

# **ANÁLISIS DE FALLAS EN PROCESO INDUSTRIAL DE UNA ENLATADORA APLICANDO REDES COMPLEJAS**

## *ANALYSIS OF FAILURES IN INDUSTRIAL PROCESS OF A CANNER APPLYING COMPLEX NETWORKS*

***Elvia Ruiz Beltrán***

Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Aguascalientes, México  
*eruiz@mail.ita.mx*

***Alejandro Velázquez Jiménez***

Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Aguascalientes, México  
*alejandro\_v\_j@hotmail.com*

***Jorge Luis Orozco Mora***

Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Aguascalientes, México  
*drorozco@mail.ita.mx*

***Luis Antonio Castañeda Ramos***

Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Aguascalientes, México  
*lacr347@yahoo.com.mx*

***Jorge Octavio Valdés Valadez***

Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Aguascalientes, México  
*octavio.valdes.ita@gmail.com*

**Recepción:** 21/octubre/2019

**Aceptación:** 23/noviembre/2019

### **Resumen**

En este trabajo se analiza la robustez de un sistema de enlatado ante cualquier falla aleatoria que pueden ocurrir en cualquier elemento o nodo, y ante fallas dirigidas que son aquellas donde se simula un mal funcionamiento en un nodo específico, con la finalidad de proponer esquemas de monitoreo y protección sobre los elementos con alta vulnerabilidad. Se propone un modelo del sistema basado en el enfoque de la teoría de Redes Complejas (RC) y se analizan sus propiedades estructurales para determinar bajo el criterio de Molloy-Reed la robustez del sistema de la enlatadora. Con la teoría de redes complejas y el criterio de Molloy Reed se encontró que la red es robusta ante cualquier falla aleatoria pero es vulnerable ante fallas dirigidas.

**Palabras clave:** Fallas múltiples, redes complejas, robustez.

## **Abstract**

*In this work the robustness of a canning system is analyzed for any random failure that may occur in any element or node, and for directed failures that are those where a malfunction in a specific node is simulated, in order to propose schemes of monitoring and protection of the elements with high vulnerability. A system model based on the approach of the Complex Networks (RC) theory is proposed and its structural properties are analyzed to determine the robustness of the canner system under the Molloy-Reed criteria. With the theory of complex networks and the Molloy Reed criterion it was found that the network is robust to any random failure but is vulnerable to directed failures.*

**Keywords:** *Complex networks, multiple failures, robustness.*

## **1. Introducción**

Los sistemas industriales han evolucionado e incrementado su tamaño de manera dramática los últimos años, con el propósito de producir más y cumplir con las demandas de la sociedad, debido a esto son capaces de realizar operaciones cada vez más complejas en períodos de tiempo corto, por lo que los sistemas pueden experimentar fallas repentinas, las cuáles pueden provocar pérdidas económicas y en muchos casos humanas, lo que ha llevado a diseñar e implementar esquemas de detección y localización de fallas para monitorear estos sistemas complejos y con ello mitigar tales efectos.

Debido a la cantidad de variables y complejidad en la dinámica de los sistemas industriales se han propuesto diversas metodologías para llevar a cabo la detección y localización de fallas, donde los sistemas han sido considerados como una entidad compleja (formalismos de la ciencia de las redes), como ejemplos de este tipo de sistemas se tienen: sistemas biológicos (el cerebro humano, la naturaleza), de información (redes físicas, redes sociales, etc) y de tecnología (infraestructuras como suministro de agua, transporte, las estaciones de combustible, energía), entre otros., [Barabási, 2016]. El análisis de fallas en este tipo de sistemas se ha abordado a través del estudio de la estructura y la dinámica de la red. En [Rahimian, 2015], el diagnóstico de fallas en aristas sobre redes homogéneas de subsistemas LTI (linear

time-invariant), se basa en el monitoreo y detección de cambios abruptos en la derivada de  $i$ -ésimo orden de la variable de estado del nodo de observación (usando señales de las derivadas de los sensores y actuadores.). Así mismo, en [Shao, 2011], se plantea un modelo de propagación de fallas en cascada, en redes acopladas por una relación interdependiente de múltiple soporte-dependencia, el cual describe de una manera más fiel, la forma en que coexiste la estructura y la dinámica en los sistemas reales. En este sentido, [Reyes, 2017] presenta un estudio que evidencia el grado de tolerancia a una falla aleatoria y la extrema vulnerabilidad a una falla inducida que exhiben los sistemas de manufactura; a partir del análisis de la estructura de interrelación del modelo de Red Compleja (RC). De esto se concluye, que estudiar la forma en que coexiste e interactúa la estructura y la dinámica del modelo de RC de sistemas de tecnología; ha de permitir comprender los fenómenos de propagación y vulnerabilidad a fallas que presentan los sistemas. Así mismo, nuevos esquemas de detección pueden ser propuestos, dada la existencia de más información para estructurar las firmas de falla. Otro trabajo relacionado se propone en [Sánchez, 2018] donde realiza el diagnóstico y localización de fallas en un motor de combustión interna usando redes complejas, conociendo la estructura de la red obtenida del motor se colocan observadores y se grafican obteniendo el comportamiento normal del motor por lo que si ocurre una falla mediante las señales observadas se diagnostica una falla específica en el motor.

Existen herramientas matemáticas para el modelado de sistemas como ecuaciones diferenciales, sin embargo, estas se ven limitadas en cuanto al alcance que tienen y su procesamiento, debido a esta situación se han propuesto nuevas formas de modelar sistemas como la que se aplica en este proyecto, Redes Compleja (basada en un modelo de grafos).

