

# ANÁLISIS DE LOS ESFUERZOS GENERADOS EN UN CD SOMETIDO A ALTAS REVOLUCIONES

***Kevin Alejandro Niño Vázquez***

Universidad Politécnica de Juventino Rosas

*kvazquez\_ptc@upjr.edu.mx*

***Gaspar Albiter Rodríguez***

Universidad Politécnica de Juventino Rosas

*galbiterr\_ptc@upjr.edu.mx*

***Héctor Huerta Gámez***

Universidad Politécnica de Juventino Rosas

*hhuerta\_ptc@upjr.edu.mx*

## **Resumen**

Un CD (por sus siglas en inglés, Compact Disc) se define como una placa circular con 120 mm de diámetro y 1 mm de espesor; fabricada con un material denominado policarbonato. Almacenan bits de información por medio de ranuras microscópicas en su superficie, realizadas por un rayo láser. En el presente trabajo se desarrolló un análisis de un CD por medio de Método de Elemento Finito (MEF), utilizando un modelo constitutivo lineal elástico y curva bilineal del material con condiciones críticas de velocidad angular, cuyo objetivo es analizar su comportamiento estructural para condiciones de velocidad puntuales. Los resultados del estudio muestran que el esfuerzo tangencial es mayor en un 60% al esfuerzo radial.

**Palabra(s) Clave(s):** esfuerzo radial, esfuerzo tangencial, velocidad angular, MEF.

## **Abstract**

*A CD (Compact Disc) is a circular plate with 120 mm diameter and 1 mm thick; this is made with a material called polycarbonate. The CD stored bits of information by means of microscopic grooves on its surface, made by a laser beam.*

*In this paper was developed an analysis on CD was by FEM (Finite Element Method), a constitutive model was used linear elastic and a bilinear curve of the material with critical conditions of angular velocity, the goal is analyzing its behavior structural for conditions of punctual speed. The results of the study show that the tangential stress is increased by 60% to the radial stress.*

**Keywords:** *angular velocity, FEM, radial stress, tangential stress.*

## **1. Introducción**

La tecnología ha ido avanzando de manera acelerada, puntualmente en el desarrollo y diseño de materiales para los diferentes procesos productivos. En el desarrollo de CD's el avance de la tecnología no es la excepción, cada vez se tienen sistemas más rápidos que procesan la información en milésimas de segundos. En este sentido, la velocidad de lectura en los discos compactos será aún mayor si se continúa avanzando a este ritmo, por lo que, el uso periódico de los discos compactos sometidos a estas velocidades puede afectar su capacidad estructural y esto a su vez provocar que se rompan en miles de fragmentos, teóricamente un CD puede soportar hasta 35 000 rpm [1], lo equivalente a 584 revoluciones por segundo. Debido a lo anterior, es necesario hacer un análisis de esfuerzos el cual permita conocer la velocidad angular que el CD puede soportar, con la intención de no ocasionar accidentes en los equipos de cómputo y en el propio CD.

## **2. Métodos**

Un CD está fabricado principalmente de policarbonato (material plástico), en el cual se han realizado diminutas salientes llamadas PITS, siguiendo un espiral continuo que parte desde el centro y continua hacia el borde del CD, llamada TRACK (pista). Sobre estas se aplican lacas y plásticos protectores, evitando así que estas hendiduras se llenen o se creen nuevas. Dichas hendiduras, no son otra cosa que la información digital, cubierta por una capa reflectante para que pueda ser leída por el láser en los equipos reproductores; un CD (figura 1) tiene un diámetro de 120 mm, 1.2 mm y posee un orificio circular de 15 mm de diámetro que permite centrarlo correctamente en el reproductor [1] [2].

