

PLANEACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE UN PROGRAMA PARA CONSTRUIR ESTRUCTURAS DE ALIAS PARA DISEÑOS FACTORIALES FRACCIONADOS DE NIVELES MIXTOS

PLANNING FOR THE GENERATION OF A PROGRAM TO BUILD ALIAS STRUCTURES FOR MIXED LEVELS FRACTIONAL FACTORIAL DESIGNS

Edgar Salmorán López

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
ed_salz87@hotmail.com

Armando Javier Ríos Lira

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
armando.rios@itcelaya.edu.mx

Yaquelin Verenice Pantoja Pacheco

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
yaquelinpantoja@hotmail.com

Recepción: 19/julio/2019

Aceptación: 6/septiembre/2019

Resumen

Los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos permiten analizar sólo una fracción de un diseño factorial completo. Mediante estos diseños es posible minimizar recursos al reducir el número de corridas experimentales. Una desventaja de fraccionar un diseño es la confusión de efectos. Las estructuras de alias muestran la forma en que los términos del diseño quedan confundidos. El propósito de esta investigación es plantear las etapas de la planeación para la generación de un programa que permita construir estructuras de alias para diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos. Debido a que el método propuesto para la construcción de estas estructuras tiende a complicarse a medida que aumenta el número de factores en los diseños. Por lo tanto, existe la necesidad de generar una herramienta que facilite obtener las estructuras de alias de estos diseños.

Palabras Clave: Algoritmo, Diseños de niveles mixtos, Estructura de alias, Programación, Planeación.

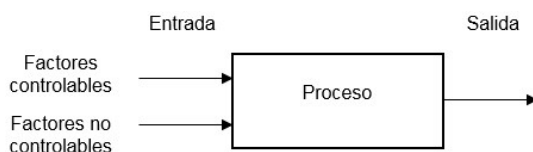
Abstract

Mixed levels fractional factorial designs allow analyzing only a fraction of a complete factorial design. Through these designs, it is possible to minimize resources by reducing the number of experimental runs. A disadvantage of fractioning a design is the confusion of effects. Alias structures show how the design terms are confused. The purpose of this research is to propose the stages of planning for the generation of a program that allows the construction of alias structures for mixed levels fractional factorial designs. Because the proposed method for the construction of these structures tends to get complicated as the number of factors in the designs increases. Therefore, there is a need to generate a tool that facilitates obtaining the alias structures of these designs.

Keywords: Algorithm, Alias structures, Mixed levels designs, Programing, planning.

1. Introducción

Un experimento es una prueba o un conjunto de pruebas planeadas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema con el objetivo de observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida [Montgomery, 2017]. Los diseños de experimentos comúnmente se emplean para estudiar procesos o sistemas, en la figura 1 se muestra la representación de un modelo o sistema en el que se ingresan variables para producir un resultado. Dichas variables se les denominan factores y el resultado o salida del proceso se le conoce como variable de respuesta.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 1 Modelo de un proceso o sistema.

Dentro del campo de los diseños de experimentos, los diseños factoriales juegan un papel muy importante, debido a que en muchas investigaciones el interés se concentra en estudiar el efecto que tienen dos o más factores simultáneamente

sobre la variable de respuesta [Ryan, 2007]. Sin embargo, en la práctica comúnmente existen limitaciones de recursos para llevar a cabo un experimento factorial completo. Una solución a estas restricciones es el uso de diseños factoriales fraccionados [Gutiérrez & de la Vara, 2008]. La desventaja de fraccionar un diseño factorial completo es la confusión de efectos que se genera. El efecto de un factor se define como el cambio observado en la variable de respuesta provocado por un cambio de nivel del factor. A los efectos de los factores que se confunden entre sí se les conoce como alias [Kuel, 2001]. Por lo tanto, las estructuras de alias son arreglos que muestran cómo se encuentran confundidos los términos del diseño [Domínguez & Castañón, 2018]. Por ejemplo, la estructura de alias de un diseño factorial fraccionado 2^{4-1} construido mediante el generador $D = ABC$, se puede obtener al multiplicar cada término por las palabras que componen la relación definidora. Para obtener el alias del factor A se multiplica dicho término por ambos lados de la relación definidora $I = ABCD$ por lo tanto $A \times I = A \times ABCD = A^2BCD = BCD$ se obtiene $A = A + BCD$, esto quiere decir que el factor A es alias de la interacción BCD . En figura 2 se muestra la estructura de alias para este diseño. Este método de construcción de estructuras de alias puede ser aplicado a los diseños 2^{k-p} y 3^{k-p} [McGrath & Lin, 2014]. Para diseños no regulares de dos niveles se sugiere el método de regresión general, para más detalle véase Wu [2018], Montgomery [2017], Wu y Hamada [2009], Hamada y Wu [1992], Xu [2015] y para un método alternativo véase Al-Ghamdi [2013].