En el presente trabajo se analiza un sistema de enlatado, ubicado en el Tecnológico Nacional de México Campus Aguascalientes. El sistema se modeló y analizó mediante la teoría de redes complejas, obteniendo información que sirve para conocer si su estructura es vulnerable ante fallas aleatorias o dirigidas y con ello implementar medidas de seguridad que hagan el sistema más robusto. A su vez

extender los resultados propuestos en [Reyes, 2019] para realizar la detección múltiple de fallas concurrentes del sistema de la enlatadora.

## 2. Métodos

En esta sección se precisan conceptos básicos sobre grafos y teoría de redes complejas (basada en la propuesta de Lazsló Barabási [Barabási, 2016]) para modelar y analizar propiedades en sistemas.

En este trabajo se propone el modelado de un sistema industrial, en especial un sistema de enlatado mediante el enfoque de redes complejas, ya que, si consideramos modelar todo un sistema industrial, éste podría tener miles de elementos que interactúan de forma intrincada y por ello resulta eficaz modelarlos con la teoría de sistemas complejos. Una vez que se tiene el modelo del sistema se analizan sus propiedades estructurales para determinar su grado de fragmentación ante fallas aleatorias y dirigidas. Con lo anterior, determinar la robustez que tiene el sistema.

### Redes Complejas

Los sistemas complejos se modelan mediante un grafo [Aldana, 2012] como el que se muestra en la figura 1. A esta representación se le llamará red compleja.

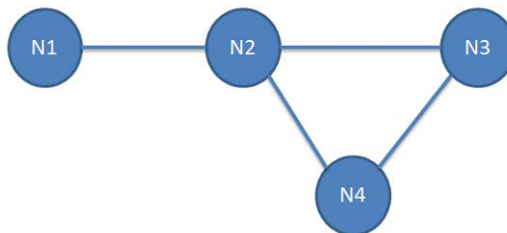


Figura 1 Ejemplo de red compleja.

Una red compleja  $\mathbb{R}$  se define en términos de la teoría de grafos como un conjunto de nodos  $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ , y un conjunto de parejas ordenadas  $\mathcal{E} = \{(v_i, v_j)\} \subset V \times V$ . Cada pareja ordenada  $(v_i, v_j)$  se llama **conexión dirigida** del nodo  $v_i$  al nodo  $v_j$ . La red  $\mathbb{R}$  se define **no dirigida** si para cada pareja  $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$  también existe la

pareja  $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ . De lo contrario, la red se denomina dirigida. Llamaremos a todos los nodos que estén conectados directamente a un nodo  $v_i$ , los vecinos de  $v_i$ . Finalmente, el número  $k_i$  de vecinos del nodo  $v_i$  (es decir, el número de conexiones de  $v_i$ ) se llama la conectividad de  $v_i$ , y el promedio de estas conectividades,  $\langle k \rangle = N^{-1} \sum_{i=1}^N k_i$ , es la conectividad de la red.

### Propiedades Estructurales de Redes Complejas

**Grado (Degree):** Una propiedad clave de cada nodo es su grado, que representa el número de enlaces que tiene con otros nodos. El grado puede representar la cantidad de contactos de teléfonos móviles que una persona tiene en el gráfico de llamadas (es decir, la cantidad de personas con las que ha hablado) o la cantidad de citas que un documento de investigación obtiene en la red de citas [Barabási, 2016]. Denotamos con  $k_i$  el grado del nodo  $i$  en la red. Por ejemplo, para las redes no dirigidas que se muestran en la figura 1, se tiene que  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 3$ ,  $k_3 = 2$ ,  $k_4 = 2$ . En una red no dirigida, el número total de enlaces,  $L$ , se puede expresar como la suma de los grados de nodo, ecuación 1.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (1)$$

Aquí, el factor  $1/2$  corrige el hecho de que en la suma (ecuación 1) cada enlace se cuenta dos veces. Por ejemplo, el enlace que conecta los nodos 2 y 4 en la figura 1 se contará una vez en el grado del nodo 2 y una vez en el grado del nodo 4 [Barabási, 2016]

**Grado promedio (Average Degree):** Una propiedad importante de una red es su grado promedio, que para una red dirigida está dado por ecuación 2.

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{L}{N} \quad (2)$$

En las redes dirigidas, distinguimos entre grado entrante,  $k_i^{in}$ , que representa el número de enlaces que apuntan al nodo  $i$ , y grado saliente,  $k_i^{out}$ , que representa el

número de enlaces que apuntan desde el nodo  $i$  a otros nodos. Finalmente, el grado total de un nodo,  $k_i$ , está dado por ecuación 3.

$$k_i = k_i^{in} + k_i^{out} \quad (3)$$

**Grado de distribución (Degree Distribution):** La distribución de grados,  $p_k$ , proporciona la probabilidad de que un nodo seleccionado al azar en la red tenga un grado  $k$ . Dado que  $p_k$  es una probabilidad, debe normalizarse, ecuación 4.

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \quad (4)$$

Para una red con  $N$  nodos, la distribución de grados es el histograma normalizado (figura 2) dado por ecuación 5.

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (5)$$

Donde  $N_k$  es el número de nodos de grado  $k$ . Por lo tanto, el número de nodos de grado  $k$  puede obtenerse de la distribución de grados como  $N_k = N p_k$ .

