d_i	α_i	a_i
1	$-180 < \theta_1 < 180$	1200	90	0
2	$-180 < \theta_2 < 180$	410	-90	0
3	$-110 < \theta_3 < 110$	0	90	0
4	$-170 < \theta_4 < 170$	490	-90	0
5	$-130 < \theta_5 < 130$	0	90	0
6	$-180 < \theta_6 < 180$	420	-90	0
7	$-110 < \theta_7 < 110$	0	90	0
8	$-180 < \theta_8 < 180$	180	0	0

Tabla 2 Parámetros D-H brazo derecho.

Articulación	θ_i	d_i	α_i	a_i
1	$-180 < \theta_1 < 180$	1200	-90	0
2	$-180 < \theta_2 < 180$	410	-90	0
3	$-110 < \theta_3 < 110$	0	90	0
4	$-170 < \theta_4 < 170$	490	-90	0
5	$-130 < \theta_5 < 130$	0	90	0
6	$-180 < \theta_6 < 180$	420	-90	0
7	$-110 < \theta_7 < 110$	0	90	0
8	$-180 < \theta_8 < 180$	180	0	0

Cabe resaltar, que en total hay 8 parámetros para cada manipulador, pero la articulación 1 representa el grado de libertad de la plataforma giratoria que siempre va a ser igual para los dos.

Ya con los parámetros D-H calculados, se obtienen las matrices homogéneas ${}^0T_{8i} = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^7A_8$ y ${}^0T_{8d} = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^7A_8$ que otorga la orientación y posición del efector final del manipulador izquierdo y derecho con respecto a la base del robot.

Cinemática inversa del robot dual

El problema de la cinemática inversa consiste en encontrar los ángulos correspondientes para posicionar el efector final de un manipulador en una posición y orientación deseada con respecto a la base. Si bien, los métodos geométricos y

algebraicos son comunes para resolver la cinemática inversa una vez que aumentan los grados de libertad el problema se vuelve complejo. Por esta razón, los métodos numéricos iterativos han sido de gran utilidad para resolver la cinemática inversa para robots de más de dos grados de libertad.

Dicho lo anterior, para resolver la cinemática inversa del robot dual, se utiliza un método numérico iterativo, donde se calcula la cinemática inversa para el manipulador izquierdo y posteriormente para el manipulador derecho, teniendo en cuenta que el primer grado de libertad va a ser igual para los dos.

Por ejemplo, para el manipulador izquierdo se calcula el ángulo de la plataforma giratoria y los siete ángulos del manipulador. Para el manipulador derecho, se toma el mismo ángulo de la plataforma giratoria y solo se calculan los 7 ángulos de este. En cuanto a la implementación del algoritmo para el método iterativo, primero se comienza con las ecuaciones de diseño, estas están dadas por la matriz de transformación homogénea que se presenta en la ecuación 2.

$$T = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde, $n_x, n_y, n_z, s_x, s_y, s_z, a_x, a_y, a_z$ representa la orientación del efector final con respecto a la base del robot y p_x, p_y, p_z representa la posición del efector final con respecto a la base del robot. En total se obtiene 12 ecuaciones de diseño no lineales que se linealizan por medio de la obtención de la matriz Jacobina. La matriz Jacobiana está dada por la ecuación 3.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_8} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_8} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde $\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j}$ es la derivada parcial, evaluada por aproximación diferencial como en la ecuación 4. Donde, Δt es 30.

$$\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j} = \frac{f_i(\theta_1, \dots, \theta_j + \Delta t, \dots, \theta_j) - f_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j)}{\Delta t} \quad (4)$$

Una vez linealizado el sistema, se tiene un sistema de ecuaciones sobre determinado, teniendo 12 ecuaciones y 8 incógnitas. Para resolver el sistema de ecuaciones se utiliza el método Moore-Penrose, también llamado de la matriz pseudoinversa [Merchán, 2005].

El algoritmo tiene dos argumentos de entrada, el primero es la matriz homogénea deseada y el segundo es una estimación inicial. Cabe resaltar que, dado por la redundancia del robot, la estimación inicial del algoritmo debe ser cercana a la solución para que mantenga su configuración ya que puede encontrar más de una solución diferente. Además, para que el robot mantenga su configuración durante una trayectoria, se toma la solución del punto anterior como la estimación inicial para el cálculo del nuevo punto. En la figura 3, se puede observar el diagrama de flujo del algoritmo del método numérico.