$A = A + BCD$
$B = B + ACD$
$C = C + ABD$
$D = D + ABC$
$AB = AB + CD$
$AC = AC + BD$
$AD = AD + BC$

Fuente: Elaboración propia.

Figura 2 Estructura de alias para 2^{4-1} .

Los diseños factoriales y diseños factoriales fraccionados de dos niveles se consideran la base fundamental de la experimentación en la industria, para un ejemplo de aplicación véase Garza [2013]. No obstante, existen situaciones en las

que en un experimento los factores a analizar tienen diferentes números de niveles entre sí. Esto sucede cuando en el experimento están involucrados factores de tipo cualitativo y cuantitativo [Montgomery, 2017]. Los diseños factoriales de niveles mixtos son empleados en estas situaciones.

La desventaja de utilizar diseños de niveles mixtos es que aumentan de tamaño exponencialmente a medida que aumenta el número de factores y niveles. Por ejemplo, en un experimento están involucrados tres factores: el primer factor con 3 niveles, el segundo factor con 4 niveles y el tercer factor con 5 niveles. El diseño se representa como $3^1 4^1 5^1$, para llevar a cabo este experimento implicaría realizar 60 corridas. Suponga que el experimentador sólo tiene recursos para realizar 30 corridas. Debido a estas situaciones en un grupo de investigaciones se han propuesto métodos para construir diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos [Wang & Wu, 1991; Wang & Wu, 1992; Nguyen, 1996; Wang, 1996; DeCock & Stufken 2000; Xu, 2002; Guo, Simpson & Pignatiello, 2007; Pantoja, Ríos & Tapia, 2018]. Estos diseños representan sólo una fracción o subconjunto de corridas de un diseño factorial de niveles mixtos completo [Guo et al., 2007]. A diferencia de los diseños factoriales de dos niveles ninguno de los métodos propuestos emplea generadores para la construcción de estos diseños y no cuentan con una relación definidora. Por lo tanto, el método empleado para construir estructuras de alias para diseños de dos niveles no puede ser empleado para las fracciones de niveles mixtos. Al fraccionar estos diseños se desea que se conserve el balance y la ortogonalidad. El balance asegura que cada nivel de factor sea corrido el mismo número de veces en el experimento, lo que resulta en una distribución uniforme de la información para cada nivel de factor. La ortogonalidad indica la independencia por pares de columnas en el diseño y evalúa la importancia de cada factor. Actualmente se han propuesto diferentes criterios para evaluar dichas propiedades [Xu & Wu, 2001; Xu, 2002; Xu, 2003; Xu & Deng, 2005; Guo et al., 2007; Guo, Simpson & Pignatiello, 2009]. Sin embargo, dichos criterios no proporcionan información relacionada con los alias del diseño.

Dentro de las investigaciones recientes con respecto al incremento de diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos se pueden encontrar los trabajos de: Guo

et al. [2009] que proponen planes (construidos utilizando el enfoque de búsqueda exhaustiva) óptimos foldover; Ríos, Simpson & Guo [2011] desarrollaron planes semifold para diseños factoriales de niveles mixtos mediante la selección de la mitad de las combinaciones de las corridas experimentales de una fracción foldover utilizando el enfoque de búsqueda exhaustiva. Ambos enfoques de aumentación utilizaron el criterio llamado índice de balance general (GBM) para seleccionar sus respectivos planes óptimos, el cual es un criterio que mide la propiedad de balance de los diseños de niveles mixtos, sin embargo, este criterio no puede identificar la estructura de alias del diseño.

El método de construcción de estructuras de alias para diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos que se planea programar se basa en el principio de jerarquía de efectos [Box y Meyer, 1986] y en el análisis de la matriz de correlaciones. Para más detalle sobre la matriz de correlaciones, así como su cálculo véase Anderson, Sweeney & Williams, [2008] y Triola, [2013]. A continuación, se describe el método propuesto compuesto de 5 pasos.

