

Aproximación exponencial para cálculo de capacitor en rectificador de onda completa

Luis Alejandro Flores Oropeza,

Universidad Autónoma de Aguascalientes, Av. Universidad # 940, Aguascalientes, Ags. 449 9 10 84 22
alejandro.floreso@edu.uaa.mx

Edgar López Delgadillo

Universidad Autónoma de Aguascalientes, Av. Universidad # 940, Aguascalientes, Ags. 449 9 10 84 22
elopezd@correo.uaa.mx

Juan José Soto Gaytan,

Universidad Autónoma de Aguascalientes, Av. Universidad # 940, Aguascalientes, Ags. 449 9 10 84 22
juanjose3.soto@gmail.com

Luis Fernando Rodríguez Sandoval

Universidad Autónoma de Aguascalientes, Av. Universidad # 940, Aguascalientes, Ags. 449 9 10 84 22
luisfer_7042@hotmail.com

Resumen

En este trabajo se presenta el análisis, cálculo y simulación del capacitor de salida de un rectificador de onda completa utilizando el método de aproximación exponencial. Este método de cálculo, resulta de utilidad si se desea obtener un rizado de voltaje en la salida de hasta el 60%. Otro método, basado en la aproximación a una función lineal, para el cálculo de éste capacitor está pensado para obtener rizados inferiores al 10%. Sin embargo, si se desea obtener un elevado rizado de voltaje, el método de aproximación lineal se vuelve inapropiado ya que con éste, se obtienen valores de capacitores que no corresponden con los valores deseados de rizado. En éste trabajo, se presenta el análisis de la forma de onda del voltaje de salida considerándola en su descarga como una señal exponencial. Con éste método, se obtienen resultados para rizados mayores al 10% del

voltaje de salida con resultados satisfactorios. Para validar los cálculos y simulaciones, se han construido circuitos rectificadores con elevado rizado de voltaje, encontrando una correspondencia de los resultados obtenidos con los diseños y las simulaciones. Esta aproximación se utilizará para diseñar el rectificador de entrada de un convertidor CD-CD que alimentará un motor de 90V.

Palabras Claves: armónicos, corriente, factor de potencia, rizado de voltaje.

1. Introducción

En circuitos eléctricos y electrónicos, es bien conocido el arreglo de diodos en puente completo y capacitor para producir una señal de voltaje de corriente directa CD a partir de una señal de corriente alterna CA (ver Fig. 1). Normalmente, este circuito se construye colocando un transformador tipo reductor para proporcionar voltajes de alimentación en transistores, amplificadores operacionales, puertas lógicas, circuitos de disparo y/o microcontroladores. En general, este circuito se utiliza para cargas que son relativamente pequeñas, apenas de unos cuantos voltios y Watts de salida como 3.3V, 5V, 12V ó 15V típicamente. El diseño de esta fuente de CD a partir de la fuente de CA se ha popularizado de tal manera que un diseño típico para baja carga se puede encontrar con facilidad en los libros de texto de electricidad y electrónica básica así como en una gran cantidad de sitios en la web [1]. Uno de los aspectos que normalmente se considera para diseñar y construir el circuito rectificador anterior, es estableciendo un rizado en el voltaje de salida (V_{pp}), típicamente inferior al 10%.

Normalmente para este circuito, en el que se utiliza un transformador tipo reductor, no se toma en cuenta la deformación de la corriente que resulta en la entrada del puente rectificador debido a que se trata de una señal de corriente muy pequeña.

Sin embargo y dependiendo de la aplicación del circuito, se puede conectar el puente de diodos y capacitor directamente a la red eléctrica para obtener voltajes de CD elevados (ver Fig. 2).

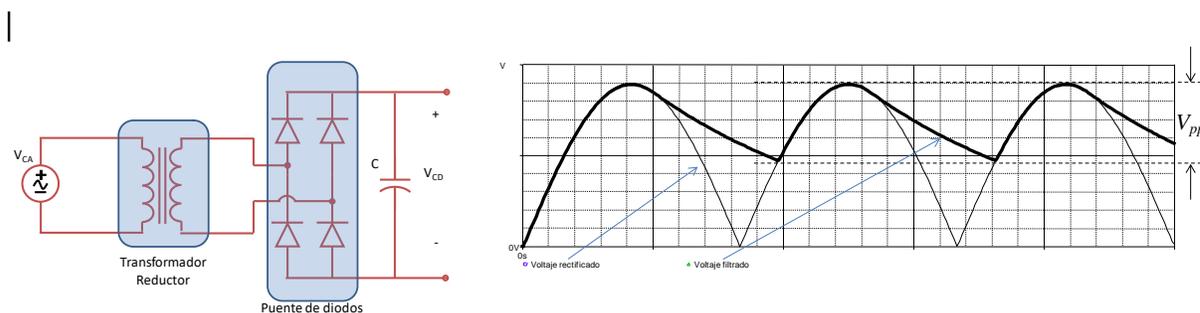


Fig. 1. Circuito típico para obtener CD a partir de CA y formas de onda típicas.