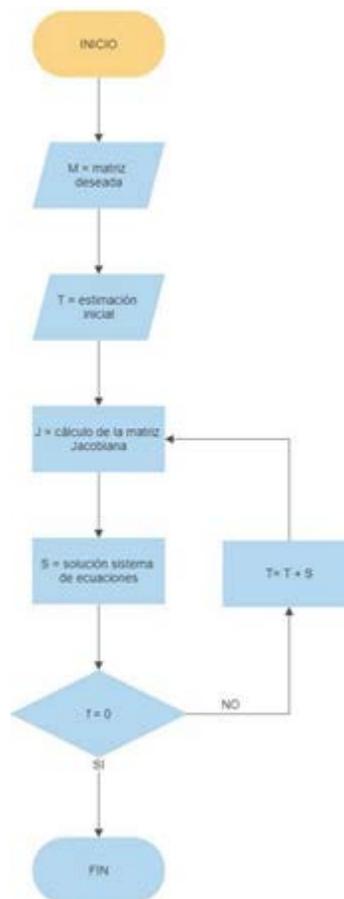


Figura 3 Diagrama de Flujo.

Para validar el desempeño del método numérico, se inicializa el robot en su posición inicial y se aplica una traslación de una distancia d al manipulador derecho con respecto al eje Y de la base del robot. Además, se aplica una traslación al manipulador izquierdo de la misma distancia d , con respecto al eje Z de la base del robot. En la figura 4a, el robot se encuentra en su posición de inicio y en la figura 4b, se puede observar las traslaciones de ambos manipuladores con respecto a los ejes que se eligieron.

Por otra parte, se puede observar cómo los dos manipuladores cumplen en mantener la orientación inicial.

En cuanto al tiempo de ejecución del método numérico, mantiene un excelente desempeño ya que calcula la cinemática inversa de los dos manipuladores en 110 ms por posición, siendo así una opción viable para su implementación.

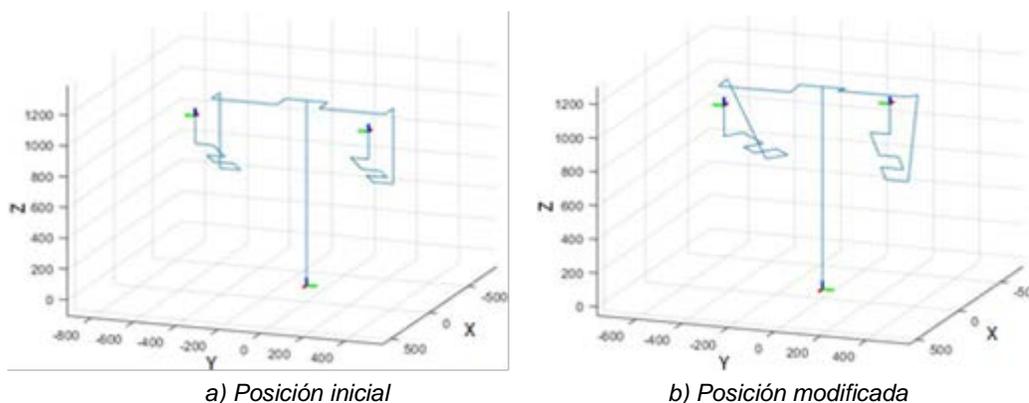


Figura 4 Cálculo de la cinemática inversa.

Generación de trayectorias

La generación de trayectorias de un manipulador se realiza eligiendo un punto inicial y un punto final. Además, se puede elegir de qué forma se va a realizar la trayectoria entre esos dos puntos. Por ejemplo, se puede escoger que la trayectoria se realice en una línea recta, de forma circular y de forma articulada. Así mismo, cada trayectoria esta dividida en puntos intermedios, donde el número de puntos significa que tanto se desplaza el efector final.

Como se indicó anteriormente, los robots duales cuentan con dos tipos de manipulación, no coordinada y coordinada. Para la manipulación no coordinada, se

realiza una trayectoria de un cuadrado con el manipulador derecho y una línea recta con el manipulador izquierdo. Cada lado del cuadrado mide 200 mm que se van a recorrer en incrementos de 5 mm, es decir, cada lado del cuadrado va a tener 40 puntos intermedios. Por otro lado, la línea recta que va a realizar el manipulador izquierdo mide 200 mm, está dividida en 40 puntos intermedios y va a tener incrementos de 5 mm cada punto. Para que el manipulador izquierdo no quede en el punto final mientras que el manipulador derecho continua con la trayectoria del cuadrado, la trayectoria de la línea recta se realiza cuatro veces. En la figura 5, se muestra en color rojo la trayectoria que debe realizar cada robot.