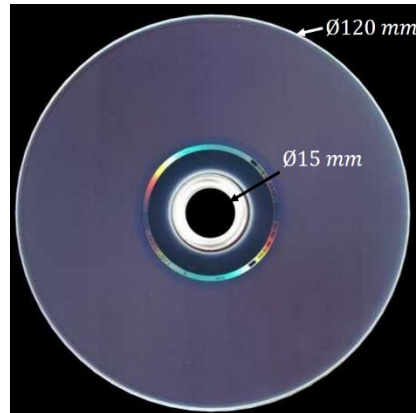


Figura 1 Especificaciones dimensionales de un Disco Compacto.

A pesar de que puede haber variaciones en la composición de los materiales empleados en la fabricación de los discos, todos siguen un mismo patrón: los discos compactos se hacen de un disco grueso, de 1.2 milímetros, de policarbonato, al que se le añade una capa de aluminio cuya velocidad de exploración es de 1.2 a 1.4 m/s, que se encuentran en un rango de 500 rpm y 200 rpm, en modo de lectura CLV (por sus siglas en inglés Constant Linear Velocity, 'Velocidad Lineal Constante').

### Propiedades del material “Policarbonato de grado óptico”

En el análisis de las velocidades se tomaron en cuenta las propiedades del Policarbonato de grado óptico, material del cual están compuestos los CD's. La tabla 1 y 2 muestran los valores para las propiedades físicas y térmicas del policarbonato [3] [4].

Tabla 1 Propiedades físicas del policarbonato de grado óptico.

Propiedad del material	Magnitud
<b>Módulo elástico</b>	1.67 GPa
<b>Resistencia a la fluencia</b>	2.17 MPa
<b>Módulo tangente</b>	556 MPa
<b>Resistencia última</b>	35 MPa
<b>Módulo de Poisson</b>	0.37
<b>Densidad</b>	1289 kg/m <sup>3</sup>

Tabla 2 Propiedades térmicas del policarbonato de grado óptico.

Propiedad	Magnitud
Conductividad térmica	0.23 (W/m.K)
Calor específico	1.17 (kJ/kg.K)
Temperatura de transición vítrea	150 (°C)
Temperatura de fusión	260 (°C)

## Análisis bajo teorías de diseño y MEF

Se ejecutan dos tipos de análisis, ambos tienen la finalidad de calcular las velocidades máximas que pueden soportar los CD's antes de llegar a su ruptura. En un primer acercamiento se hace el cálculo teórico teniendo valores de esfuerzo tangencial y radial donde los valores calculados son válidos para la zona elástica del material, posteriormente se realiza un modelo en un software tipo CAD (por sus siglas en inglés, Computer Aided Design) y un análisis del mismo en un software CAE (por sus siglas en inglés, Computer Aided Engineering), el desarrollo del problema abarca resultados tanto para la zona elástica como la zona plástica del material.

### Análisis teórico

La teoría empleada considera que el radio exterior del disco es mucho mayor al espesor, lo cual hace que se tenga para el esfuerzo radial ( $\sigma_r$ ) ecuación 1 y para el esfuerzo tangencial ( $\sigma_\theta$ ) ecuación 2.

$$\sigma_r = \frac{3 + \nu}{8} \rho \omega^2 \left( b^2 + a^2 - \frac{a^2 b^2}{r^2} - r^2 \right) \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{3 + \nu}{8} \rho \omega^2 \left( b^2 + a^2 + \frac{a^2 b^2}{r^2} - \frac{1 + 3\nu}{3 + \nu} r^2 \right) \quad (2)$$

Donde  $\rho$  es la densidad,  $\nu$  es la razón de Poisson,  $\omega$  la velocidad angular,  $b$  el radio exterior del disco,  $a$  radio interior del disco. Estas ecuaciones son válidas para un disco con hueco en el centro y en la zona elástica del material.