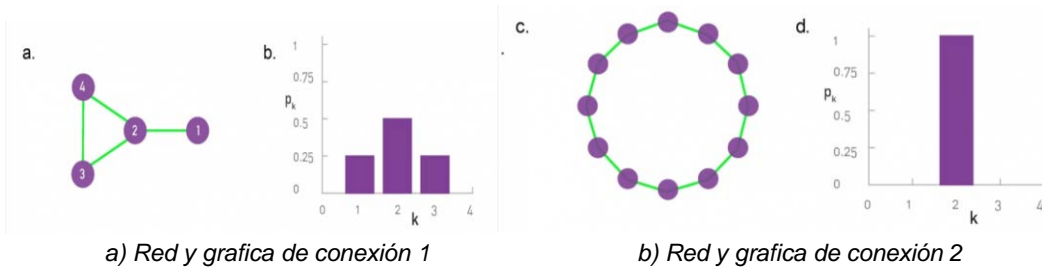


Figura 2 Ejemplo de gráfica del grado de distribución de dos redes [Barabási, 2016].

La distribución de grados ha asumido un papel central en la teoría de redes tras el descubrimiento de redes Free Scale. Una razón es que el cálculo de la mayoría de las propiedades de red requiere que sepamos  $p_k$ . Por ejemplo, el grado promedio de una red se puede escribir con ecuación 6.

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k \quad (6)$$

La otra razón es que la forma funcional precisa de  $p_k$  determina muchos fenómenos de red, desde la robustez de la red hasta la propagación de virus. [Barabási, 2016]

**Matriz de adyacencia (Adjacency Matrix):** Una descripción completa de una red requiere que mantengamos un registro de sus enlaces. La forma más sencilla de lograr esto es proporcionar una lista completa de los enlaces. Por ejemplo, la red de la figura 2 se describe de manera única al enumerar sus cuatro enlaces:  $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4)\}$ .

Para propósitos matemáticos, a menudo representamos una red a través de su matriz de adyacencia. La matriz de adyacencia de una red dirigida de  $N$  nodos tiene  $N$  filas y  $N$  columnas, siendo sus elementos:

- $A_{ij} = 1$  si hay un enlace que apunta desde el nodo  $j$  al nodo  $i$
- $A_{ij} = 0$  si los nodos  $i$  y  $j$  no están conectados entre sí

La matriz de adyacencia de una red no dirigida tiene dos entradas para cada enlace, por ejemplo. El enlace  $(1, 2)$  se representa como  $A_{12} = 1$  y  $A_{21} = 1$ . Por lo tanto, la matriz de adyacencia de una red no dirigida es simétrica,  $A_{ij} = A_{ji}$ .

El grado  $k_i$  del nodo  $i$  se puede obtener directamente de los elementos de la matriz de adyacencia. Para redes no dirigidas, el grado de un nodo es una suma sobre las filas o las columnas de la matriz, ecuación 7.

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} = \sum_{i=1}^N A_{ji} \quad (7)$$

Para las redes dirigidas, las sumas sobre las filas y columnas de la matriz de adyacencia proporcionan los grados de entrada y salida, ecuaciones 8 y 9, respectivamente

$$k_i^{in} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad (8)$$

$$k_i^{out} = \sum_{i=1}^N A_{ji} \quad (9)$$

Dado que en una red no dirigida el número de enlaces salientes es igual al número de enlaces entrantes, ecuación 10.

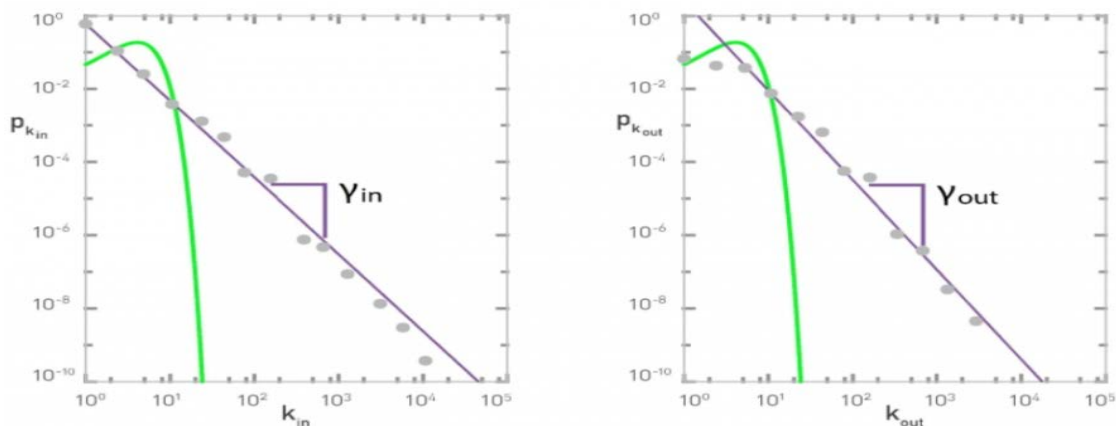
$$2L = \sum_{i=1}^N k_i^{in} = \sum_{i=1}^N k_i^{out} = \sum_{ij} A_{ij} \quad (10)$$

El número de elementos distintos de cero de la matriz de adyacencia es  $2L$ , o el doble del número de enlaces. De hecho, un enlace no dirigido que conecta los nodos  $i$  y  $j$  aparece en dos entradas:  $A_{ij} = 1$ , un enlace que apunta desde el nodo  $j$  al nodo  $i$ , y  $A_{ji} = 1$ , un enlace que apunta desde  $i$  hasta  $j$ . [Barabási, 2016]

### Redes de Escala Libre (Scale-Free Networks)

Para analizar la robustez de una red hay que conocer si esta cuenta con característica de scale free o random y así conocer como es su grado de distribución y determinar si tolera o no fallas aleatorias o dirigidas a través del análisis del grado de fragmentación que se describe en la siguiente sección. Por ejemplo, si el WWW (World Wide Web, 'red informática mundial', sistema lógico de acceso y búsqueda de la información disponible en Internet), fuera una red aleatoria, los grados de los documentos web deberían seguir una distribución de Poisson. Sin embargo, como lo indica la figura 3, la forma de Poisson ofrece un mal ajuste para la distribución de documentos de la WWW. En cambio, en una escala log-log, los puntos de datos forman una línea recta aproximada, lo que sugiere que la distribución de grados de la WWW está bien aproximada con ecuación 11.

$$p_k \sim k^{-\gamma} \quad (11)$$



a) Grado promedio entrada.

b) Grado promedio salida.