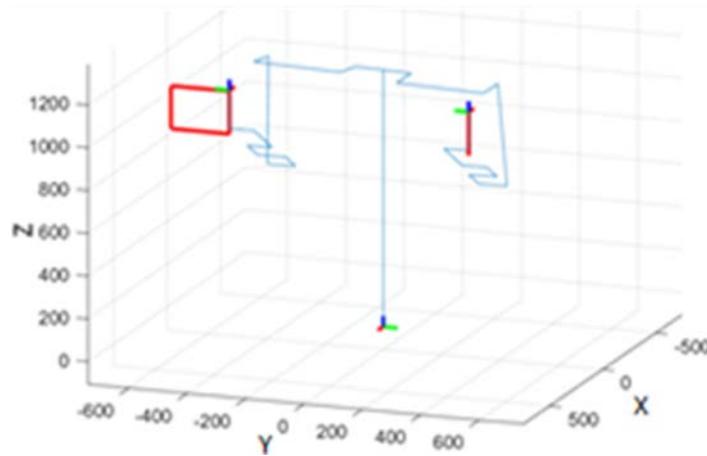


Figura 5 Trayectoria deseada.

Por otro lado, la manipulación coordinada se realizó tomando el manipulador derecho como el principal y a medida que, se mueve el manipulador izquierdo lo sigue siempre a una distancia y orientación deseada. Primero, se alinean los dos manipuladores de manera que los efectores finales estén de frente en el eje Z. Después, se crea una matriz de transformación homogénea que relaciona el efector final del manipulador izquierdo efI con el efector final del manipulador derecho efD , la matriz creada se encuentra en la ecuación 5.

$${}^{efD}T_{efI} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 120 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Por último, teniendo la matriz ${}^0T_{8d}$ que relaciona el efector final del manipulador derecho con la base y cada vez que se le aplica alguna transformación básica, se obtiene la nueva ${}^0T_{8i}$ deseada para el robot izquierdo mediante la ecuación 6.

$${}^0T_{8i} = {}^0T_{8d} * {}^{efD}T_{efI} \quad (6)$$

3. Resultados

Para la manipulación no coordinada del robot, la trayectoria del cuadrado y de la línea recta que realizaron los manipuladores se puede observar en la figura 6. La figura 6, muestra la primera mitad de la trayectoria, es decir, los 80 primeros puntos donde los manipuladores siguen la trayectoria correctamente manteniendo siempre la posición del codo y la orientación deseada.

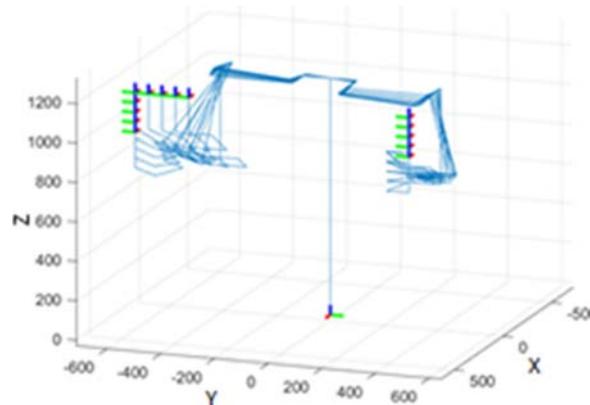


Figura 6 Primera mitad de la trayectoria.

En la figura 7, se puede observar la segunda mitad de la trayectoria, así como la trayectoria completa. Se observa que, como en el caso de la figura 6, el robot siempre mantiene la posición del codo y la orientación.

Por otro lado, en la figura 8, se presentan los perfiles de posición angular de las articulaciones del manipulador derecho e izquierdo durante toda la trayectoria. Se puede observar que los cambios se realizan de manera suave teniendo cambios pequeños.

Con respecto a la generación de trayectorias para la manipulación coordinada, este difiere con el método anterior ya que se van a aplicar las seis transformaciones

homogéneas para que se pueda visualizar como el efector final del manipulador izquierdo siempre mantiene su posición y orientación dada en la ecuación 5, con el efector final del manipulador derecho.