Esta teoría establece que los esfuerzos máximos se presentan en el centro del disco, al aplicar las condiciones de frontera correspondientes, se obtienen las ecuaciones 3 y 4.

$$(\sigma_r)_{\text{Max}} = \frac{3 + \nu}{8} \rho \omega^2 (b - a)^2 \quad (3)$$

$$(\sigma_\theta)_{\text{Max}} = \frac{3 + \nu}{4} \rho \omega^2 \left( b^2 + \frac{1 - \nu}{3 + \nu} a^2 \right) \quad (4)$$

Se hace uso de los datos del policarbonato de grado óptico especificados anteriormente, estos se utilizan para el cálculo de la velocidad angular, el valor de la resistencia a la fluencia se establece como el valor del esfuerzo máximo tanto para el esfuerzo radial como tangencial, se tiene entonces mediante ecuación 3:

$$2.17 \times 10^6 = \frac{3 + 0.37}{8} (1289) \omega^2 (60 \times 10^{-3} - 7.5 \times 10^{-3})^2$$

$$\omega = 1204.13 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Y mediante ecuación 4:

$$2.17 \times 10^6 = \frac{3 + 0.37}{4} (1289) \omega^2 [(60 \times 10^{-3})^2 + \frac{1 - 0.37}{3 + 0.37} (7.5 \times 10^{-3})^2]$$

$$\omega = 743.93 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Con el valor de  $\omega = 743.93 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  obtenidos a partir de la ecuación del esfuerzo tangencial se determina que esta es la velocidad angular mínima con la que se alcanza el esfuerzo de fluencia en un CD, lo equivalente a 120 rps (revoluciones por segundo) [5] [6].

## Análisis CAE

El cálculo de la velocidad angular de  $744 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  completará los datos para realizar una simulación mediante un software de tipo CAE, estos datos se establecieron en la tabla 1. Para comenzar el análisis se crea un disco con las especificaciones anteriores y se procede a realizar un mallado.

### Consideraciones para el mallado

Para el mallado del sistema se ha utilizado el elemento *SOLID185*, que es un elemento tetraédrico sólido con 8 nodos, figura 2.

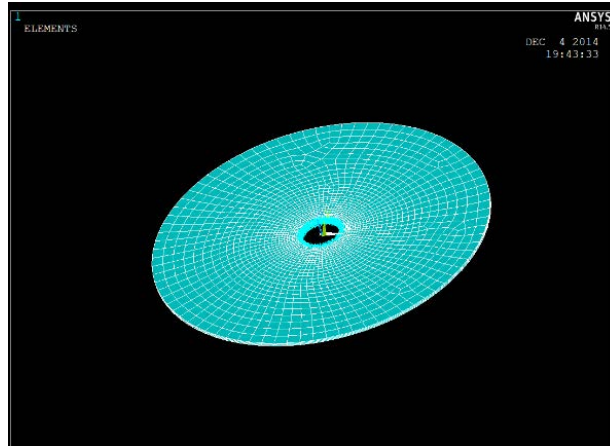


Figura 2 Disco compacto mallado con 7396 elementos.

### Mallado óptimo

Para el cálculo del esfuerzo tangencial a las revoluciones dadas se hace un análisis de mallado con la finalidad de optimizar el equipo de cómputo y al mismo tiempo ahorrar tiempo en el análisis, sería un trabajo extenuante queriendo mallar con muchos elementos siendo que puede obtenerse similitud de resultados con una cantidad considerablemente menor.

La malla con 7396 elementos es adecuada puesto que al usar el mallado inteligente y posteriormente refinarla con mayor número de elementos los resultados no tiene una variación mayor al 0.2 % para  $\sigma_r$  y 0.4% para  $\sigma_\theta$ , ver tabla 3.

Tabla 3 Número de elementos de malla y esfuerzos producidos.

Número de elementos.	$\sigma_r$ (kPa)	$\sigma_t$ (MPa)
<b>7396</b>	827.56	2.14
<b>12215</b>	827.56	2.14
<b>14152</b>	827.6	2.14
<b>10819 (Smart size)</b>	829.00	2.13

### Contactos utilizados y propiedades del material

Una parte importante del análisis no lineal es la consideración de los contactos que se utilizaron para aplicar condiciones de frontera, los cuales se definieron como un contacto *TARGET170* y un *CONTACT175*, donde el primero es un nodo piloto y el segundo la superficie del CD respectivamente.