Figura 3 Ejemplo de grafica de red Scale Free [Barabási, 2016].



La ecuación 11 indica la distribución de ley de potencia y el exponente  $\gamma$  es su exponente de grado. Si tomamos un logaritmo, se obtiene ecuación 12.

$$\log p_k \sim \gamma \log k \quad (12)$$

Donde  $\sim$  es una aproximación. Si la ecuación 12 se mantiene, se espera que  $\log p_k$  dependa linealmente del  $\log k$ , la pendiente de esta línea es el grado exponencial y [Barabási, 2016].

**Criterio de Molloy-Reed (Molloy-Reed criterion):** para comprender el origen del  $f_c$  anómalamente alto que caracteriza a Internet y las redes sin escala, calculamos  $f_c$  para una red con una distribución de grado arbitraria. Para ello, nos basamos en una observación simple: para que una red tenga un componente gigante, la mayoría de los nodos que pertenecen a ella deben estar conectados a al menos otros dos nodos. Esto lleva al criterio de Molloy-Reed, que indica que una red cableada aleatoriamente tiene un componente gigante si se cumple lo establecido en [Barabási, 2016].

El criterio de Molloy-Reed, nos permite calcular el umbral de percolación de una red arbitraria [Barabási, 2016]. Para que exista un componente gigante, cada nodo que le pertenece debe estar conectado a al menos otros dos nodos en promedio. Por lo tanto, el grado  $k_i$  promedio de un nodo  $i$  elegido aleatoriamente que forma parte del componente gigante debe ser al menos 2. Indique con  $P(k_i | i \leftrightarrow j)$  la probabilidad condicional de que un nodo en una red con grado  $k_i$  esté conectado a un nodo  $j$  que forma parte del componente gigante. Esta probabilidad condicional nos permite determinar el grado esperado de nodo  $i$  como ecuación 13 [Barabási, 2016].

$$K = \frac{\langle k^2 \rangle}{k} \quad (13)$$

Las redes con  $k < 2$  carecen de un componente gigante, al estar fragmentadas en muchos componentes desconectados. El criterio de Molloy-Reed vincula la integridad de la red, como lo expresa la presencia o la ausencia de un componente gigante, a  $\langle k \rangle$  y  $\langle k^2 \rangle$ . Es válido para cualquier distribución de grado  $p_k$ .

Para ilustrar el poder predictivo de (13), apliquémoslo a una red aleatoria. Como en este caso  $k^2 = k(1 + k)$ , una red aleatoria tiene un componente gigante si

$$K = \frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle} = \frac{\langle k \rangle(1 + \langle k \rangle)}{\langle k \rangle} = 1 + \langle k \rangle > 2$$
$$\langle k \rangle > 1$$

Esta predicción coincide con la condición necesaria para la existencia de un componente gigante [Barabási, 2016].

**Criterio umbral (critical threshold):** para comprender el origen matemático de la robustez, preguntamos a qué umbral una red sin escala perderá su componente gigante. Al aplicar los criterios de Molloy-Reed a una red con una distribución de grado arbitraria, encontramos que el umbral crítico se calcula por ecuación 14 [Riordan, 2002].

$$f_c = 1 - \frac{1}{\frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle} - 1} \quad (14)$$

La predicción más notable es que el umbral crítico  $f_c$  depende solo de  $\langle k \rangle$  y  $\langle k^2 \rangle$ , cantidades que están determinadas únicamente por la distribución de grados  $p_k$ . Calculando el umbral de ruptura de una red aleatoria. Usando  $\langle k^2 \rangle = \langle k \rangle(1 + \langle k \rangle)$ , ecuación 15.

$$f_c^{ER} = 1 - \frac{1}{\langle k \rangle} \quad (15)$$

### 3. Resultados

#### Modelado del Sistema de Enlatado Mediante Redes Complejas

En base a la teoría de redes complejas [Barabási, 2016] y la metodología de modelado que se propone en [Reyes, 2017] para sistemas industriales se propone un modelo de la máquina entaladora. Los elementos del sistema de enlatadora que se consideran para llevar a cabo la construcción de la red compleja son de control eléctrico y actuadores como botones, contactores, electroválvulas, considerando estos como nodos. Los links se interpretan como las relaciones entre los elementos y representan la conexión eléctrica entre los nodos de la red (ver tabla 1). La máquina enlatadora de la figura 4, es la que se modela en este trabajo y se encuentra en el Instituto Tecnológico de Aguascalientes.