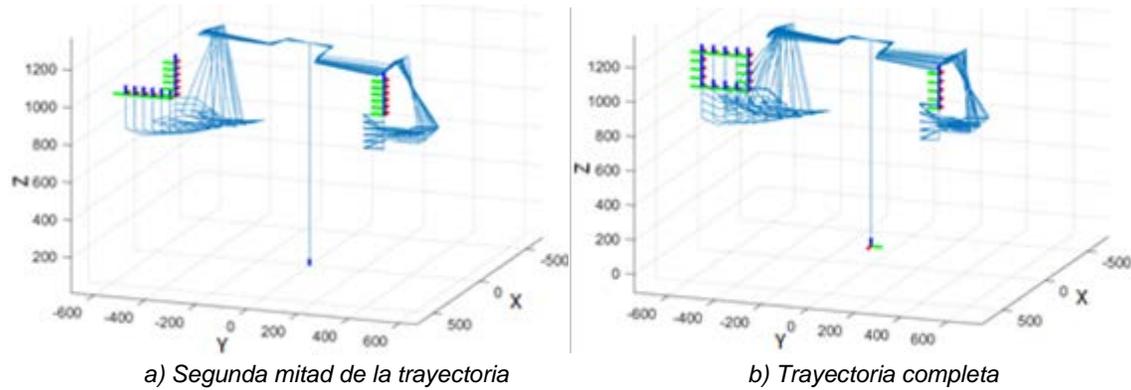


Figura 7 Segunda mitad de la trayectoria y trayectoria completa.

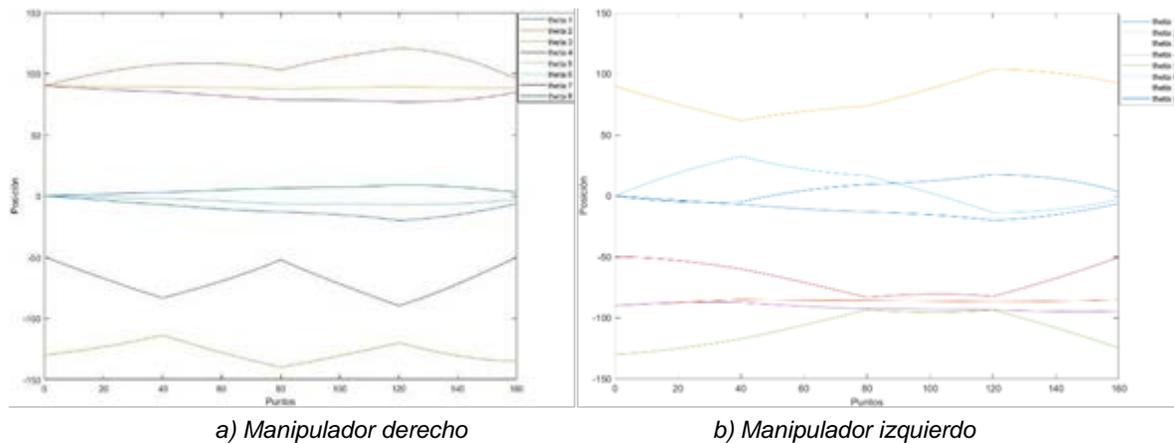
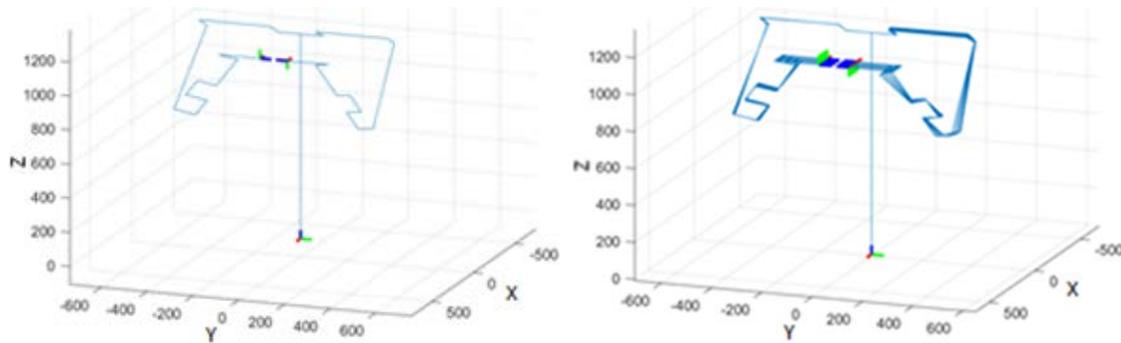


Figura 8 Perfiles de posición durante la trayectoria.