Así mismo, de acuerdo con los datos de la tabla 1, se asignaron las constantes elásticas del material y un modelo constitutivo de curva bilineal, ya que curvas esfuerzo deformación reales son difíciles de emplearse en soluciones matemáticas de problemas complejos. En pruebas de esfuerzo uniaxial, la transición entre la respuesta lineal elástica y la no lineal puede ser abrupta como se muestra en la gráfica de la figura 3, donde el nivel de esfuerzo en este punto se llama esfuerzo de fluencia.

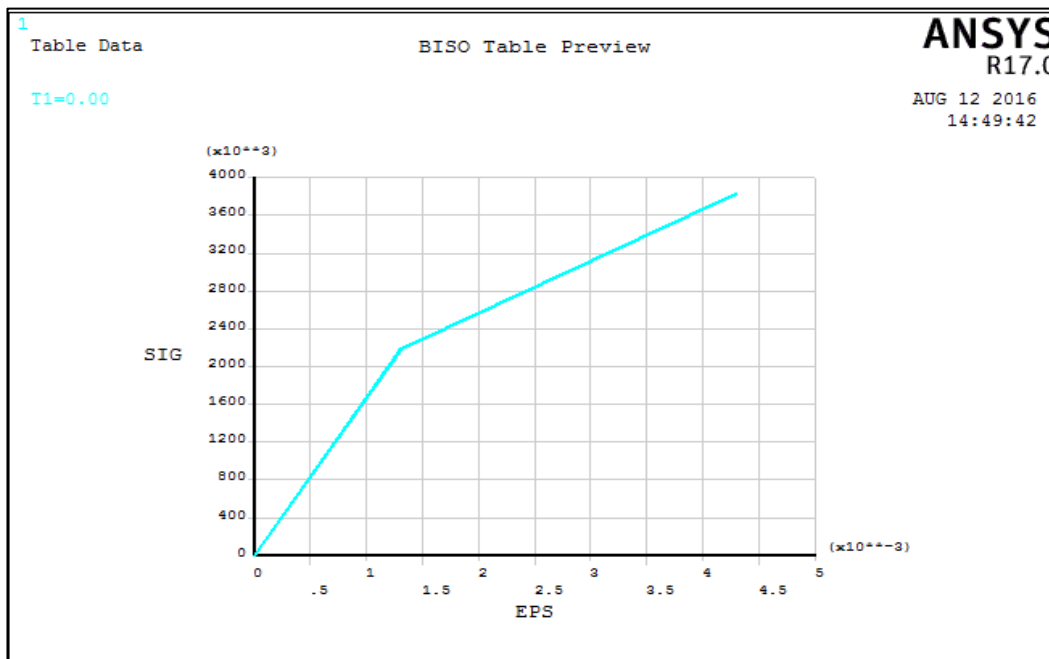


Figura 3 Curva bilineal para el policarbonato de grado óptico.

### Condiciones de frontera

Las restricciones aplicadas al análisis de los elementos fueron las siguientes:

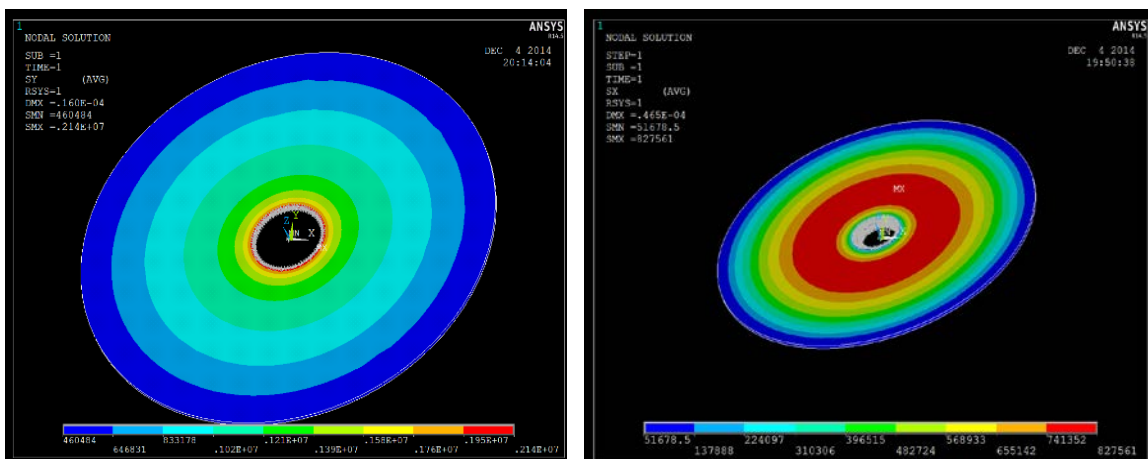
- Se colocó un nodo piloto siendo este el 329, ubicado en el centro del disco, aplicando una velocidad angular de 744 rad/s.

- se restringen los desplazamientos en las tres direcciones ( $u_x, u_y, u_z$ ) y los rotacionales en dirección x, y, pudiendo sólo existir la rotación en el eje z.
- Una vez asignados los valores en el software se ejecutó la simulación y se obtuvieron los resultados que se muestran en el siguiente apartado. [6] [7]

### 3. Resultados

Para los esfuerzos máximos radial y tangencial se obtuvo un esfuerzo tangencial de 2.14 MPa y un esfuerzo radial de 0.827 MPa. La figura 4, muestra el análisis obtenido para el esfuerzo tangencial y radial.

Las imágenes muestran claramente como el esfuerzo radial y tangencial aumentan casi de forma lineal con el aumento del radio en el CD, es decir, a medida que el radio aumenta se disipa la magnitud de los esfuerzos.



a) Tangenciales.

b) Radiales.

Figura 4 Resultados de los esfuerzos.

Aunque el esfuerzo radial es 38.6% menor que el esfuerzo tangencial una mayor área del CD en su parte media está sometida a este tipo de esfuerzo, tal como se afirma en [8]. Finalmente se podría esperar que el fallo del CD comience del centro hacia afuera propagándose radialmente a partir del área marcada en rojo.

*Análisis de revoluciones hasta alcanzar  $S_u$ .*

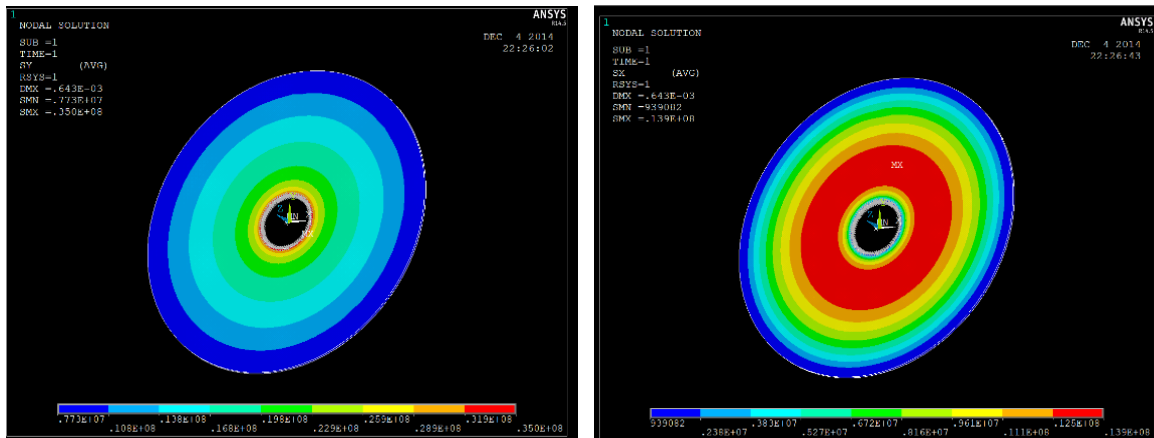


El valor de  $S_u$  es de 35 MPa, el siguiente análisis a realizar es mediante iteración de valores de la velocidad angular  $\omega$  hasta alcanzar el valor del esfuerzo último. La tabla 4 muestra los respectivos valores de velocidad angular, esfuerzo tangencial y radial que provoca.