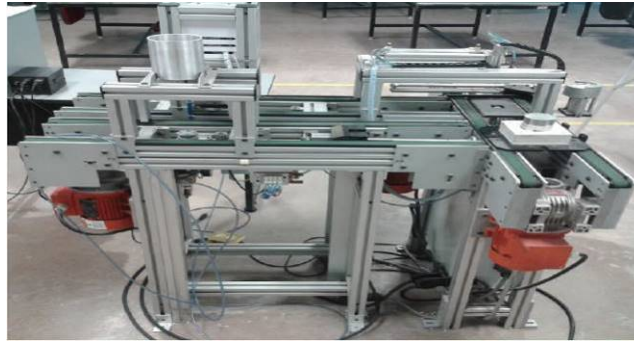


Figura 4 Máquina enlatadora.

La máquina enlatadora cuenta con los siguientes elementos y se muestra la distribución que tiene en la figura 5 y figura 6, posteriormente la figura 7 muestra la red obtenida de la máquina enlatadora y tabla 1 la interpretación de cada nodo.

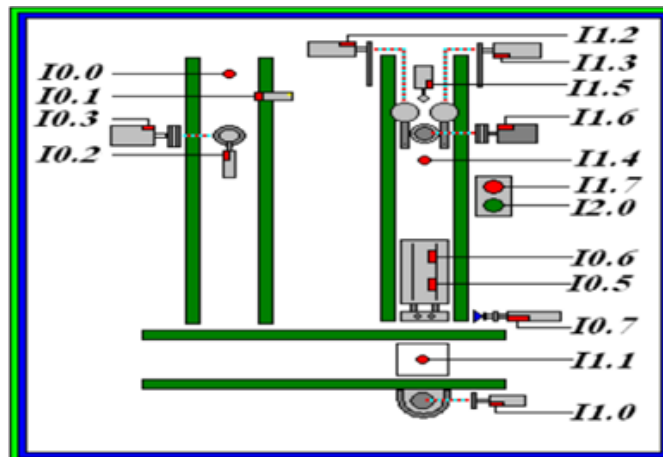


Figura 5 Distribución de sensores.

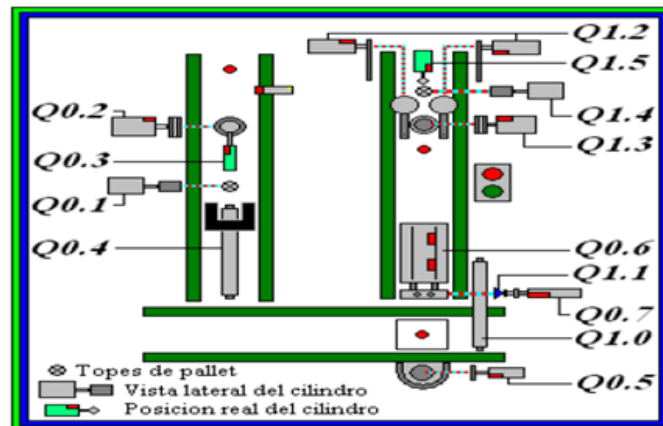


Figura 6 Distribución de Actuadores.

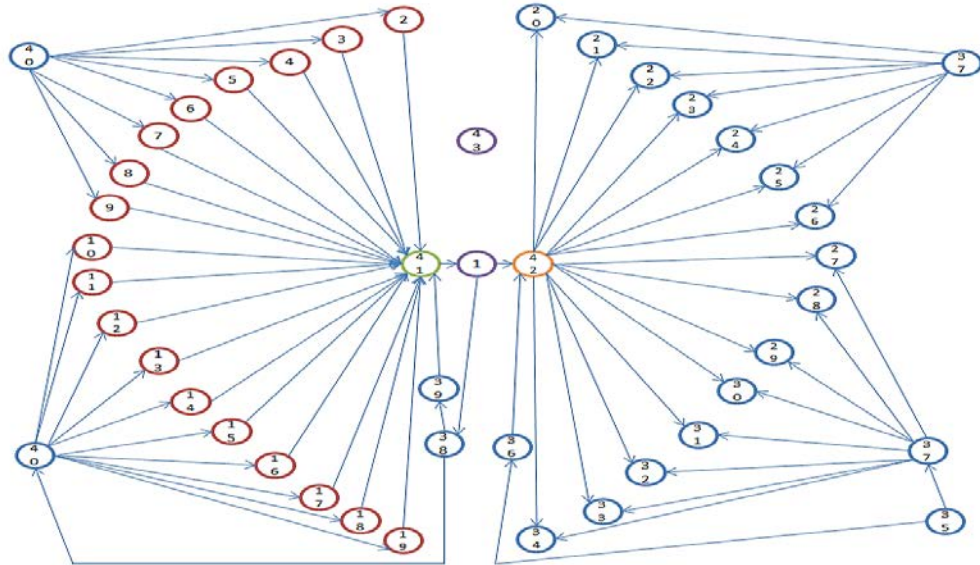


Figura 7 Modelo de la máquina enlatadora.

Tabla 1 Interpretación de cada nodo.

DENOMINACION	Nodo	DENOMINACION	Nodo
PLC	1	Transferencia En Llenado	23
Sensor de trafico antes de llenado	2	Actuador De Tapas	24
Sensor de detección de lata	3	Actuador Del Manipulador Eje " X"	25
Sensor de plataforma en llenado	4	Actuador Del Manipulador Eje " Z"	26
Sensor del actuador de tolva	5	Transferencia En Tapas	27
Manipulador extendido en " x "	6	Vacio De Ventosa	28
Manipulador retenido en " x "	7	Actuador De Clamp	29
Manipulador extendido en " Z "	8	Actuador De Plataforma En Engargolado	30
Sensor del actuador de tapas	9	Actuador De Retención En Engargolado	31
Sensor en la plataforma de tapas	10	Actuador De Engargolado	32
Sensor del Clamp extendido derecho	11	Motor De Engargolado	33
Sensor del clamp extendido izquierdo	12	Bandas Motores De Bandas	34
Sensor de trafico antes de engargolado	13	alimentación de 120 volts	35
Sensor del brazo para engargolado	14	salida positiva fuente de 120v	36
Sensor De plataforma en engargolado	15	salida negativa fuente 120 v	37
Emg paro de emergencia	16	fuelle de 24v PLC	38
Botón verde de arranque	17	salida negativa fuente de 24v	39
Sensor de presión neumática	18	salida positiva fuente de 24v	40
Celda de carga	19	ENTRADAS PLC	41
Actuador de retención en llenado	20	SALIDAS PLC	42
Plataforma de llenado	21	Extensiones	43
Apertura de tolva	22		