Las transformaciones que se aplicaron al manipulador derecho se hacen con respecto a efector final de éste, las transformaciones son las siguientes:

- Traslación en X de -100 mm, cada paso es de -5 mm
- Rotación en X de 15 grados, cada paso es de 1 grado
- Traslación en Y de -100 mm, cada paso es de -5 mm
- Rotación en Y de 30 grados, cada paso es de 1 grado
- Traslación en Z de 100 mm, cada paso es de 5 mm
- Rotación en Z de 20 grados, cada paso es de 1 grado

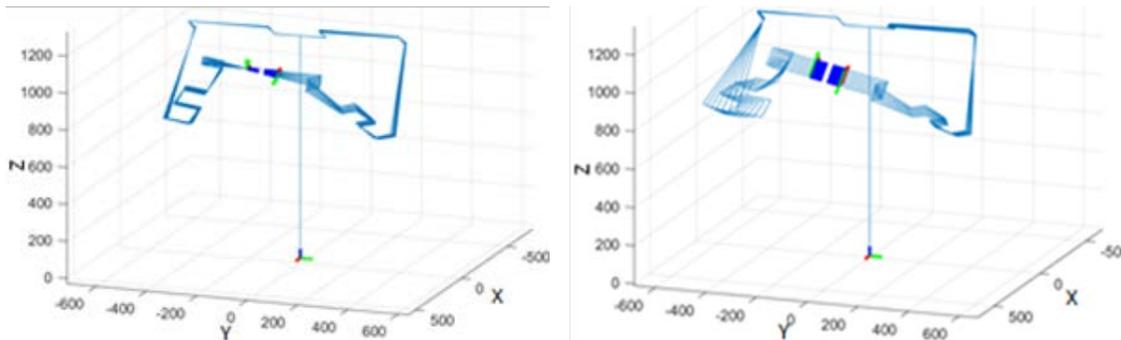
En la figura 9, se observa la posición inicial en la que comienza el robot y la traslación en X. En la figura 10, se muestra la rotación en X y posteriormente la traslación en Y. Así mismo, en la figura 11, se observa la rotación en Y, y la traslación en Z. Finalmente, en la figura 12 se muestra la rotación en Z.



a) Posición Inicial

b) Traslación en X

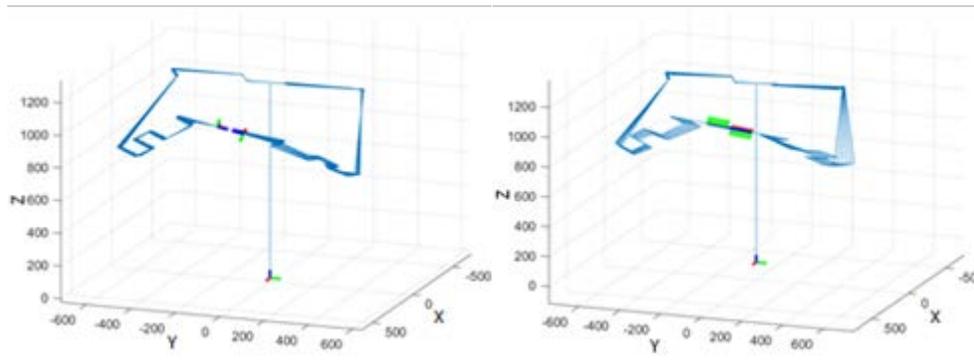
Figura 9 Posición inicial y traslación en X.



a) Rotación en X

b) Traslación en Y

Figura 10 Rotación en X y traslación en Y.



a) Rotación en Y

b) Traslación en Z

Figura 11 Rotación en Y, y traslación en Z.

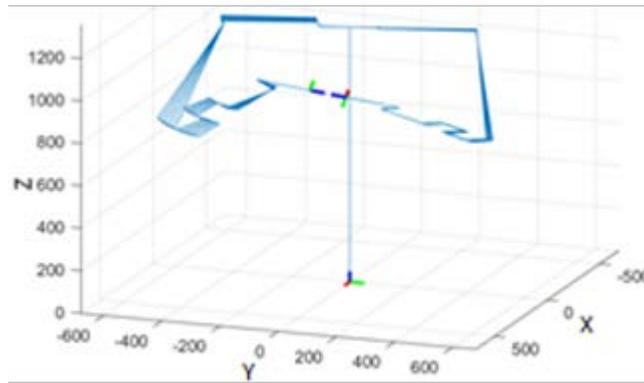
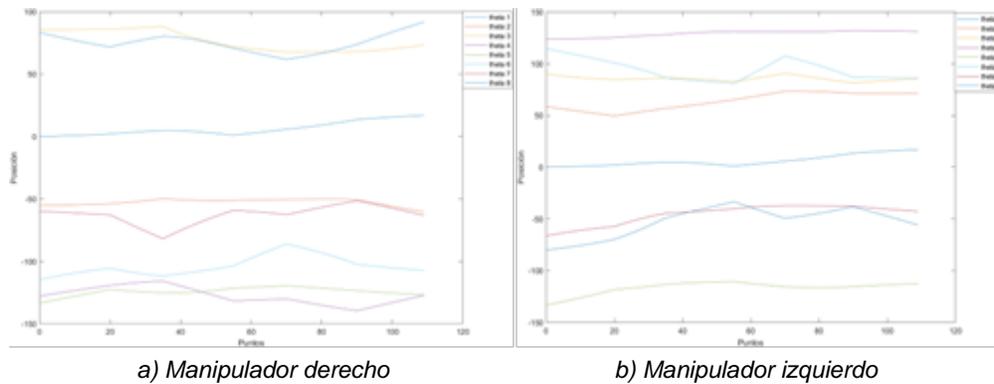