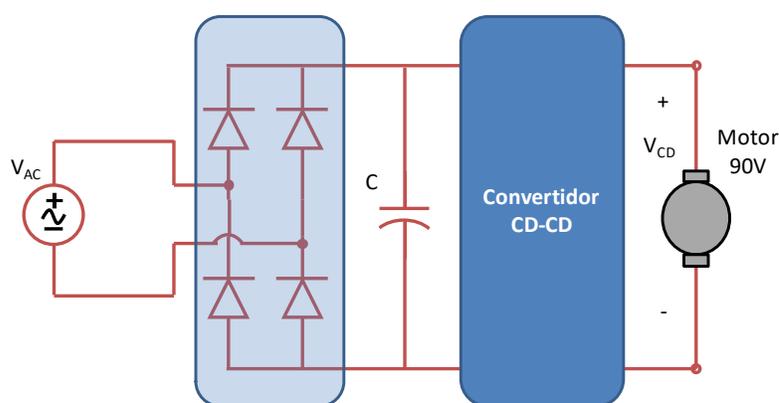


Fig. 2. Puente de diodos y capacitor sin transformador para conectar convertidor CD-CD y controlar motor de CD.

La intención de realizar esta conexión, es para colocar un convertidor CD-CD que se encargue de proporcionar un voltaje controlado de 90V para un motor eléctrico en la salida. Algunas otras aplicaciones pueden ser circuitos para balastos electrónicos, circuitos para corrección activa del factor de potencia, sistemas de alimentación ininterrumpibles entre otros.

En general, cuando se tiene conectado un puente de diodos y capacitor a la red eléctrica, la corriente que resulta en la entrada se distorsiona y deja de ser una señal sinusoidal para pasar a ser una señal con alto contenido armónico inclusive aún cuando se tiene una resistencia eléctrica de carga.

En la Fig. 3 se muestra el circuito rectificador de onda completa con filtro por capacitor del cual se obtienen tanto la señal de voltaje de salida (V_o) como la corriente de entrada en la fuente (I_{AC}) para un voltaje de entrada sinusoidal con una amplitud de $V_m = 180V$, una frecuencia $f = 60Hz$, carga $R = 100\Omega$ y dos valores de capacitor, uno para obtener un rizado inferior al 10% en el voltaje de salida con $C = 2000\mu F$ y otro capacitor con el que se consigue un 50% de rizado de voltaje con $C = 82\mu F$.

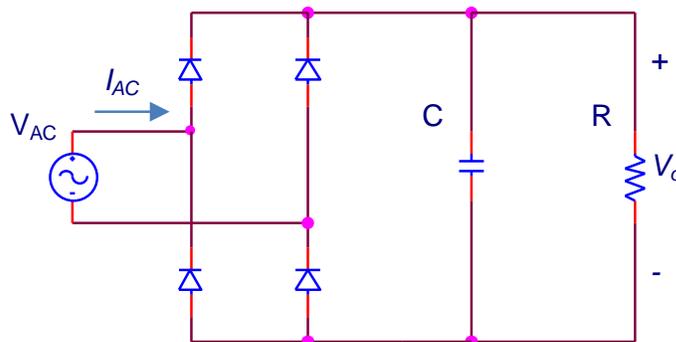


Fig. 3. Circuito rectificador de onda completa con filtro por capacitor y carga resistiva.

La Fig. 4 muestra las corrientes que circulan a través de la fuente de alimentación así como los rizados de voltaje que se obtienen en la salida del rectificador para ambos valores de capacitor. En estas formas de onda, se observa que si el objetivo es tener un voltaje de salida de CD con bajo rizado, el capacitor de $2000\mu F$ es el más adecuado. Pero si el objetivo es tener un circuito con la menor distorsión de corriente en la fuente de alimentación, entonces el capacitor de menor valor es el más conveniente. Obsérvese de la figura, que los valores de picos de corriente son aproximadamente de $20A$ para el capacitor de $2000\mu F$ y de $5A$ con el capacitor de $82\mu F$ cuando en un circuito sin distorsión en la corriente el valor de la corriente máxima debería ser de $1.8A$. Se observa en general que para valores elevados de capacitor de salida, se producen elevados picos de corriente en la fuente de voltaje de entrada mientras que a menor valor de capacitor también resulta menor corriente de pico en la entrada del circuito.