Tabla 4 Esfuerzos radiales y tangenciales vs velocidad angular.

$\omega \left(\frac{rad}{s}\right)$	$\sigma_r$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)
1000	0.144	2.92
15000	345	880
4000	24	61.2
2000	5.8	14.1
3000	13.5	33.8
3100	14.4	36.2
3050	13.9	35.0

Los valores antes presentados se obtienen de iterar 7 veces el valor de velocidad angular, donde se puede observar que el esfuerzo tangencial es quien sufre las consecuencias de tales variaciones en  $\omega$ . Las imágenes respectivas a este análisis se pueden observar en la figura 5.



a) Tangenciales.

b) Radiales.

Figura 5 Resultado de los esfuerzos tangenciales para 3050 rad/s.

#### **4. Discusión**

El análisis a través del uso de herramientas computacionales (CAD-CAE) permite obtener el modelo sólido en 3D del CD así como su comportamiento estructural.

El estudio MEF realizado al CD demostró que se alcanza el esfuerzo último en el CD sometido a una velocidad angular de 3050 rad/s lo equivalente a 29125 rpm, comparando este resultado con 35000 rpm que es la cantidad de revoluciones máximas que puede soportar un CD se tiene un 85% de coincidencia en los resultados obtenidos. Para la zona elástica del material antes de 2.17 MPa en la zona de fluencia, se pueden tener hasta 7105 rpm.

Cuando se llega a las 7105 rpm si estas aumentan se tiene un análisis en la zona plástica del material cuyo comportamiento puede ser variable y llegar a la ruptura a las 35000 rpm o miles de revoluciones antes. Finalmente el esfuerzo tangencial encontrado de 35 MPa supera en un 60% al esfuerzo radial de 13.9 MPa, esto implica que la falla en el CD es de mayor importancia un esfuerzo tangencial que el esfuerzo radial.

#### **5. Bibliografía y Referencias**

- [1] Pohlmann, K. C.: *The Compact Disc Handbook*, New York: OXFORD University, 1992.
- [2] Llosa D. J., Evaluación de tensiones residuales en discos compactos mediante el método fotoelástico, nº 1, pág. 42-45, 2005.
- [3] M. F. Ashby, *Materials Selection in Mechanical Design*, Butterworth-Heinemann, , pág. 125-194, 2011.
- [4] Donald R. Askeland, *Ciencia e ingeniería de los materiales*, Cengage Learning, 2015.
- [5] Gere Timoshenko, *Theory of elasticity*, Palo Alto, California, McGraw Hill, pág. 66-73, 1951.
- [6] Arthur P. Boresi, *Advanced mechanics of materials*, Canadá: John Wiley & Sons, 1993.
- [7] D. L. Logan, *A First Course in the Finite Element Method*, Canadá: Thomson, 2007.

- [8] M. Abdur Rosyid, *Stress Analysis of Nonhomogeneous Rotating Disc with Arbitrarily Variable Thickness Using Finite Element Method*, pág. 3114-3125, 2014.
- [9] R. A. M. Nieves, *Aplicación de herramientas computacionales en el diseño y comportamiento mecánico de piezas plásticas*, Sartenejas: Universidad Simón Bolívar , 2005.
- [10] S. K. S. Schmid, *Manufactura Ingeniería y Tecnología*, 5ta ed., México: Pearson Educación, 2008.