# Detección de Ondas QRS del ECG Usando la

# Transformada Wavelet Analógica

#### Cristian Rodríguez-Díaz

Universidad de Guadalajara, Departamento de Electrónica cristian.rdiaz@red.cucei.udg.mx

#### Marco A. Gurrola-Navarro

Universidad de Guadalajara, Departamento de Electrónica marco.gurrola@cucei.udg.mx

#### Rebeca del Carmen Romo-Vázquez

Universidad de Guadalajara, Departamento de Ciencias Computacionales rebeca.romovazquez@gmail.com, rebeca.romo@cucei.udg.mx

# Resumen

En este trabajo se propone una nueva metodología para la detección de ondas QRS del electrocardiograma (ECG), haciendo uso de la Transformada Wavelet Analógica combinado con una variante del método Hard-Thresholding con retardo para eliminar ruido, más un módulo digital para la detección. La metodología presentada en este trabajo está diseñada para aplicaciones de procesamiento de señales ECG en tiempo real. Las señales de ECG usadas para las pruebas fueron obtenidas de la base de datos del MIT-BIH. La metodología propuesta se simuló con diferentes señales de la base de datos mencionada, agregándoles ruido blanco Gaussiano para evaluar su desempeño y funcionamiento, y al compararla con otros trabajos ya publicados resultó en un desempeño similar en cuanto a detecciones se refiere. Las operaciones matemáticas involucradas en el método propuesto son sencillas y pueden ser implementadas en circuitos integrados analógico-digitales de baja complejidad.

Palabras Claves: Electrocardiograma, hard-thresholding, ponderación, ruido blanco, transformada wavelet.

## 1. Introducción

La detección automática de ondas de electrocardiograma (ECG) es una parte importante en el monitoreo y diagnóstico de enfermedades cardiacas. El complejo de ondas QRS refleja actividad eléctrica en el corazón durante la contracción ventricular [1]. El tiempo que tarda el corazón en emitir otro pulso así como la forma del mismo proveen información importante acerca del estado de salud del paciente.

Para el análisis de señales transitorias y no estacionarias como lo son las señales cardiacas, la transformada wavelet (TW) es una herramienta matemática útil ya que permite la observación simultánea en tiempo y frecuencia de la señal tratada [2]. La TW se ha implementado exitosamente en circuitos integrados (CI) y en dispositivos reprogramables y se ha usado para la detección de señales como lo es el complejo QRS de las señales cardiacas [1, 2, 3, 4]. La TW se adecúa para aplicaciones de baja potencia, bajo voltaje y puede ser implementada mediante circuitos analógicos [5, 6].

Las técnicas usadas en [6, 7] se tomaron como base para el desarrollo de la metodología aquí propuesta por la factibilidad de la implementación de la TW en circuitos analógicos, específicamente, la implementación de todo un sistema de descomposición wavelet en un CI por medio de comparadores y filtros pasa-banda escalados en frecuencia. La otra ventaja de estos circuitos es que son analógicos, con lo cual obtenemos un procesamiento en tiempo real y un bajo consumo de energía al no necesitar de una señal de reloj y no tener que ir de un voltaje máximo al mínimo con cada pulso de reloj como se requeriría en un sistema digital.

Algunas fuentes de ruido externo que pueden contaminar la señal son el ruido debido al contacto de la piel con los electrodos, ruido mioeléctrico, y ruido en la fuente de alimentación. En este trabajo se muestra cómo se puede adaptar la técnica de Hard-Thresholding (HT) para reducir el efecto negativo del ruido durante la detección de las

ondas QRS. Además, como se explica en secciones posteriores, esta modificación a la metodología de HT nos permite obtener información digitalizada a partir de la señal ECG para un módulo detector digital (empleado en una etapa posterior) sin la necesidad de usar un convertidor analógico-digital estándar.