La máquina enlatadora esta acondicionada para llenar latas con sopa y cuenta con tres etapas: la primera es el llenado y con ayuda de una base y la colocación de una lata vacía se enciende una banda transportadora que traslada la base y la lata hasta cierto punto donde es detenida con un pistón neumático, a su vez otro pistón que cuenta con un sensor de peso se activa para calcular la cantidad de sopa que se le agregará a la lata, al mismo tiempo en una tolva hay un pistón que se activa dejando pasar la sopa para llenar la lata. Una vez que se llena la lata el pistón de retención y pesaje se desactivan, dejando pasar la base y la lata a la siguiente sección.

En la segunda etapa se coloca la tapa con la ayuda de 3 pistones, los cuales están adecuados en los ejes x, y, z, una vez realizada esta operación un cuarto pistón mueve la base y la lata.

En la tercera etapa se sellan la lata, el proceso cuenta con 4 pistones de los cuales 3 sostienen la lata para que un motor con una base adecuada selle correctamente la lata y el 4 pistón retenga la lata, una vez terminado el sellado un operario retire la lata. El modelo obtenido se implementó en el software Gephi para realizar el análisis de la estructura del sistema, figura 8.

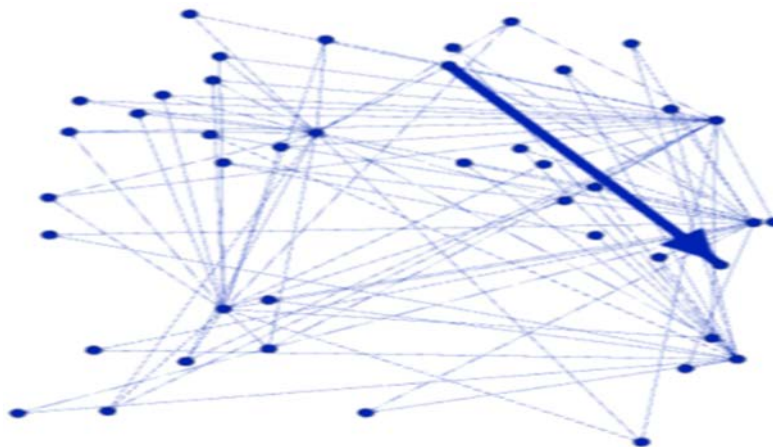


Figura 8 Red en software Gephi de la Máquina enlatadora.

### **Análisis de la Estructura del Modelo del Sistema de Enlatado**

En la figura 7 se muestra la red de la enlatadora. Se analiza estructuralmente la red de la enlatadora, para eso, hay que conocer sus links los cuales se calculan con ecuación 16.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (16)$$

$$L = 80.5$$

Para conocer el máximo número de conexiones o links se calcula el  $L_{max}$  con ecuación 17.

$$L_{max} = \frac{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2} \quad (17)$$

$$L_{max} = \frac{43(43-1)}{2} = 903$$

Asumiendo que los sensores envían información o electricidad al PLC y este a su vez activa o desactiva un actuador, se concluye que la red es dirigida por lo que hay que calcular el  $k_{in}$  (ecuación 19) y el  $k_{out}$  (ecuación 20) de la conexión de los nodos que se encuentran en la red.

$$k_i^{in} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad (19)$$

$$k_i^{in} = 1.88372093$$

$$k_i^{out} = \sum_{i=1}^N A_{ji} \quad (20)$$

$$k_i^{in} = 1.88372093$$

Una vez calculado el  $k_{in}$  y el  $k_{out}$  de los nodos se requiere información acerca de la variabilidad de conexión de los nodos, para esto se calcula el  $\langle k^2 \rangle$ , ecuación 21.

$$\langle k^{in^2} \rangle = \sum_{k_{min}^{in}}^N k^{in^2} p_{k^{in}} \approx \int_{k_{min}^{in}}^{\infty} k^{in^2} p(k^{in}) dk^{in} \quad (21)$$

$$\langle k^{in^2} \rangle = 18.1984$$

El  $k_{out}$  de la enlatadora:

$$\langle k^{out^2} \rangle = 31.26$$

Una vez calculado el grado y la variabilidad de la conexión de la red se grafica su grado de distribución usando matlab.

En la figura 9 y 10 las gráficas del grado de entrada y de salida, representa que en los dos casos la red cuenta con hubs (nodos altamente conectados) con lo que se determina que la red obtenida de la máquina enlatadora cuenta con las características de una *red libre escala (Scale-Free)*.