El primer paso es seleccionar un diseño factorial fraccionado de niveles mixtos, el segundo paso es codificar el diseño en notación geométrica que se encuentra en el intervalo [-1, 1] mediante la ecuación 1, donde x_{ij} es el nivel codificado del renglón i en la columna j ; l_j es el número de niveles de la columna j y l_{ij} es el nivel del renglón i en la columna j .

$$x_{ij} = 1 - \frac{2(l_j - l_{ij})}{l_j - 1} \quad (1)$$

Una vez codificado el diseño en este mismo paso se calcula la matriz modelo, dicha matriz se obtiene al multiplicar las columnas del diseño codificado para obtener todas las combinaciones de dos y tres factores. El tercer paso es obtener la matriz de correlaciones a partir de la matriz modelo, ecuación 2.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

El cuarto paso es seleccionar las correlaciones significativas en la matriz de correlaciones, para hallar dichas correlaciones primeramente es necesario localizar

la correlación más alta $|Mr_{pp}|$ y posteriormente calcular el valor límite (VL) mediante ecuación 3.

$$VL = 0.5 * Mr_{pp} \quad (3)$$

El valor límite es empleado para filtrar todas las correlaciones de la matriz de correlaciones y seleccionar las correlaciones que superen dicho valor, a estas correlaciones se les denomina correlaciones significativas.

El quinto paso es construir la estructura de alias tomando en cuenta las correlaciones significativas y aplicando los siguientes principios: las correlaciones significativas de orden menor son más importantes que las de mayor orden, las correlaciones del mismo orden tienen igual importancia para su selección (estas deben ser desempatas por el valor de su correlación), si una interacción de segundo o tercer orden es agregada a una estructura de alias dicha interacción ya no puede ser considerada para formar otra estructura de alias; todos los efectos principales e interacciones deberán pertenecer a alguna estructura de alias del diseño. Un inconveniente al aplicar el método para construcción de estructuras de alias es que la industria del software y software libre actualmente no poseen la herramienta que permita formar estas estructuras. Por tanto, el experimentador debe aplicar el método de forma manual o como mejor escenario utilizar una hoja de cálculo como Excel. Por lo que el experimentador al aplicar el método debe tener en cuenta que a medida que aumenta el número de factores en el experimento éste exige un mayor número de operaciones volviéndose complejo y tardío. Así como asumir el riesgo de cometer errores de interpretación al analizar una gran cantidad de datos. Por ejemplo, si se quiere obtener la estructura de alias de un diseño con 9 factores, se tendrían que realizar cálculos matemáticos y matriciales, así como analizar una matriz de correlaciones de tamaño 129×129 .

Algoritmo y programación

Un algoritmo es un conjunto de pasos ordenados y finitos que permiten resolver una tarea específica. Todo algoritmo debe ser finito, preciso, definido y puede ser representado mediante un pseudocódigo o un diagrama de flujo. El pseudocódigo

es la combinación del lenguaje natural (inglés, español u otro idioma), símbolos y términos utilizados en programación.

Un diagrama de flujo es una representación gráfica de un algoritmo, esta representación se lleva a cabo con el uso de símbolos; los cuales indican diferentes procesos que se realizan en la computadora [Joyanes, 2008]. Un programa de computadora es un conjunto de instrucciones que producen la ejecución de una tarea [Corona & Ancona, 2011]. También se puede definir como la expresión de un algoritmo en un lenguaje preciso que puede entender una computadora.

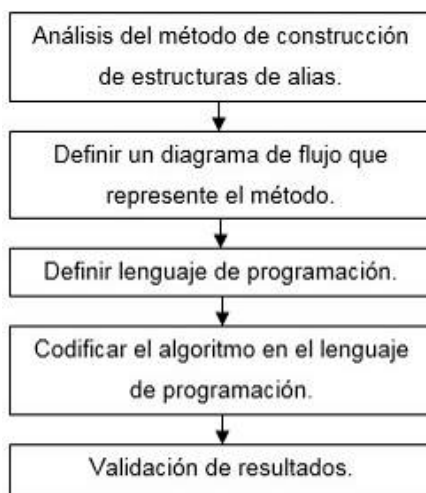
Un lenguaje de programación es un conjunto de reglas, símbolos y palabras especiales que se utilizan para construir un programa, y mediante estos la computadora puede realizar tareas o resolver problemas. Las operaciones que conducen a expresar un algoritmo en forma de programa se llama programación. Al proceso de traducir un algoritmo (pseudocódigo o diagrama de flujo) a un lenguaje de programación se denomina codificación y al algoritmo escrito en un lenguaje de programación se denomina código fuente [Joyanes, 2008]. Las técnicas de programación más conocidas son: diseño descendente, estructura de datos, estructura de control y programación modular [Corona & Ancona, 2011].