El contenido de este trabajo se distribuye como se indica a continuación: en la sección 2 se explica la TW y su implementación mediante filtros analógicos. En la sección 3 se describe la adaptación del método de HT con retardo implementado con circuitos analógicos, y en la sección 4 se detalla el módulo de detección digital. En la sección 5 se muestran los resultados de las simulaciones. En la sección 6 se hace una discusión acerca de la factibilidad de la implementación del presente trabajo en CI. Finalmente en la sección 7 se discuten las conclusiones.

## 2. Transformada Wavelet

La transformada wavelet es una herramienta matemática que analiza las componentes de la señal y las lleva al dominio wavelet en función de dos variables: traslación y escala. El análisis wavelet se lleva a cabo respecto a una señal prototipo,  $\psi(t)$ , llamada wavelet madre [7]. Esta función se escala de la siguiente manera:

$$\psi_{r^m}(t) = \left(\frac{1}{r^m}\right)\psi\left(\frac{t}{r^m}\right) \tag{1}$$

La ecuación anterior es una familia de funciones escaladas por un factor de  $r^m$ , donde m es un entero, para un número real dado r > 1. Habiendo definido esta función, ahora se define la TW por [6]:

$$W_r^m f(b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_r^m (t-b) dt$$
(2)

Donde f(t) es la señal de entrada, *b* es traslación, y  $W_{r^m}f(b)$  es la componente de la TW en la escala  $m = \{1, 2, ..., 11\}$ . La ecuación (2) puede ser reescrita como la convolución

entre la señal f(t) y la respuesta al impulso de un filtro continuo  $h(t) = \psi(-t)$  escalada como se indica en (1). La TW queda como:



$$W_r^m f(b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) h_r^m (b-t) dt$$
(3)

Fig. 1. Respuesta al impulso de filtro pasa-banda.

Con la ecuación (3) se obtiene la *m*-ésima componente de la TW, implementada con un filtro continuo de respuesta al impulso  $h_{r^m}(t)$ . En la Fig. 1 se muestra la respuesta al impulso de un filtro bicuadrático pasa-banda sin escalar. En [6] se demuestra que la respuesta al impulso de un filtro continuo pasa-banda cumple con los criterios matemáticos para ser considerada como una wavelet prototipo. El sistema de detección de pulsos QRS propuesto se muestra en la Fig. 2, exceptuando el módulo digital (el cuál se muestra en una sección posterior).



Fig. 2. Diagrama a bloques del sistema propuesto sin el modulo detector.

El sistema comprende un bloque con 11 filtros pasa-banda para realizar la TW de la señal ECG de entrada, un bloque con 11 amplificadores de ponderación para normalizar el voltaje pico-pico del complejo QRS a un valor uniforme en las 11 componentes wavelet, y otro bloque más que realiza la técnica HT modificada para entregar a la salida pulsos digitales cuando se detecte un posible complejo QRS en cada una de las 11 componentes wavelet.

La TW es realizada por un conjunto de filtros pasa-banda bicuadraticos ( $BPF_m$ ) lineales e invariantes en el tiempo con una función de transferencia dada por la Tabla 1.

$$H(r^{m}\omega) = \frac{350\left(\frac{r^{m}}{q}\right)j\omega}{(j\,r^{m}\omega)^{2} + 350\left(\frac{r^{m}}{q}\right)j\omega + 122500} \qquad m = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$
$$j = \sqrt{-1}, \quad q = 0.5 \quad y \quad r = \sqrt{2}$$

Tabla 1. Valores seleccionados para los filtros pasa-banda (BPF<sub>m</sub>) de la Fig. 2.

Donde q es el factor de calidad del filtro. Con estos valores la frecuencia central de los filtros va de 39.39Hz para BPF<sub>1</sub> a 1.23Hz para BPF<sub>11</sub>, pues se deseaba cubrir el rango de frecuencias de la señal ECG que va de 3Hz a 40Hz [2].