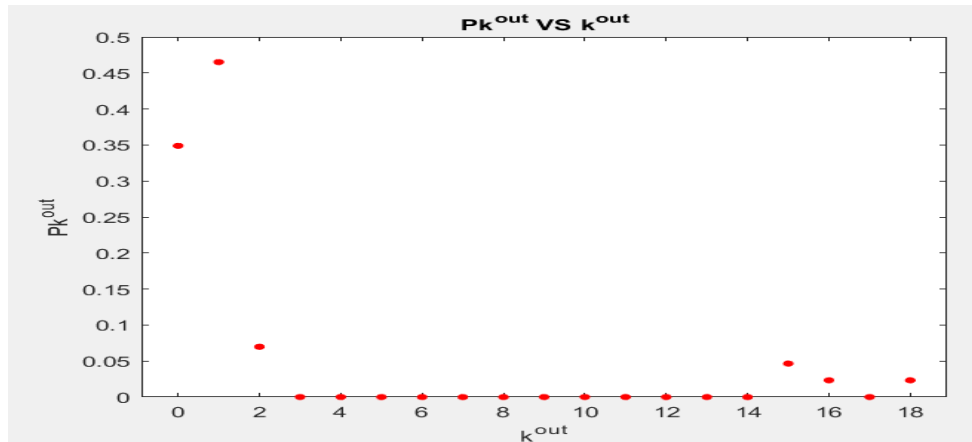


Figura 9 Gráfica del grado de distribución del  $K_{out}$ .

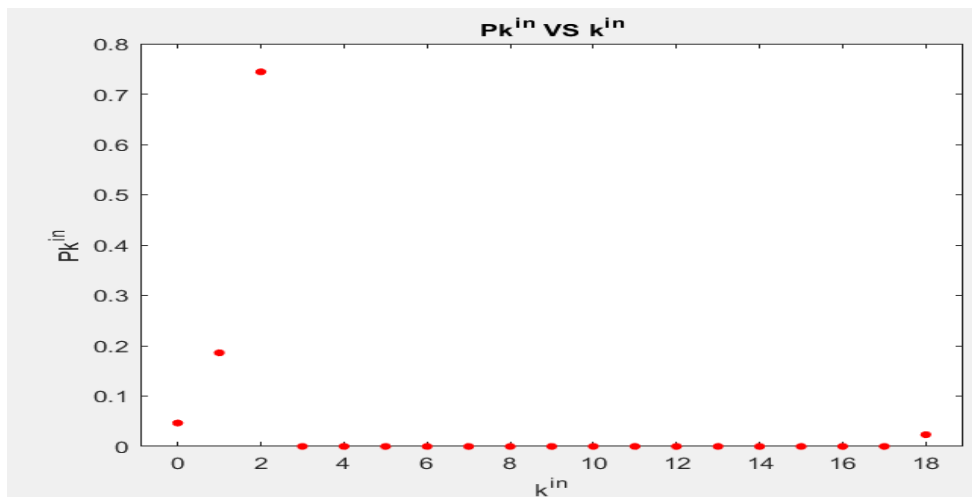


Figura 10 Gráfica del grado de distribución del  $K_{in}$ .

### Análisis de la Vulnerabilidad del Sistema de Enlatado Ante Fallas Aleatorias

Para determinar la tolerancia del sistema ante fallas aleatorias se calcula su  $\gamma$  y el umbral de fragmentación. Aplicando el criterio de Molloy-Reed ecuaciones 22 y 23.

$$K_{in} = \frac{\langle k_{in}^2 \rangle}{k_{in}} \quad (22)$$

$$K_{in} = 9.660$$

$$K_{out} = \frac{\langle k_{out}^2 \rangle}{k_{out}} \quad (23)$$

$$K_{out} = 9.9877$$

Los valores  $k_{in}$  y  $k_{out}$  se usaran para determinar cuántos nodos hay que remover aleatoriamente para que la red considerada pierda por completo su funcionalidad. Por lo tanto calculamos el umbral de fragmentación FC del  $k_{in}$  y del  $k_{out}$ , al mismo tiempo se calculara el grado total de la red llamado  $k$  como se observa en ecuaciones 24 y 25.

$$f_{cin} = 1 - \frac{1}{\frac{\langle k_{in}^2 \rangle}{\langle k_{in} \rangle} - 1} \quad (24)$$

$$f_{cin} = 0.8846$$

$$f_{cout} = 1 - \frac{1}{\frac{\langle k_{ou}^2 \rangle}{\langle k_{out} \rangle} - 1} \quad (25)$$

$$f_{cout} = 0.888$$

A su vez calcular el umbral de fragmentación total de la red, ecuación 26.

$$f_c^{ER} = 1 - \frac{1}{\langle k \rangle} \quad (26)$$

$f_c^{ER} = 0.7344$  debido a que el umbral de fragmentación  $f_{cout} > f_c^{ER}$ , es posible afirmar, que el modelo de red de la enlatadora presenta una robustez mejorada.

El proceso de fragmentación de la red es descrito por ecuación 27.

$$P_{\infty} \sim |f - f_{cin}|^{\beta_p} \quad (27)$$

El exponente  $\beta_p$  se calcula como:

$$\beta_p = \frac{1}{2.1 - \gamma_{in}} = 1.67$$



Por la tanto el umbral de fragmentación del  $K_{in}$  tiende a:

$$P_{\infty} \sim |f - f_{cin}|^{1.67}$$

El exponente de fragmentación del  $k_{out}$  se obtiene mediante ecuación 28.

$$P_{\infty} \sim |f - f_{cout}|^{\beta_p} \quad (28)$$

Calculando el  $\beta_p$  del  $K_{out}$ :

$$\beta_p = \frac{1}{2.1 - \gamma_{out}} = 1.5666$$

Por la tanto el umbral de fragmentación del  $K_{out}$  tiende a:

$$P_{\infty} \sim |f - f_{cout}|^{1.5666}$$

Asumiendo los valores de un  $\gamma_{in}=1.5027$  y un  $\gamma_{out}=1.4617$ .