El término planeación se refiere a proyectar un futuro deseado y los medios efectivos para conseguirlos [Ackoff, Russell & Lincoln, 1992]. Bajo el enfoque de planeación y en el contexto de esta investigación, como propósito principal en este documento se proponen las etapas de la planeación para la generación de un programa para la construcción de estructuras de alias para diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos.

2. Métodos

La planeación propuesta en este trabajo consiste en cinco etapas, figura 3:

- **Etapas 1 Análisis del método de construcción de estructuras de alias.** El enfoque para solucionar el problema y analizar los datos con que se cuenta puede ser aplicado para este caso. Lo que implica: reconocer los datos con los que se cuentan y cuáles son los que se pretenden conseguir, para después asociar algún proceso u operaciones para obtener los resultados deseados.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 3 Planeación para generar el programa.

El proceso de análisis se puede dividir en tres etapas: datos de entrada, proceso y datos de salida. Los datos de entrada en este caso son diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos. En Guo et al. [2007] se muestra un catálogo de diseños nombrados arreglos eficientes (EA), dicho catálogo abarca diseños que contienen de 3 a 9 factores, diferentes números de niveles y distintos números de corridas. En la figura 4 se muestra un ejemplo, el cual es un diseño con 15 corridas y 3 factores; el primer factor es de 3 niveles; el segundo de 5 niveles y el tercero de 7 niveles.

El procesado de los datos abarca los pasos 2 al 4 del método de construcción de estructura de alias. El paso 2 implica la codificación del diseño y la construcción de la matriz modelo y el paso 3 el cálculo de la matriz de correlaciones. El cuarto paso es hallar las correlaciones significativas calculando el valor límite.

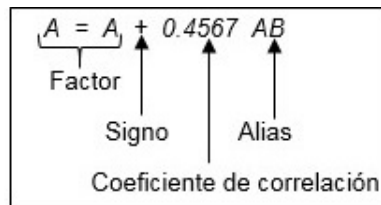
Los datos de salida que se pretenden obtener son las estructuras de alias. Dichas estructuras se construirán a partir del análisis de las correlaciones significativas obtenidas en el paso 4 en la matriz de correlaciones del diseño y la aplicación de los principios del paso 5 del método. Las estructuras de alias que se pretenden obtener estarán constituidas primeramente por el factor o interacción, el signo igual y el mismo factor o interacción; el signo del coeficiente de correlación; el coeficiente de correlación y el alias. Puede

deducirse que los datos de salida son alfanuméricos de acuerdo con su estructura. En la figura 5 se muestra un ejemplo, cabe mencionar que la estructura puede tener n números de alias según sea el caso.

1	1	7
1	2	2
1	3	5
1	4	4
1	5	3
2	1	2
2	2	5
2	3	6
2	4	7
2	5	1
3	1	4
3	2	1
3	3	2
3	4	3
3	5	6

Fuente: Guo et al. (2007).

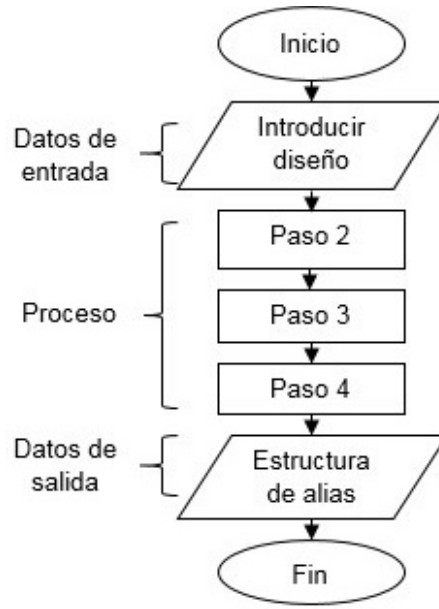
Figura 4 Diseño EA (15, 3¹5¹7¹).