En la Fig. 3, se muestra una de las señales ECG de la base de datos del MIT-BIH. Como se puede observar (Fig.3a), la señal de ECG ya viene con una pequeña componente de ruido, mientras que la Fig.3b es la misma señal con ruido blanco Gaussiano añadido.

La densidad espectral de potencia  $S_x(f)$  de una señal de ruido x(t) está definido por la potencia media de x(t) en un ancho de banda de 1 Hz en f y este suele ser expresado en  $\frac{V^2}{Hz}$ . El ruido blanco Gaussiano se caracteriza por el hecho de que sus valores de señal en dos tiempos diferentes no guardan correlación estadística. Como consecuencia de ello, su densidad espectral de potencia es una constante, es decir, su grafica en el dominio de la frecuencia es plana [9].



Fig. 3. Señal de la base de datos de la MIT-BIH sin ruido y con ruido blanco añadido respectivamente.

En este trabajo el ruido que se añadió a la señal ECG fue de  $0.2V_{rms}$ . Cuando la señal ECG contaminada con ruido pasa por los filtros ( $BPF_m$ ), la salida de cada filtro contendrá únicamente las componentes espectrales de ruido y de ECG que caen dentro del ancho de banda del filtro. En el dominio del tiempo esto tiene el efecto de que las salidas de los

filtros de más baja frecuencia (que son los filtros de menor ancho de banda) poseen una amplitud de  $V_{p-p}$  menor. Esto se puede observar en la Fig. 4 donde la escala 3 es la salida del filtro de frecuencia central más alta y la escala 9 es la salida del filtro con frecuencia central más baja.



Fig. 4. Señal ECG con ruido y la salida de los filtros en la escala 3, 6 y 9 respectivamente.

Con el propósito de igualar las amplitudes de los  $V_{p-p}$  de los complejos QRS de las 11 bandas se agregó una etapa de ponderación ( $P_m$ ) que se muestra en la Fig. 2. Se propusieron cinco ponderaciones (algunas de ellas son comúnmente usadas en análisis numérico de TW), y de manera heurística se eligió aquella ponderación que produjera los voltajes pico-pico más homogéneos en todas las bandas. Las ponderaciones propuestas fueron las siguientes:

$$P_m = \left\{ \frac{r^m}{\bar{n}_1}, \frac{\bar{n}_1}{r^m}, \sqrt{\frac{r^m}{\bar{n}_1}}, \frac{1}{\sqrt{\frac{r^m}{\bar{n}_1}}}, \left(\frac{r^m}{\bar{n}_1}\right)^2 \right\}$$
(4)

Donde  $\bar{n}_1$  es el pivote o amplitud rms del ruido de la primer escala,  $r = \sqrt{2}$  y *m* es el índice de la escala que se está ponderando. La ponderación que mejores resultados dio fue

 $\sqrt{r^m/\bar{n}_1}$ . Las salidas de los filtros ya ponderadas se muestran en la Fig.5. En este trabajo se tomo un valor de  $\bar{n}_1 = 1$ .

Aunque todos los resultados en el presente trabajo se obtuvieron numéricamente simulando el sistema con Matlab, el sistema propuesto se puede implementar en circuitos analógicos de baja complejidad.



Fig. 5. Señal ECG con ruido y señales de salida de los filtros ponderadas por un factor de  $\sqrt{r^m/\bar{n}_1}$  (escalas 3, 6 y 9).

Por ejemplo, la implementación de la ponderación puede ser llevada a cabo mediante amplificadores operacionales con impedancias de retroalimentación con los valores adecuados para obtener los valores requeridos de amplificación.