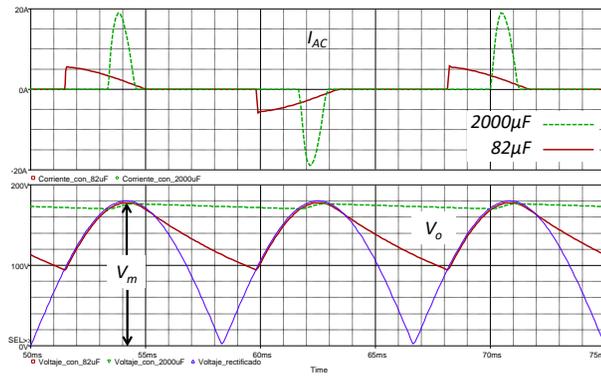


Fig. 4. Corriente I_{AC} y voltaje V_o para cada capacitor.

El contenido armónico de la corriente (I_{AC}) para ambos valores de capacitor se presenta en la Fig. 5. En ésta Fig. 5 se observa que la señal que tiene mayores magnitudes en las corrientes armónicas es la que corresponde a la del capacitor de 2000 μF .

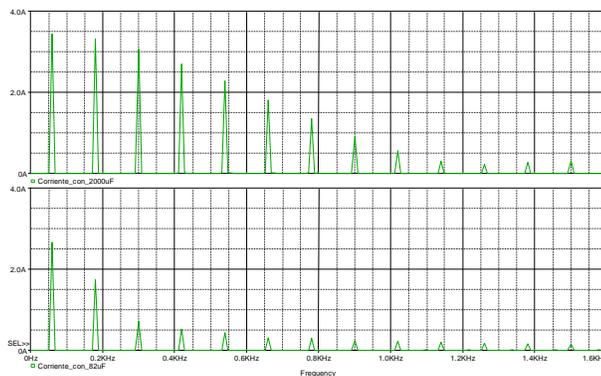


Fig. 5. Magnitudes de las corrientes armónicas de entrada para cada capacitor.

Factor de Potencia

Debido a que la corriente de entrada del circuito se distorsiona, el factor de potencia deja de ser simplemente el coseno del ángulo de fase entre el voltaje y la corriente para pasar a ser también una función que depende de la Distorsión Armónica Total de la expresión que proporciona el Factor de Potencia para cargas con distorsión armónica es:

$$FP = \frac{\cos\phi}{\sqrt{1 + (\text{THDi})^2}} \quad (1)$$

Donde FP es el factor de potencia, ϕ es ángulo de fase entre el voltaje y la componente fundamental de corriente. Para hacer una estimación de cuánto es lo que varía el factor de potencia en función del valor del capacitor así como de la resistencia de carga, se realizaron múltiples simulaciones con la versión libre de SPICE. Los mejores resultados de factor de potencia para un mismo valor de carga resultan en cada caso para el menor de los capacitores conectado al circuito tal como se observa en la Tabla 1.

Puente de Diodos y Capacitor					
Carga	Capacitor	ϕ	THDi	Cos ϕ	FP
150 Ω	820uF	9.61°	1.853	0.986	0.468
150 Ω	410uF	15.14°	1.620	0.965	0.507
150 Ω	270uF	18.74°	1.447	0.947	0.538
150 Ω	82uF	28.57°	0.943	0.878	0.639
100 Ω	820uF	11.90°	1.677	0.979	0.501
100 Ω	410uF	18.07°	1.440	0.951	0.542
100 Ω	270uF	21.87°	1.266	0.928	0.575
100 Ω	82uF	30.81°	0.780	0.859	0.677

Tabla 1. Obtención de ϕ , THDi y FP para distintos valores de carga y capacitor empleando SPICE.

Circuito Valley Fill

Existe otro circuito para conseguir CD a partir de la señal de CA, este circuito se conoce como circuito Valley Fill. Este consiste en un arreglo de tres diodos y dos capacitores ya

que el capacitor de salida se divide en dos partes para conseguir que este circuito funcione correctamente (ver Fig. 6). En este circuito, cada uno de los capacitores se carga a la mitad del voltaje máximo de salida, es decir $V_m/2$, lo que ocasiona que las aplicaciones en las que se puede utilizar el circuito deben tomar en consideración esta característica. Se han realizado múltiples estudios acerca de las ventajas que tiene el utilizar este circuito para conseguir mejorar notablemente el factor de potencia tal como lo demuestran los estudios realizados en [2] y [3].