Fuente: Elaboración propia.

Figura 5 Elementos de una estructura de alias de una fracción de niveles mixtos.

- **Etap 2 Definir un diagrama de flujo que represente el método.** La definición del diagrama de flujo tiene como objetivo representar el método como un algoritmo capaz de ser codificado en un lenguaje de programación. En la figura 6 se muestra un bosquejo del diagrama de flujo que se puede definir a partir de los pasos del método. Dicho diagrama es una parte fundamental en la planeación porque permite definir los procesos necesarios para construir las estructuras y facilitar la codificación.
- **Etap 3 Definir lenguaje de programación.** La selección del lenguaje de programación implica primeramente la elección del software con el que se desea trabajar, esta selección es fundamental debido a que de ella dependen los demás recursos.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 6 Diagrama de flujo.

Cabe mencionar que no se pretende crear un software comercial, sino un programa que genere las estructuras en un software que sea de uso y conocimiento común en el ámbito de la ingeniería y la investigación. MATLAB es fácil de usar en tareas de programación, dicho software es eficiente en cálculos numéricos, especialmente en los relacionados con matrices y gráficas. Aunque MATLAB no es especialista en el procesamiento de caracteres alfabéticos, se sabe que también es capaz de procesar datos alfanuméricos. C++ y FORTRAN son programas de propósito general y serían los programas de elección para aplicaciones grandes como los sistemas operativos o diseño de software. MATLAB y los programas de alto nivel son buenos en el procesamiento de números. Sin embargo, es más fácil escribir un programa que procese números en MATLAB, pero usualmente se ejecutan más rápido en C++ y FORTRAN, la única ventaja es que MATLAB es óptimo para el trabajo con matrices. Moore [2007] comenta que en muchas clases de ingeniería MATLAB es utilizado para realizar cálculos matemáticos y se ha convertido en una herramienta estándar para ingenieros y científicos.

- **Eta** **4** **Codificar el algoritmo en el lenguaje de programación.** Codificar el algoritmo representado por el diagrama de flujo en el lenguaje de

programación seleccionado. Al haber definido el lenguaje de programación en la etapa 3, para codificar el diagrama de flujo, resulta necesario definir la técnica de programación. La técnica de programación modular resulta la más idónea para este caso, debido a que permitirá definir cada proceso del diagrama de flujo en módulos. De esta manera se podrán codificar, comprobar, depurar y combinar los módulos entre sí, facilitando la programación del método.

- **Etapa 5 Validación resultados.** En esta etapa se planea la manera en que se llevará a cabo la validación del programa. La estrategia de validación será: primero construir manualmente las estructuras de cada uno de los diseños y después contrastarlos con las estructuras generadas por el programa. De esta manera se pretende validar el correcto funcionamiento del programa y detectar errores en la programación para corregirlos. Se prevé utilizar el catálogo propuesto en Guo et al. [2007] como datos de entrada.

3. Resultados

En este documento se muestra la planeación para la generación de un programa para construir estructuras de alias de diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos.

La primera etapa permitió definir una estrategia de análisis del método para construir estructuras de alias seccionándola en tres partes. La primera sección se refiere a la información de entrada, que son las fracciones de niveles mixtos. Se detectó el catálogo propuesto en Guo et al. [2007]. La segunda sección corresponde al procesamiento de datos, esto permitió separar los pasos que involucran distintas operaciones matemáticas para obtener la matriz de correlaciones. En la tercera sección se determinó la información de salida, de esta manera fue posible separar el proceso en el que se realiza la construcción de las estructuras de alias y se dedujo la estructura alfanumérica de esta información, la cual es información relevante en la elección del software en el que se pretende llevar a cabo la programación.

La segunda etapa permitió definir un diagrama de flujo en el que se concretaron los procesos necesarios para construir las estructuras de alias. La tercera etapa

permitió principalmente definir el software y posteriormente la estrategia de programación. Derivado del análisis se concluyó que el software MATLAB es el más conveniente para este caso, debido a su especialización en el análisis de matrices, manejo de datos alfanuméricos y al uso común en el ámbito de la ingeniería y la investigación. En la cuarta etapa se encontró que la estrategia de programación modular es el más conveniente por su flexibilidad. En la quinta etapa se definió la estrategia de validación que se llevará a cabo comparando los resultados obtenidos manualmente con los resultados generados por el programa, haciendo posible detectar errores en la programación y realizar correcciones.