#### 3. Adaptación del método de Hard-Thresholding con Retardo

El método de HT es muy usado con técnicas de procesamiento de TW. Uno de sus usos principales es el de remover ruido en la señal procesada. En el artículo [7] se describe un sistema para reducir el ruido con una adaptación del método HT con retardo la cual es implementada en CI analógicos. La función de umbral adaptada a circuitos analógicos se describe como sigue:

$$W'_{m}f(t) = \begin{cases} W_{m}(t) & si \ |W_{m}(t_{i})| \ge \lambda_{m} \ para \ t_{i} \in [t - \tau_{m}, t] \\ 0 & en \ cualquier \ otro \ caso \end{cases}$$
(5)

Donde  $W_m(t)$  es la entrada al bloque de HT con retardo,  $W'_m f(t)$  es su salida,  $\lambda_m$  es un nivel de umbral previamente definido,  $\tau_m$  es una constante de tiempo para el retardo y  $t_i$ es un instante de tiempo cualquiera.

El sistema de HT (Fig. 2) actúa como switch que se cierra cuando la señal de entrada excede el rango de amplitud de  $(-\lambda_m, \lambda_m)$ , y se abre si la señal de entrada ha permanecido dentro del rango mencionado por un periodo de tiempo mayor a  $\tau_m$ . Dentro de cada bloque de HT, los factores de retardo y umbral son entradas que pueden ser ajustadas por el usuario. El retardo  $\tau_m$ , es ajustado a un valor proporcional a una señal senoidal de frecuencia igual a la frecuencia central de  $\psi_m(-t)$ , la cual tendría un periodo de  $T_m = 1/f_m$ . Para este trabajo se probaron varios valores de  $\tau_m$ . De los valores probados el que entregó mejores resultados en la detección de ondas QRS fue  $\tau_m = 0.2T_m$ .

En el presente trabajo, la función de HT con retardo se emplea para discriminar los complejos QRS del ruido en cada componente wavelet. Debido a que las componentes wavelet son ponderadas de manera que los valores de voltaje pico-pico de los complejos

QRS son idéntico a la salida de todos los filtros, se escogió un valor de umbral común para todas las escalas, el cual fue de  $\lambda = 0.16$ .

#### 4. Módulo de Detección Digital

Para este trabajo se realizó una nueva adaptación del método HT con retardo modificando la formula (5). El resultado de esta modificación es mostrado en la fórmula (6). Nótese que en (5) la salida es una señal continua, mientras que en (6) la señal es digital (únicamente valores 0 ó 1). De esta manera las salidas de los 11 bloques de umbral son digitales y pueden ser procesados directamente por el bloque de detección digital, el cual será descrito más adelante.

$$W'_{m}f(t) = \begin{cases} 1 & si \ |W_{m}(t_{i})| \ge \lambda_{m} \ para \ t_{i} \in [t - \tau_{m}, t] \\ 0 & en \ cualquier \ otro \ caso \end{cases}$$
(6)

En la Fig.7 se muestra gráficamente la operación indicada en (6). Cuando el valor de la señal  $W_m f(t)$  sale del rango  $[-\lambda_m, \lambda_m]$  en el tiempo  $t_a$ , la salida  $W'_m f(t)$ se activa mandando un 1 lógico. Al llegar al tiempo  $t_b$ , la señal  $W_m f(t)$  entra dentro del rango de umbral mencionado, pero la salida  $W'_m f(t)$  se mantendrá en el valor de 1 al menos durante un tiempo adicional  $\tau_m$ .



Fig. 7. Sistema de HT con retardo modificado.

En el instante  $t_c$  la señal vuelve a salir del rango de umbral por lo que el tiempo de retardo ya no tiene efecto, manteniéndose la salida en el valor de 1. En el tiempo  $t_d$ , la señal  $W_m f(t)$  vuelve a entrar en el rango  $[-\lambda_m, \lambda_m]$  y ya no vuelve a salir. La salida  $W'_m f(t)$  se mantiene en 1 durante un intervalo de tiempo  $\tau_m$ , después de lo cual, en el tiempo  $t_e$  la salida  $W'_m f(t)$  toma el valor de 0. A nivel de implementación en circuitos, la salida de la ecuación (6) se puede implementar mediante dos comparadores cuyas salidas toman el valor de 1 o 0 cuando el voltaje de entrada se compara con los voltajes de umbral positivo y negativo.