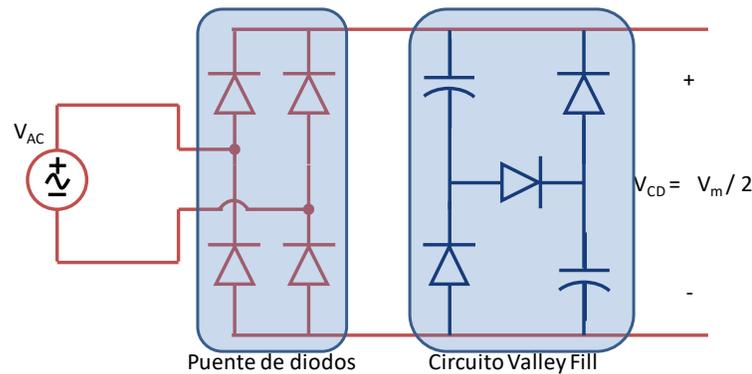


Fig. 6. Puente de diodos con circuito Valley Fill.

Circuito Valley Fill					
Carga	Capacitor	ϕ	THDi	Cos ϕ	FP
150 Ω	820uF	0.65°	0.446	1.000	0.913
150 Ω	410uF	1.13°	0.425	1.000	0.920
150 Ω	270uF	1.42°	0.404	1.000	0.927

150 Ω	82uF	2.87°	0.320	0.999	0.951
100 Ω	820uF	0.84°	0.428	1.000	0.919
100 Ω	410uF	1.42°	0.404	1.000	0.927
100 Ω	270uF	1.89°	0.379	0.999	0.935
100 Ω	82uF	3.64°	0.289	0.998	0.959

Tabla 2. Obtención de ϕ , THDi y FP para distintos valores de carga y capacitor con el circuito Valley Fill SPICE.

En la Tabla 2 se muestran resultados de simulaciones realizadas con SPICE implementando el circuito Valley Fill para los mismos datos de la Tabla 1 solo que el capacitor se implementa con el doble de la capacitancia que el circuito puente original para poder hacer la comparación entre los resultados de ambas tablas. Con estos resultados se observa la mejora notable que se obtiene para el FP en la entrada del circuito.

Sin embargo, y para la aplicación que se pretende utilizar en este trabajo el hecho de que la tensión de salida V_{CD} sea la mitad del valor máximo de la tensión de entrada, limita su uso en la aplicación para controlar el motor de CD de 90V por tal motivo es descartada.

Rizado del voltaje de salida

En cuanto al rizado del voltaje de salida, se pueden utilizar filtros que se colocan después del puente rectificador de diodos. Estos filtros pueden ser inductivos, capacitivos, capacitivo resistivos e incluso se pueden colocar fuentes de alimentación conmutadas que hagan que el rizado de voltaje a la salida sea prácticamente nulo.

En este trabajo, el objetivo se centra en diseñar un filtro de salida basado en un capacitor para obtener voltajes de rizado que sean elevados, muy por encima del 10% típico de diseño. Una ventaja que se puede obtener al cumplir con este objetivo es el no demandar elevados picos de corriente en la red eléctrica de entrada ya que a menor rizado de voltaje de salida con un filtro por capacitor, se tienen mayores rizados de corriente en la fuente

de CA. La desventaja principal de tener un elevado rizado de corriente, es que se demanda un factor de potencia (FP) muy bajo ocasionando que la energía no se aproveche al máximo. Si el diseño del capacitor se hace considerando un elevado rizado de voltaje en la salida, entonces son menores las corrientes que circulan a través de los diodos y por lo tanto las malas características de esta configuración también se ven disminuidas.

En este documento se presenta la expresión para determinar el valor del capacitor de salida basada en una aproximación lineal y la expresión para el cálculo del capacitor de salida mediante el análisis con aproximación exponencial, también se incluyen los cálculos, simulaciones y pruebas que validan la viabilidad de esta última expresión.

2. Desarrollo

Cálculo del capacitor de salida mediante “Aproximación Lineal”

Como normalmente se busca obtener un bajo rizado de voltaje en la salida de un circuito rectificador, la determinación del capacitor de salida se realiza considerando que el tiempo en que se carga (t_c) es despreciable frente al tiempo en el que se descarga (t_d) tal como se observa en la Fig. 7.

En [4] se obtiene la expresión para el cálculo del capacitor de salida mediante una “Aproximación Lineal”, en esta aproximación se considera el tiempo de carga del capacitor despreciable frente el tiempo de descarga. De acuerdo al principio de la conservación de la carga, la carga que se obtiene en el capacitor durante el tiempo de carga, debe ser igual a la carga que se cede durante el tiempo de descarga. Con estas consideraciones así como tomando en cuenta que el periodo de la carga y descarga se llevan a cabo en un tiempo equivalente al inverso del doble de la frecuencia de red por ser un rectificador de onda completa. De lo anterior, se obtiene la siguiente expresión:

$$C = \frac{V_{cc}}{2fRV_{pp}} * 10^{-6} \quad (2)$$

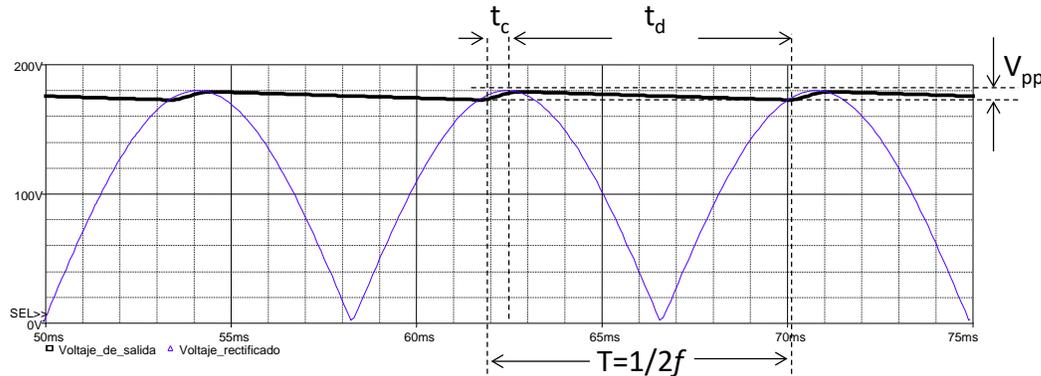


Fig. 7. Tiempo de carga y descarga del capacitor para bajo rizado en el voltaje de salida.

En donde C es el valor del capacitor en μF , V_{pp} es el voltaje de rizado deseado en voltios, V_{cc} es el voltaje promedio de salida, R la resistencia equivalente de carga en la salida y f es la frecuencia de la red de alimentación. El factor 10^{-6} se coloca para que el resultado se obtenga directamente en micro faradios. Para esta expresión se obtienen resultados bastante precisos si se utiliza para calcular capacitores en los que el rizado de voltaje sea inferior al 10% del voltaje de salida.

Para calcular V_{cc} se puede utilizar:

$$V_{cc} = V_m - \frac{V_{pp}}{2} \quad (3)$$

Cálculo del capacitor de salida mediante “Aproximación Exponencial”

Cuando se pretenden obtener rizados que sean de un orden superior al 10% del voltaje de salida por ejemplo al 50%, la expresión (2) para el cálculo del capacitor resulta

inapropiada ya que el resultado no corresponde con el valor del capacitor adecuado para proporcionar el rizado de voltaje deseado.

El error en el cálculo del capacitor se presenta debido a que el tiempo de carga (t_c) ya no es despreciable frente al tiempo de descarga (t_d) tal como se observa en la Fig. 8. Ahora, el tiempo de carga se realiza en un tiempo considerable frente al tiempo de descarga [5]. Para calcular estos tiempos y al mismo tiempo para calcular el capacitor de salida, se considera la carga sinusoidal del capacitor y la descarga exponencial del mismo, llamando a la expresión resultante, "Aproximación Exponencial". En [6] se propone el cálculo del capacitor de salida con aproximación exponencial solo que este autor propone el tiempo de descarga t_d simplemente como el tiempo del periodo de la frecuencia de red ($T = 1/f$) para el rectificador de media onda y de la mitad del periodo ($T/2 = 1/2f$) para un rectificador de onda completa tal como se hace para la aproximación lineal.

Para calcular los tiempos t_c y t_d y poder obtener el valor del capacitor de salida mediante la aproximación exponencial, se hace el análisis de las señales equivalentes a funciones cosenoidales (ver Fig. 9).

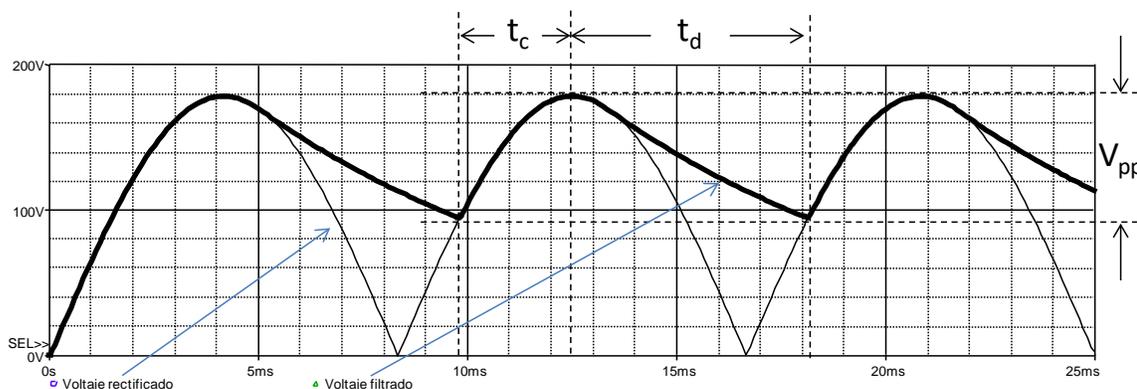


Fig. 8. Tiempo de carga y descarga del capacitor para gran rizado en el voltaje de salida.