Una vez que se asegure el funcionamiento correcto del programa se prevé utilizarlo en el análisis de las estructuras de alias de los diseños propuestos en Guo et al. [2007], Pantoja et al. [2018], los planes Foldover propuestos en Guo et al. [2009] y los Semifold propuestos por Ríos et al. [2011]. Con este análisis se pretende obtener conclusiones sobre estrategias de experimentación y diseños más convenientes, así como también llevar a la práctica experimentos de niveles mixtos.

4. Discusión

Los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos permiten minimizar el empleo de recursos dado que se reducen el número de corridas experimentales. La desventaja de fraccionar, es confusión de los efectos en el experimento. Es debido a esto que resulta necesario conocer la forma en que los términos del diseño quedan confundidos, esta información la proporcionan las estructuras de alias.

La planeación mostrada en este documento muestra las etapas para generar un programa que construye estructuras de alias. Los resultados permitieron definir de una forma lógica y ordenada los elementos y aspectos a considerar para poder generar un programa para construir estructura de alias para diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos. Con el análisis del método se pretende definir un diagrama de flujo, posteriormente en el software MATLAB realizar la codificación mediante la técnica de programación modular y finalmente validar resultados haciendo una comparación entre estructuras obtenidas manualmente y estructuras obtenidas con el programa.

Existe la necesidad de generar una herramienta que facilite la construcción de estructuras de alias para estos diseños ya que actualmente no existe un software comercial que permita construirlos. Con esta herramienta el experimentador podrá conocer los alias del diseño y de esta manera elegir el método de construcción y estrategias de aumentación que generen el diseño que le brinde la mayor información en el experimento.

5. Bibliografía y Referencias

- [1] Ackoff, Russell & Lincoln (1992). *Un Concepto de Planeación de Empresas*. México: Editorial Limusa Wiley.
- [2] Anderson, D. R., Sweeney, D. J., & Williams, T. A. (2008). *Estadística para administración y economía*. México: Cengage Learning Editores.
- [3] Al-Ghamdi, K. A. (2013). A simple method for dealing with aliasing in experimental design. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 30(8), 877-896. doi:<http://dx.doi.org/10.1108/IJQRM-Jan-2012-0006>.
- [4] Box, G., & Meyer, R. (1986). An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials. *Technometrics*, 28(1), 11-18, doi: 10.1080/00401706.1986.10488093.
- [5] Corona, M. A., & Ancona, M. Á. (2011). *Diseño de algoritmos y su codificación en lenguaje C*. México: McGraw-Hill/Interamericana Editores.
- [6] DeCock, D. & Stufken, J. (2000). On Finding Mixed Orthogonal Designs of Strength 2 with Many 2-Level Factors. *Statistics & Probability Letters*, 50(4), 383–388. doi: [https://doi.org/10.1016/S0167-7152\(00\)00125-5](https://doi.org/10.1016/S0167-7152(00)00125-5)
- [7] Domínguez, J., & Castañón, E. (2018). *Diseños de Experimentos. Estrategias y Análisis en Ciencias e Ingenierías*. México: Alfaomega.
- [8] Guo, Y., Simpson, J., & Pignatiello, J. J. (2007). Construction of Efficient Fractional Factorial Mixed-Level Design. *Journal of Quality*, 39(3), 241-257, doi: 10.1080/00224065.2007.11917691.
- [9] Garza V., J. B. (2013). Aplicación de diseño de experimentos para el análisis de secado de un producto (Experiment design application for analysis of the drying a product). *Innovaciones de negocios*, 10(19), 145-158. doi: <http://eprints.uanl.mx/id/eprint/12585>.