Las salidas digitales  $W'_m f(t)$ , correspondientes a la 11 escalas del sistema se muestran graficadas en la Fig. 8 para los 5 diferentes valores de ponderación mostrados en (4). Como se puede observar con la ponderación seleccionada de  $\sqrt{r^m/\bar{n}_1}$  se obtiene una detección del complejo QRS en la mayor cantidad de salidas.



Fig. 8. Grafica de las salidas digitales  $W'_m f(t)$  de las 11 escalas para 5 ponderaciones diferentes. Los valores de 1 a la salida se grafican en color negro y los valores de 0 en color blanco.

En la Fig.9, se muestra el bloque de detección definido por la siguiente ecuación:

$$Out(t) = \begin{cases} 1 & si \sum_{m=1}^{11} W'_m(t) \ge 9\\ 0 & cualquier otro caso \end{cases}$$
(7)

Donde *m* es el índice de la escala. El número 9 se eligió heurísticamente (a partir de simulaciones probando los valores [6,7,...,11]) de manera que cuando nueve o más de las 11 señales  $W_m(t)$  hayan salido del rango de umbral  $[-\lambda_m, \lambda_m]$ , la sumatoria  $\sum_{m=1}^{11} W'_m(t)$  tendrá un valor mayor o igual a 9. Cuando esta circunstancia ocurra, se considerará que un complejo QRS ha sido detectado, lo cual se indicará con un valor de 1 en la salida Out(t).



Fig. 9. Diagrama a bloques del módulo detector.

El sistema de detección aquí propuesto se puede resumir en los siguientes pasos:

- Descomponer la señal del ECG por la transformada wavelet analógica con el sistema descrito en la Tabla 1 y mostrado gráficamente con los filtros BPF<sub>m</sub> en la Fig. 2. El valor r = √2 implica que el sistema consta de dos escalas por cada octava de frecuencia.
- Aplicar el método de HT con retardo propuesto, para detectar la presencia de los complejos QRS en el conjunto de las 11 señales ponderadas, y lograr obtener las 11 salidas digitalizadas (ver bloques HT<sub>m</sub> en la Fig.2).
- Realizar la suma de las señales digitales  $W'_m f(t)$ .
- Si la sumatoria es igual o mayor a 9 poner la salida *Out(t)* a 1 (indicando un complejo QRS detectado). Si la sumatoria es menor que 9 poner la salida *Out(t)* a 0 (indicando que no se detecta un complejo QRS) (Fig. 9).

#### 5. Resultados de las Simulaciones

Para validar el método de detección del complejo QRS descrito, a las señales de ECG se les sumo ruido blanco Gaussiano. Esto tiene la finalidad de poder simular ruido no deseado que contamina la señal de entrada. Mediante el uso de Matlab se cargó la señal ECG y mediante un algoritmo se generó otra señal de referencia de la misma duración, la cual contiene un pulso de valor constante igual a 1 durante el intervalo que comprende la onda QRS y un valor de 0 en el resto del tiempo. Esto se realizó con la finalidad de hacer una correlación automática entre los complejos QRS detectados por el sistema aquí propuesto y la señal de referencia. Con esto se pudo lograr la validación de la metodología aquí presentada.

La sensibilidad (*Se*), predictividad positiva (+P) y el *Error* de la metodología para detectar el complejo QRS son calculados mediante las ecuaciones (8, 9, 10) respectivamente [1]:

$$Se(\%) = \frac{TP}{TP + FN} * 100 \tag{8}$$

$$+P(\%) = \frac{TP}{TP + FP} * 100$$
 (9)

$$Error(\%) = \frac{FP + FN}{Beats} * 100$$
(10)

Donde *TP* es el número de detecciones positivas realmente hechas, *FP* es el número de detecciones falsas, y *FN* el número de complejos no detectados [1]. Para propósitos de comparación, en la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos por este método y el de otros trabajos ya publicados [1, 10, 11].