En conclusión, el valor de  $\gamma$  indica que la red de la enlatadora se asemejaba a una red de escala libre ( $\gamma < 2$  para scale-free). En conclusión la red de la enlatadora muestra una alta vulnerabilidad ante fallas aleatorias.

### **Análisis de Vulnerabilidad del Sistema de Enlatado Ante Fallas Dirigidas**

La red de la enlatadora se analiza ante fallas dirigidas con ecuación 29, determinando el porcentaje de nodos que se tendrían que eliminar o atacar para desfragmentar la red. En la desfragmentación se tiene que contar con una red tipo escala libre (scale-free).

$$f_c^{\frac{2-\gamma}{1-\gamma}} = 2 + \left(\frac{2-\gamma}{3-\gamma}\right) k_{min} \left(f_c^{\frac{3-\gamma}{1-\gamma}} - 1\right) \quad (29)$$

El resultado es de 0.0198 de  $f_{cin}$ , se entiende que tan solo hay que remover el 1.98 % de nodos hubs (nodos altamente conectados) para desfragmentar por completo la red. En conclusión, la red de enlatadora muestra una baja vulnerabilidad ante fallas dirigidas.

## **4. Discusión**

El análisis estructural muestra que la red de la enlatadora se comporta como una red libre escala (scale-free), lo que significa que tiene nodos altamente conectados,

llamados hubs. A través de la teoría de percolación y el criterio de Molloy-Reed se determinó que se necesita retirar aleatoriamente al menos 88% de nodos con los que cuenta la red para que esta quede desfragmentada tanto del grado de entrada  $k_{in}$  como del grado de salida  $k_{out}$ . Además del cálculo del grado de fragmentación general se determinó que aleatoriamente se tendrían que retirar el 77% de los nodos (ya sea de entrada o de salida) para fragmentar la red.

En relación al análisis de fallas dirigidas se observa que se tendrían que remover el 1.98% de nodos hubs para que la red se desfragmente, es decir para el caso del sistema de enlatado, sería suficiente atacar el PLC la red para colapsar el sistema.

## **5. Conclusiones**

Para el análisis de un sistema industrial la teoría de redes complejas resulta adecuada y flexible, en este proyecto se analizó una máquina enlatadora la cual fue modelada y se observó que efectivamente tiene una robustez que no puede ser afectada fácilmente retirando nodos aleatoriamente. Sin embargo, la red de la red muestra una baja robustez ante fallas dirigidas ya que cuenta con nodos altamente conectados. Tomando en cuenta que se necesita monitorear el funcionamiento del sistema de la enlatadora, se trabaja en el desarrollo de un sistema SCADA en el cual se analizarán diferentes señales eléctricas provenientes del comportamiento de las electroválvulas, el trabajo se construirá un esquema de control que sea capaz de detectar y localizar el mal funcionamiento de dos o más electroválvulas.

## **6. Bibliografía y Referencias**

- [1] Aldana M., Redes Complejas, XIX Esc. Verano en Física, Cuernavaca, Morelos, México, Julio 25-agosto 5, 2011, pp. 13–68, 2012.
- [2] Barabási A., Network Science, United Kingdom, Cambridge University Press, 2016.
- [3] Clauset, A., Power-Law Distributions in Empirical Data, vol. 51, no. 4, pp. 661–703, 2009.
- [4] Cohen R. and Havlin S.. Complex Networks: Structure, Robustness and Function. Cambridge University Press. Cambridge, UK, 2010.

- [5] Cohen R., Erez K., ben-Avraham D. and Havlin S.. Resilience of the Internet to random breakdowns. *Phys. Rev. Lett.*, 85: 4626, 2000.
- [6] Molloy M. and Reed B.. A critical point for random graphs with a given degree sequence. *Random Structures and Algorithms*, 6: 161, 1995.
- [7] Rahimian M. A. and Preciado V. M., Detection and Isolation of Failures in Directed Networks of LTI Systems, vol. 2, no. 2, pp. 183–192, 2015.
- [8] Rajaoarisoa L. and Sayed-Mouchaweh M., Adaptive online fault diagnosis of manufacturing systems based on DEVS formalism, *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 6825–6830, 2017.
- [9] Reyes Lúevano J., Ruiz Beltrán E., Castañeda Ramo L. A. y Orozco Mora J. L., Detección y Aislamiento de Fallas en Sistemas de Manufactura desde el Enfoque de Redes Complejas, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 16, no.1, pp. 36-47, 2019.
- [10] Reyes Luevano J., Ruiz Beltrán E., Castañeda Ramos L. y Orozco Mora J.L., Structural Analysis and Fault Detection on Manufacturing Systems: a Complex Networks Approach, *IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC 2017)*. 2017.
- [11] Riordan O., Robustness and Vulnerability of Scale- Free Random Graphs, vol. 1, no. 1, pp. 1–35, 2002.
- [12] Sánchez Villalobos A.M., Ruiz Beltrán E., Valdés Valadez J.O., and Orozco Mora J.L., Esquema para la detección y localización de fallas, en un sistema de combustión interna, *Pistas Educativas*, vol. 40, no. 130, pp. 1056–1075, 2018.
- [13] Shao J., Buldyrev S.V., Havlin S., Stanley H.E., Cascade of failures in coupled network systems with multiple support-dependence relations. *Physical Review E*, vol. 83, pp. 61-69, 2011.
- [14] Software Gephi. <https://gephi.org/>.