Figura 12 Rotación en Z.

Por otro lado, en la figura 13 se puede observar los perfiles de posiciones angulares de las articulaciones de los manipuladores derecho e izquierdo durante toda la trayectoria. Se puede apreciar que, como en el caso de la trayectoria no coordinada, mantiene movimientos suaves.



a) Manipulador derecho
b) Manipulador izquierdo
Figura 13 Perfiles de posición durante la trayectoria.

Por otra parte, el desempeño del método numérico también fue evaluado teniendo en cuenta el error de posición y orientación para cada punto de la trayectoria y el tiempo que toma para que el método converja a la solución deseada. Para encontrar el error de posición y orientación para cada punto de la trayectoria, se tiene dos matrices de transformación homogénea, la matriz deseada y la matriz obtenida mediante el método numérico. El error de posición se obtiene hallando la magnitud entre el vector de posición de la matriz obtenida y la matriz deseada. Similarmente, el error de orientación se halla tomando la magnitud de cada vector de orientación

de la matriz de obtenida y la matriz deseada y sumando los tres errores para tener un error acumulado. Todos los puntos de cada trayectoria fueron evaluados para obtener un error promedio de posición y orientación, los resultados se pueden observar en la tabla 3. En cuanto al tiempo que tarda para converger a la solución deseada, se utiliza las funciones de tic, toc de Matlab© para encontrar el tiempo, estos tiempos también se pueden observar en la tabla 3.

Tabla 3 Error y tiempo promedio.

	Error promedio de posición (mm)	Error promedio de orientación	Tiempo promedio para cada punto
Trayectoria no coordinada brazo derecho	0	0	55 ms
Trayectoria no coordinada brazo izquierdo	0	0	40 ms
Trayectoria coordinada brazo derecho	0	0	110 ms
Trayectoria coordinada brazo izquierdo	0	0	280 ms

A su vez, en la figura 14a se muestra otra trayectoria no coordinada deseada. La trayectoria consiste en triángulos de diferentes dimensiones, donde cada lado del triángulo esta dividió en 40 puntos intermedios, y 120 puntos en total. La trayectoria generada por el método numérico se puede observar en la figura 14b donde igual que la primera trayectoria, los manipuladores conservan su orientación y configuración durante la trayectoria. Así mismo, se generó otra trayectoria coordinada, figura 15. La trayectoria consiste en 120 puntos en total con 30 puntos intermedios por cada lado donde al igual que la primera trayectoria coordinada, el manipulador izquierdo va a mantener la posición y orientación dada por la matriz en la ecuación 5 con respecto al manipulador derecho.

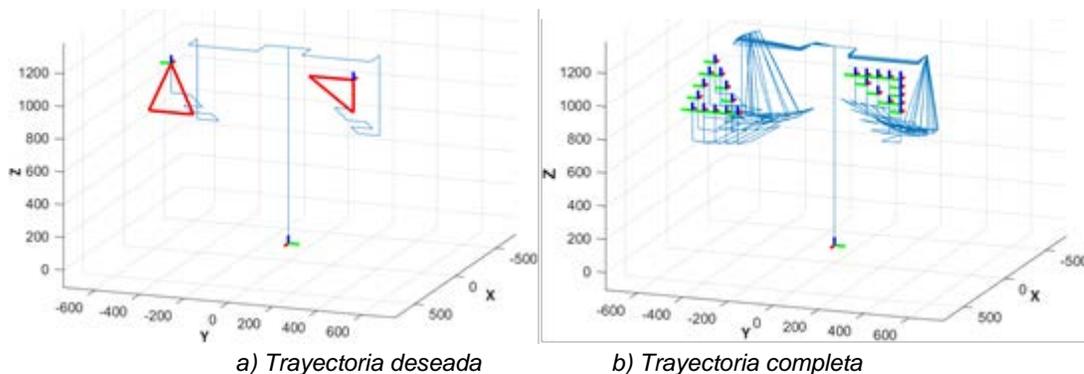


Figura 14 Trayectoria triangular deseada y trayectoria generada.