Las señales en el presente trabajo suman un total de 23403 latidos, mientras que el tamaño de la muestra en los otros trabajos va de 60431 a 109492 latidos. Consideramos que el tamaño de nuestra muestra es suficiente para darnos una idea del desempeño del sistema propuesto en comparación con las otras metodologías.

ECG	Latidos	ТР	FN	FP	Se(%)	+ <i>P</i> (%)	Error(%)
Myint	109492	108892	500	117	99.63	99.89	0.48
Martínez	109428	109208	220	153	99.80	99.86	0.34
Suarez	60431	59185	246	521	97.94	99.13	2.9
Este trabajo	23403	23312	91	30	99.61	99.87	0.51

Tabla. 2. Resultados de este trabajo y otros ya publicados.

En la Fig. 10 se muestra una gráfica de los resultados del sistema, donde la primera imagen corresponde a la señales ECG original, la segunda corresponde a la señal de entrada compuesta por la señal ECG contaminada con ruido blanco Gaussiano aditivo, y la tercera imagen corresponde a la salida del sistema que consiste en una serie de pulsos digitales en los instantes de tiempo donde el complejo QRS fue detectado.



Fig. 10. Señal ECG original (arriba). Señal ECG contaminada con ruido (centro). Señal de salida indicando el lugar de detección del complejo QRS (abajo).

# 6. Factibilidad para la implementación del sistema en circuitos electrónicos

Debido a que la metodología aún no se ha implementado en circuito ni se ha simulado a nivel transistor, no podemos dar un dato exacto acerca del consumo de energía final. Sin embargo, los circuitos analógicos requeridos para implementar el sistema son simples (amplificadores operacionales, capacitores, resistencias y comparadores [7]). Y debido a que el consumo en un circuito analógico está relacionado con la frecuencia de operación (de 40Hz como máximo) podemos esperar un bajo consumo de energía siempre y cuando se elija la técnica de diseño adecuada (v.gr., del orden de cientos de nW cuando se diseñan los circuitos con MOSFETs operando en subumbral [6]). El módulo digital se puede elaborar con unos cuantos sumadores completos y un restador de 4 bits (para comparar la suma con el valor de 9), cuyo consumo de energía está relacionado con la frecuencia de consumo con la frecuencia de consumo con la frecuencia de diseño adecuada (v.gr., del orden de cientos de nW cuando se diseñan los circuitos con MOSFETs operando en subumbral [6]). El módulo digital se puede elaborar con unos cuantos sumadores completos y un restador de 4 bits (para comparar la suma con el valor de 9), cuyo consumo de energía está relacionado con la frecuencia de conmutación. Las conmutaciones dependen tanto de las oscilaciones de

los complejos QRS como del ruido que logra pasar por el ancho de banda de los filtros. Por lo tanto la frecuencia de conmutación máxima que se espera en el bloque analógico es de alrededor de 40Hz, lo cual implica un consumo realmente bajo, del orden de nW.

Al modelar la metodología propuesta a nivel sistema usando Matlab, observamos que ésta presenta un excelente desempeño en la detección del complejo QRS, equiparable a otras técnicas digitales reportadas. Ahora estamos listos para abordar su implementación a nivel circuito lo cual haremos en trabajo futuro. Primero con componentes analógicos discretos y luego mediante el diseño de un circuito integrado.

# 7. Conclusiones

Un nuevo método para detectar el complejo QRS usando filtros analógicos, una etapa de ponderación, bloques con una variante del método HT, más un módulo digital ha sido presentado. El sistema ha sido probado haciendo uso de señales ECG de diferentes pacientes de la base de datos de la MIT-BIH. A estas señales se les sumo ruido blanco Gaussiano para simular ruido eléctrico y mioeléctrico que contamina la señal ECG. Si bien los resultados muestran que la sensibilidad, detección positiva y error es similar con la de otros trabajos, la metodología presentada tiene la ventaja de que las operaciones matemáticas en el sistema presentado pueden ser llevadas a cabo de manera simple en circuitos analógico-digitales con procesamiento en tiempo real.