- [10] Gutiérrez, H., & de la Vara, R. (2008). *Análisis y Diseños de Experimentos*. México D.F.: McGraw-Hill.
- [11] Joyanes, L. (2008). *Fundamentos de programación*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España.
- [12] Guo, Y., Simpson, J. R., & Pignatiello, J. J. (2009). The general balance metric for mixed-level fractional factorial designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(3), 335-344. doi: <https://doi.org/10.1002/qre.982>.
- [13] Guo, Y., Simpson J. R., & Pignatiello, J. J. (2009). "Optimal foldover plans for mixed-level fractional factorial designs". *Quality and Reliability Engineering International*, 25(4):449-466, doi: <https://doi.org/10.1002/qre.981>.
- [14] Kuehl, R. O. (2001). *Diseños de Experimentos Principios Estadísticos para el análisis y diseños de investigaciones*. México: Thomson Editores.
- [15] Hamada, M., & Wu, C. F. (1992). Analysis of designed experiments with complex aliasing. *Journal of Quality Technology*, 24, 130-137. doi:<https://doi.org/10.1080/00224065.1992.11979383>.
- [16] McGrath, R. N., & Lin, D. K. (2014). *Aliasing in Fractional*. Wiley StatsRef: *Statistic Reference Online*. doi:10.1002/9781118445112.stat04073.
- [17] Montgomery, D. (2017). *Design and Analysis of Experiments*. New York: John Wiley & Sons.
- [18] Moore, H. (2007). *MATLAB para Ingenieros*. México: Pearson Educación México.
- [19] Nguyen, N. (1996). A Note on the Construction of Near- Orthogonal Designs with Mixed Levels and Economic Run Size. *Technometrics*, 38(3), 279–283. doi: 10.1080/00401706.1996.10484508.
- [20] Pantoja Y. V., Ríos A. J., & Tapia M. (2019). A method for construction of mixed-level fractional designs. *Quality and Reliability Engineering International*.1–20, doi:<https://doi.org/10.1002/qre.2466>.
- [21] Ríos, A., Simpson, J., & Guo, Y. (2011). Semifold Plans for Mixed-level Designs. *Quality Reliability Engineering International*, 27(7), 921-929, doi: <https://doi.org/10.1002/qre.1181>.
- [22] Triola, M. F. (2013). *Estadística*. México: Pearson Educación.

- [23] Ryan, T. (2007). *Modern Experimental Design*. Hoboken, New Jersey, U.S.A: Jonh Wiley & Sons.
- [24] Xu, H., & Wu, C.F. J. (2001). Generalized minimum aberration for asymmetrical fractional factorial designs. *The Annals of Statistics*, 29(4), 1066-1077. doi:10.1214/aos/1013699993.
- [25] Xu, H. (2002). An Algorithm for Constructing Orthogonal And Nearly Orthogonal Arrays with Mixed Levels And Small Runs. *Technometrics*, 44(4), 356-368. doi: <https://doi.org/10.1198/004017002188618554>
- [26] Xu, H. (2003). Minimum moment aberration for nonregular designs and supersaturated designs. *Statistica Sinica*, 13(3), 691-708. doi: <https://www.jstor.org/stable/24307119>.
- [27] Xu, H., & Deng, L.Y. (2005). Moment aberration projection for nonregular fractional factorial designs. *Technometrics*, 47(2), 121-131. doi:10.1198/004017004000000617.
- [28] Xu, H. (2015). Nonregular Factorial and Supersaturated Designs. En A. Dean, M. Morris, j. Stufken, & D. Bingham, *Handbook of Design and Analysis of Experiments* [págs. 339-367]. FL, U.S.A.: Taylor & Francis Group.
- [29] Wang, J. C. & Wu, C. F. J. (1991). An Approach to the Construction of Asymmetrical Orthogonal Arrays. *Journal of the American Statistical Association*. 86(414), 450–456. doi: 10.1080/01621459.1991.10475065.
- [30] Wang, J. C. & Wu, C. F. J. (1992). Nearly Orthogonal Designs with Mixed Levels and Small Runs. *Technometrics*. 34(4), 409–422. doi: 10.1080/00401706.1992.10484952.
- [31] Wang, J. C. (1996). Mixed Difference Matrices and the Construction of Orthogonal Designs. *Statistics & Probability Letters*. 28(2), 121–126. doi: [https://doi.org/10.1016/0167-7152\(95\)00105-0](https://doi.org/10.1016/0167-7152(95)00105-0).
- [32] Wu, C. F. & Hamada, M. (2009). *Experiments: Planning, Analysis, and Parameters Design Optimization*. New Jersey: Wiley & Sons.
- [33] Wu, C. F. (2018). A fresh look at effect aliasing and interactions: some new wine in old bottles. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 70(2), 249-268. doi:<https://doi.org/10.1007/s10463-018-0646-0>.