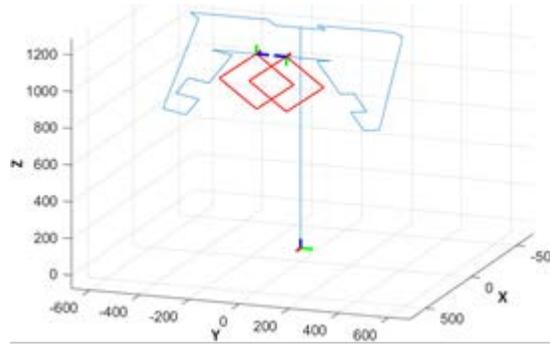


Figura 15 Trayectoria deseada.

Los resultados de la trayectoria se muestran en figura 16. Como se puede observar, el manipulador izquierdo siempre mantiene la misma distancia y orientación con respecto al manipulador derecho, así siguiendo la trayectoria correctamente. También, se evaluó el desempeño del algoritmo similar a las primeras trayectorias, los resultados se muestran en la tabla 4.

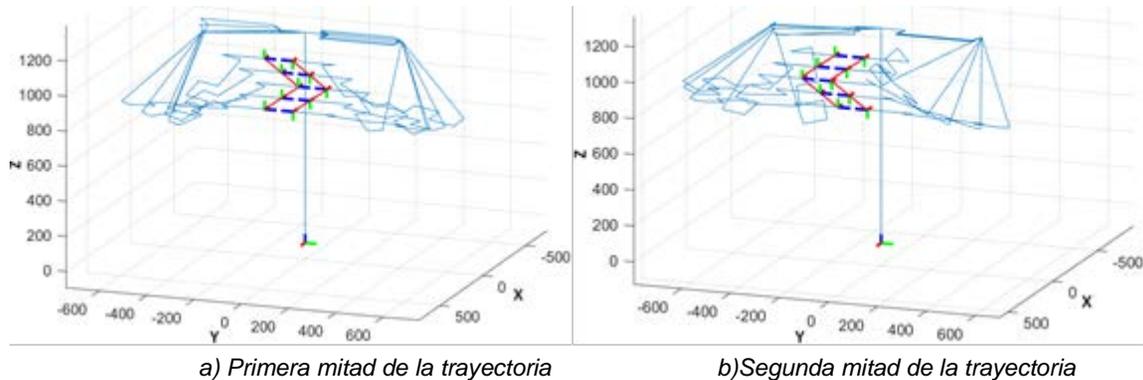


Figura 16 Trayectoria coordinada.

Tabla 4 Error y tiempo promedio.

	Error promedio de posición (mm)	Error promedio de orientación	Tiempo promedio para cada punto
Trayectoria no coordinada brazo derecho	0	0	85 ms
Trayectoria no coordinada brazo izquierdo	0	0	41 ms
Trayectoria coordinada brazo derecho	0	0	78 ms
Trayectoria coordinada brazo izquierdo	0	0	609 ms

Por último, para medir la repetibilidad del método numérico, se ejecutó el algoritmo 10 veces para validar el error de posición y orientación y el tiempo de ejecución. Además, se comprobó el algoritmo con un criterio de paro diferente, ya que el criterio

de paro para las trayectorias anteriores es de un error menor de 1E-09 para los 12 parámetros de la matriz homogénea. En esta prueba se consideró un criterio de paro de error menor de 1E-06, 1E-03 y 1E-01 para las dos últimas trayectorias ejecutando el algoritmo 10 veces para cada criterio de paro.

Los resultados se pueden observar en la tabla 5, donde cada valor es un promedio de las 10 ejecuciones del algoritmo. Más aún, se puede observar que al aumentar el error del criterio de paro, el tiempo de ejecución disminuye y en el caso del criterio de paro de 1E-01 el error de posición promedio está por debajo de la repetibilidad del robot comercial que es +/- 0.1 mm.

Tabla 5 Repetibilidad del algoritmo.