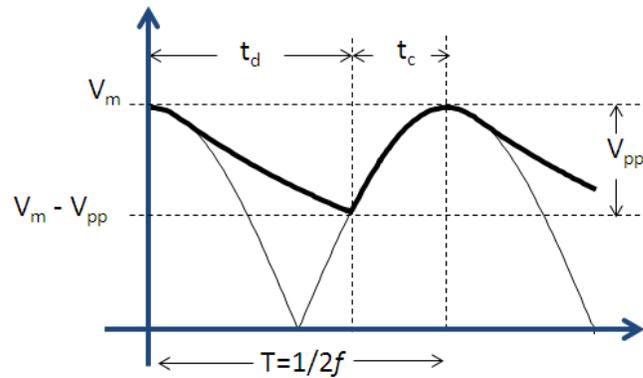


Fig. 9. Representación cosenoidal para el cálculo del capacitor de salida.

Con esta representación del voltaje de salida en el capacitor, resulta sencillo obtener una ecuación para calcular el valor del capacitor ya que solo se le da un tratamiento a las señales como la descarga de un circuito RC durante un tiempo t_d que es el tiempo en el que alcanza un valor de $(V_m - V_{pp})$.

$$V_m - V_{pp} = V_m e^{\frac{t_d}{RC}} \quad (4)$$

Despejando para encontrar el valor del capacitor resulta:

$$C = \frac{-t_d}{R \ln \left| 1 - \frac{V_{pp}}{V_m} \right|} \quad (5)$$

Para calcular el tiempo de descarga t_d se hace en base a la siguiente expresión:

$$V(t) = -V_m \cos(\omega t)$$

donde el tiempo t_d resulta cuando el voltaje de ésta expresión es igual a $(V_m - V_{pp})$ quedando entonces,

$$V_m - V_{pp} = -V_m \cos(\omega t_d)$$

Despejando t_d tenemos:

$$t_d = \frac{\cos^{-1}\left(\frac{V_{pp}}{V_m} - 1\right)}{\omega} \quad (6)$$

Al sustituir (6) en (5) resulta la expresión para el cálculo del capacitor de salida mediante la “Aproximación Exponencial”:

$$C = \frac{-\cos^{-1}\left(\frac{V_{pp}}{V_m} - 1\right)}{\omega R \ln\left|1 - \frac{V_{pp}}{V_m}\right|} * 10^{-6} \quad (7)$$

donde $\omega = 2\pi f$ es a la frecuencia angular de la señal de CA y el factor 10^{-6} se coloca para que el resultado se obtenga directamente en micro faradios.

3. Resultados

Una vez obtenidas las dos expresiones para el cálculo del capacitor de salida, se hizo una comparativa de los valores que resultan para distintos valores de rizado de la tensión de salida (V_{pp}) empleando ambas ecuaciones de cálculo. Los parámetros que se toman como base para el cálculo son $V_m = 180V$, $f = 60Hz$, $R = 100\Omega$ y distintos valores de rizado de tensión de salida.

El rizado del voltaje de salida se obtiene de la siguiente manera:

$$r_{\%} = \frac{V_{pp}}{V_m} * 10 \quad (8)$$

En la Tabla 3 se presentan los resultados que se obtienen de capacitores para las dos ecuaciones del cálculo de capacitor para los rizados de voltaje r que se indican. De igual manera, se presenta el porcentaje del error relativo que existe entre los valores que se obtienen con la aproximación lineal y con la aproximación exponencial.

Cálculo del capacitor de salida en μF para distintos rizados de tensión de salida									
r %	1%	3%	5%	7%	10%	20%	50%	60%	90%
Aproximación Lineal	8,291.67	2,736.11	1,625.00	1,148.81	791.67	375.00	125.00	97.22	50.93
Aproximación Exponencial	7,918.01	2,522.04	1,460.42	1,010.73	677.38	296.96	80.15	57.39	19.25
error	5%	8%	10%	12%	14%	21%	36%	41%	62%

Tabla 3. Capacitor de salida para distintos rizados de voltaje.

Para un rizado r del 1% el error relativo que resulta en el cálculo del capacitor empleando ambas ecuaciones es de apenas el 5% con lo que el capacitor resulta muy semejante para ambas aproximaciones. Al realizar simulaciones en SPICE para los dos valores de capacitor, los resultados que se obtienen de rizado de voltaje muestran prácticamente el mismo valor de voltaje de salida (ver Fig. 10).