# 8. Referencias

- [1] B. Z. L. X. Myint Wai Phyu, Yuanjin Zheng and Y. S. Wang, "A real time ECG QRS detection ASIC based on wavelet multiscale analysis," IEEE Asian Solid-State Circuits Conference, pp. 293,296, 2009.
- [2] L. Hongmin, H. Yigang, and Y. Sun, "Detection of cardiac signal characteristic point using log-domain wavelet transform circuits," Circuits, Systems and Signal Processing, vol. 27, pp. 683–698, 2008.

- [3] S. A. P. Haddad, R. Houben, and W. Serdijn, "Analog wavelet transform employing dynamic translinear circuits for cardiac signal characterization," IEEE Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems, vol. 1, pp. I-121 – I-124, 2003.
- [4] A. Farahabadi, E. Farahabadi, H. Rabbani, and M. Mahjoub, "Detection of QRS complex in electrocardiogram signal based on a combination of Hilbert transform, wavelet transform and adaptive thresholding," International Conference on Biomedical and Health Informatics, pp. 170–173, 2012.
- [5] A. J. Casson and E. Rodriguez-Villegas, "Nanowatt multi-scale continuous wavelet transform chip," IET Electronics Letters vol.50, pp. 153-154, 2014.
- [6] Marco A. Gurrola-Navarro and G. Espinosa-Flores-Verdad, "Analogue wavelet transform with single biquad stage per scale," IET Electronics Letters, vol. 46, pp. 616–618, 2010.
- [7] Marco A. Gurrola-Navarro, R. Carrasco-Alvarez, A. Medina-Vazquez, and G. Espinosa-Flores-Verdad, "On-chip wavelet denoising system implemented with analogue circuits," IET Electronics Letters, vol. 49, pp. 592–594, 2013.
- [8] Marco A. Gurrola-Navarro, Agustin S. Medina-Vazquez and Guillermo Espinosa-Flores-Verdad, "Approximations of the inverse wavelet transform for analogue circuits," IEICE Electronics Express, vol. 9, pp. 1823-1828, 2012.
- [9] Johns, D., and Martin, K.: Analog integrated circuit design, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [10] J. Martinez, R. Almeida, S. Olmos, A. Rocha, and P. Laguna, "A wavelet-based ECG delineator evaluation on standard databases," IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 51, pp. 570–581, 2004.
- [11] K. Suarez, J. Silva, Y. Berthoumieu, P. Gomis, and M. Najim, "ECG beat detection using a geometrical matching approach," IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 54, pp. 641–650, 2007.

### 9. Autores

Ing. Cristian Rodríguez Díaz es Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica por la Universidad de Guadalajara y actualmente cursa la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica y Computación en la misma Universidad de Guadalajara, en el área de Diseño de Circuitos Integrados.

Dr. Marco Antonio Gurrola Navarro es Doctor en Ciencias en la Especialidad de Electrónica en el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica en Tonantzintla, Puebla con línea de investigación en Diseño de Circuitos Integrados. Desde 2009 trabaja como profesor investigador en el Dpto. de Electrónica, CUCEI, de la Universidad de Guadalajara. Sus intereses actuales son las adaptaciones analógicas para procesamiento con la transformada wavelet y los desarrollos tecnológicos System on a Chip.

Dra. Rebeca del Carmen Romo Vázquez es Doctora en Ciencias en la Especialidad Automática y Tratamiento de Señales, en el Institut National Polytechnique de Lorraine, Meurthe Et Moselle, Francia, con línea de investigación en procesamiento de señales electrofisiológicas.