	Error promedio de posición (mm)	Error promedio de orientación	Tiempo promedio para cada punto
Trayectoria no coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-09	0	0	89 ms
Trayectoria no coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-06	4.3947E-07	2.6351E-11	61 ms
Trayectoria no coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-03	4.8259E-04	2.7295E-08	36 ms
Trayectoria no coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-01	3.86E-02	2.6549E-06	18 ms
Trayectoria no coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-09	0	0	42 ms
Trayectoria no coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-06	1.3733E-07	1.1006E-10	30 ms
Trayectoria no coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-03	1.3658E-04	1.3246E-07	18 ms
Trayectoria no coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-01	1.67E-02	1.5969E-05	9 ms
Trayectoria coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-09	0	0	83 ms
Trayectoria coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-06	3.2905E-07	5.3719E-10	55 ms
Trayectoria coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-03	3.2923E-04	5.3538E-07	33 ms
Trayectoria coordinada brazo derecho, criterio de paro 1E-01	3.18E-02	5.1596E-05	14 ms
Trayectoria coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-09	0	0	639 ms
Trayectoria coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-06	7.4692E-07	1.5073E-09	435 ms
Trayectoria coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-03	7.445E-04	1.5069E-06	257 ms
Trayectoria coordinada brazo izquierdo, criterio de paro 1E-01	7.49E-02	1.5287E-04	103 ms

4. Discusión

En este trabajo se implementó una metodología para la generación de trayectorias para robots duales mediante la solución numérica a la cinemática inversa. Se generaron trayectorias para dos tipos de manipulación del robot dual: no coordinada y coordinada. En las trayectorias propuestas, cada robot sigue la trayectoria deseada en un tiempo óptimo y preciso debido a que el error promedio de orientación y posición se puede considerar como cero al tomar un criterio de paro de error menor a $1E-09$. Además, se puede observar que los movimientos entre los puntos intermedios son suaves y no presentan picos ni cambios bruscos que pueda afectar un robot real. Adicionalmente, se comprobó la repetibilidad del algoritmo, ejecutándolo 10 veces con diferentes criterios de paro, donde al aumentar el error como consecuencia de disminuir el criterio de paro, el tiempo de ejecución disminuye; obteniendo que aun en el caso del criterio de $1E-01$ el error cartesiano que se obtiene de la posición de efector final del robot se mantiene por debajo de la especificación comercial del robot que es de 0.1 mm.

Con base a lo anterior, para investigaciones futuras se busca implementar trayectorias basadas en la misma metodología para la prevención de colisiones de robots que comparten el mismo espacio de trabajo.

5. Bibliografía y Referencias

- [1] Gao, X., Liu, G., & Liao, B. (2019). Inverse Kinematics about a Seven-DOF Dual-arm Robot Based on POE Formula*. In 2019 WRC Symposium on Advanced Robotics and Automation (WRC SARA), pp. 373-379.
- [2] Barrientos, A., Peñin, L. F., Balaguer, C., & Aracil, R. (2007). Fundamentos de robótica 2ª edición. Madrid: McGraw-Hill.
- [3] Li, G., Cai, S., & Xie, L. Cooperative Control of a Dual-arm Rehabilitation Robot for Upper Limb Physiotherapy and Training, 2019 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), pp. 802-807, doi: 10.1109/AIM.2019.8868784, Hong Kong, China, 2019.

- [4] Li, Z., Ma, H., Zhang, X., & Fei, Q. (2019) Path planning of the dual-arm robot based on VT-RRT algorithm, 2019 Chinese Control Conference (CCC), Guangzhou, China, pp. 4359-4364, doi: 10.23919/ChiCC.2019.8866388.
- [5] Merchán-Cruz, E. A. (2005). Soft-computing techniques in the trajectory planning of robot manipulators sharing a common workspace (Doctoral dissertation, University of Sheffield).
- [6] Shi,L., Jayakody, H., Katupitiya, J., & Jin,X. Coordinated Control of a Dual-Arm Space Robot: Novel Models and Simulations for Robotic Control Methods, in IEEE Robotics & Automation Magazine, vol. 25, no. 4, pp. 86-95, doi: 10.1109/MRA.2018.2864717, Dec. 2018.
- [7] Smith, Christian., Karayiannidis, Yiannis., Nalpantidis, Lazaros., Gratal, Xavi., Qi, Peng., Dimarogonas, Dimos., & Kragic, Danica. Dual arm manipulation— A survey, Robotics and Autonomous Systems, Volume 60, Issue 10, 1340-1353, 2012.
- [8] Weng, Ching-Yen & Tan, Wei & Chen, I-Ming. (2019). A Survey of Dual-Arm Robotic Issues on Assembly Tasks. 10.1007/978-3-319-78963-7_59.