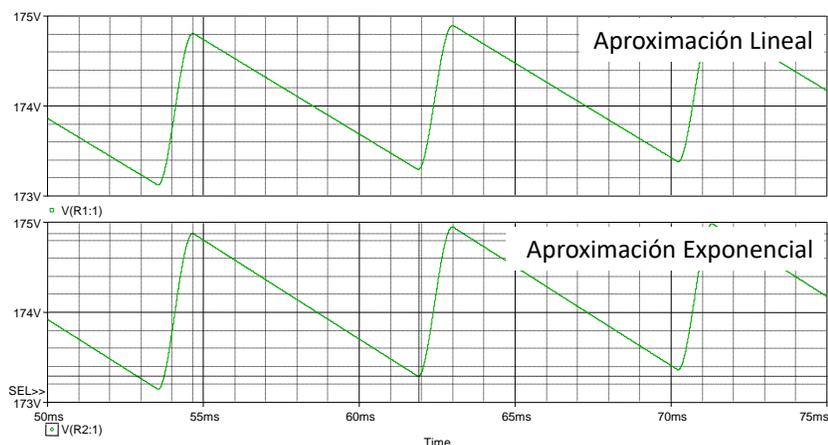


Fig. 10. Rizado del voltaje de salida para $r = 1\%$.

Por otra parte, los resultados en simulación para un rizado del 50% que corresponden a un voltaje mínimo de 90V (ver Fig. 11) muestran una diferencia que corresponde al 36% del error relativo en el cálculo del capacitor entre la aproximación lineal y la aproximación

exponencial. En la Fig. 11 de la simulación en SPICE, se observa que el voltaje para la aproximación lineal llega hasta un valor mínimo de 110V aproximadamente mientras que la simulación que corresponde a la aproximación exponencial llega hasta prácticamente los 90V muy cercano al esperado de acuerdo al diseño.

Un prototipo de laboratorio fue construido con las características de las simulaciones para un rizado del 50% solo que con un capacitor de 82 μ F (valor más cercano a 80.15 μ F). En este circuito se puede comprobar que el voltaje de rizado medido fue de 88V que corresponde a V_{pp} mientras que el valor esperado correspondía a 90V. La Fig. 12 muestra las formas de onda que se obtuvieron del circuito en el osciloscopio en las que también se incluye la corriente promedio en la carga así como la potencia instantánea medida en la resistencia.

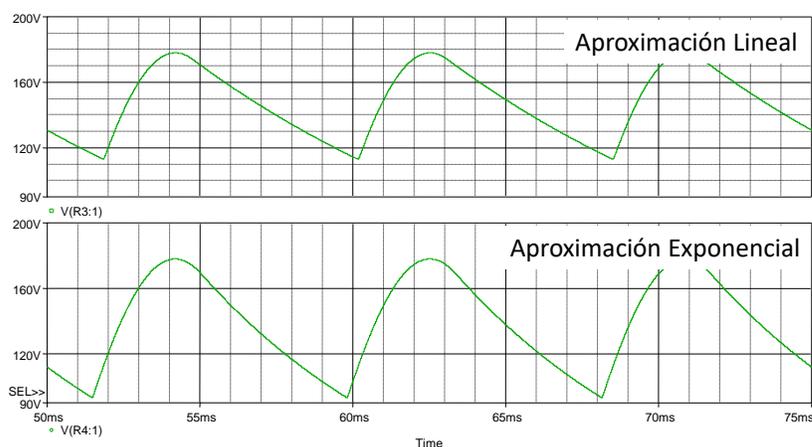


Fig. 11. Rizado del voltaje de salida para $r = 50\%$.

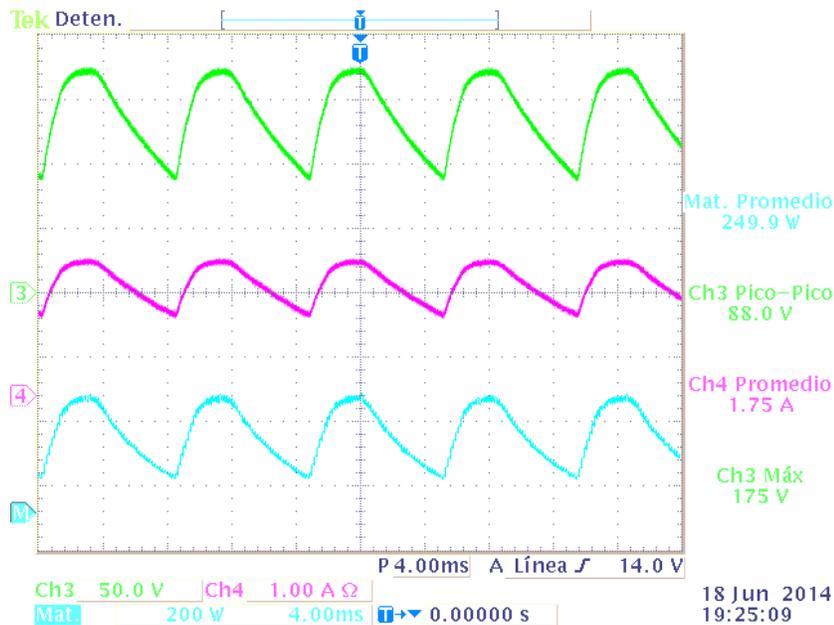


Fig. 12. Formas de onda de rizado del voltaje de salida para $r = 50\%$ circuito práctico.

4. Discusión

Ambas ecuaciones, tanto la de aproximación lineal y la de aproximación exponencial para el cálculo del capacitor, tienen validez de acuerdo al rizado que se pretenda utilizar, si es inferior a 10%, con ambas ecuaciones el valor del capacitor resulta adecuado, si es necesario contar con un rizado superior al 10% entonces para tener resultados más precisos, la aproximación exponencial es la más adecuada. La aproximación lineal es una expresión que se puede utilizar con facilidad para implementar en cálculos matemáticos iterativos en los que se necesite estar optimizando el valor del capacitor de salida hasta llegar a un valor ideal. La ecuación de aproximación exponencial, a pesar de proporcionar buenos resultados en simulación y en circuitos prácticos, resulta poco práctica de manejar ya que no resulta evidente el poder despejar la variable V_{pp} y establecer éste parámetro como salida en la ecuación, aspecto que resulta fácilmente

abordable para la ecuación mediante la aproximación lineal ya que todas las variables de la ecuación pueden ser fácilmente despejadas.

5. Conclusiones

En este trabajo, se presenta el análisis de la ecuación del cálculo del capacitor de salida considerando carga sinusoidal y descarga exponencial obteniendo resultados favorables para el cálculo del capacitor de salida en rizados de voltaje que alcancen valores de hasta el 60%. Cálculos así como simulaciones en SPICE al igual que medidas en un prototipo de rectificador y filtro avalan los resultados de éste método de cálculo por aproximación exponencial. Una de las razones para la realización de este trabajo, es para colocar por delante del rectificador un convertidor CD-CD que tenga como voltaje de entrada una señal que oscile de 100V a 180V y no demandar elevados picos de corriente a la señal de entrada de la red eléctrica.

6. Referencias

- [1] A. Hermosa Donate. *Principios de electricidad y electrónica II*, Marcombo, 1999, 224 páginas.
- [2] A. A. David, Balastros Electrónicos de Altas Prestaciones Eléctricas para Lámparas Fluorescentes. Tesis de Maestría, *Cenidet* Noviembre 1997, 62 págs.
- [3] J. J. Spangler, A Power Factor Corrected, MOSFET, Multiple Output, Flyback Switching Supply, Proc. Tenth Int'l. PCI '85 Conference, October 22-25, 1985, pp. 19-32.

- [4] Apuntes de desarrollo de equipos electrónicos, El condensador como filtro, <http://apuntesdeelectronica.files.wordpress.com/2011/10/4-el-condensador-como-filtro.pdf> consultado por última vez el 20 de junio de 2014.

- [5] “Cálculo del filtro para un circuito con rectificador”, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, <http://proton.ucting.udg.mx/materias/CIE-24/Unidad.02/OndaCompleta/index.html>, consultado por última vez el 20 de junio de 2014.

- [6] A. Malvino, D. J. Bates, Principios de Electrónica, séptima edición, 2007 Mc Graw Hill, Madrid España, 964 págs.

7. Autores

Luis Alejandro Flores Oropeza nació en Aguascalientes, México en 1976, obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico por parte del Instituto Tecnológico de Aguascalientes y el grado de Doctor en Ingeniería Electrónica por la Universidad Politécnica de Madrid en España en 1999 y 2005 respectivamente. Actualmente es profesor investigador de tiempo completo en la Universidad Autónoma de Aguascalientes. Sus intereses se centran en el estudio de las fuentes de alimentación conmutadas, corrección del factor de potencia y control.

Edgar López Delgadillo Graduado de Ingeniería en Electrónica y Sistemas de Comunicación Digital por la Universidad Autónoma de Aguascalientes en 2002. Obtuvo los grados de Maestro en Ciencias y Doctor en Ciencias por el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica en 2004 y 2010 respectivamente. Actualmente está adscrito al Centro de Ciencias Básicas de la Universidad Autónoma de Aguascalientes. Sus principales áreas de interés son el diseño de circuitos integrados analógicos y en modo mixto y los sistemas adaptables digitales y analógicos.

Juan José Soto Gaytan y Luis Fernando Rodríguez Sandoval alumnos de 8º semestre de Ingeniería electrónica de la Universidad Autónoma de Aguascalientes, forman parte del grupo de alumnos becarios participantes de los proyectos de investigación del Departamento de Sistemas Electrónicos.