

# Método de análisis armónico para captura de la característica ferromagnética de histéresis

***Jerry Nathan Reider Burstin***

Facultad de Ingeniería

Universidad Anáhuac – México Norte

Av. Lomas Anáhuac 46, Lomas Anáhuac, 52786, Estado de México

5328-8067

*jnreider@anahuac.mx*

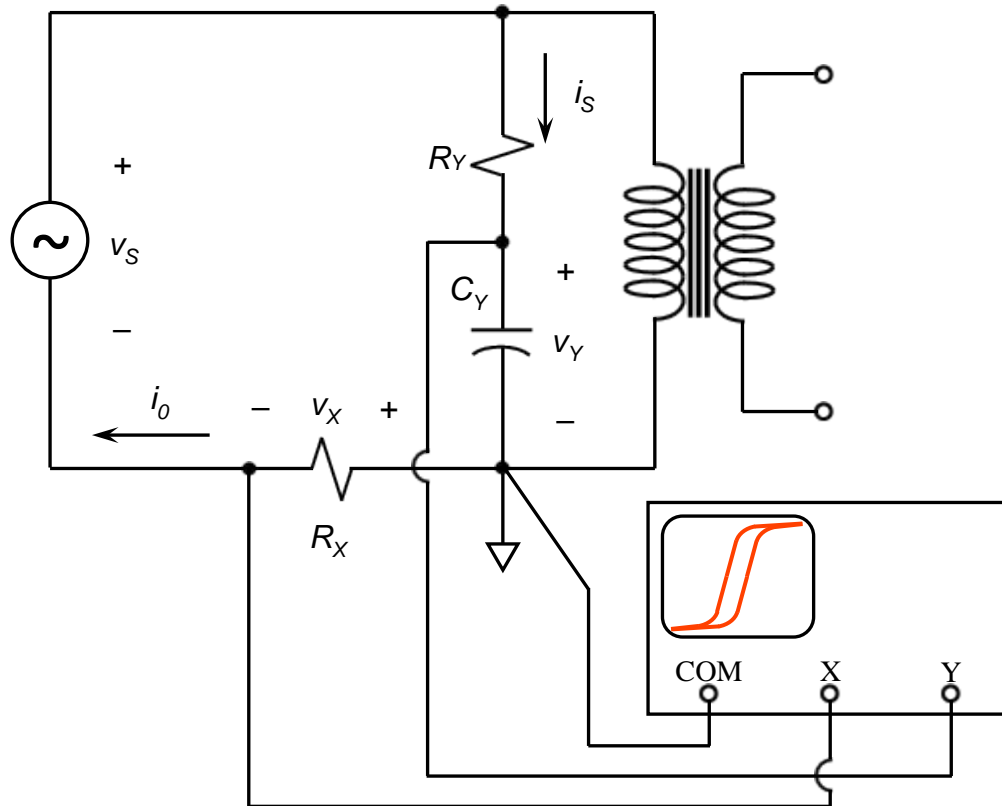
## Resumen

El conocimiento detallado de la característica de histéresis y saturación de determinado material ferromagnético resulta fundamental para el diseño de transformadores e inductores, así como para el estudio de los diversos fenómenos transitorios eléctricos que suelen manifestarse en la operación de estos aparatos. Empero, los métodos usuales para el despliegue y visualización de esta característica adolecen de limitaciones puesto que la funcionalidad de los osciloscopios en su modalidad de despliegue X-Y suele ser restringida. En este trabajo se propone un método novedoso basado sobre el empleo de un analizador de armónicas. Al recabarse los datos de las magnitudes y las fases de las distintas componentes armónicas, que pueden ser posteriormente manipulados en forma numérica mediante una hoja de cálculo en una computadora, resulta factible obtener representaciones gráficas con niveles de calidad y detalle notablemente superiores a aquellas resultantes en un osciloscopio.

**Palabras Claves:** armónicas, característica histéresis, material ferromagnético, método numérico.

## 1. Introducción

Conforme se ilustra en el circuito de la Fig. 1, el método usual para el despliegue de la curva de histéresis de un núcleo ferromagnético – ya sea de un transformador o de un inductor – consiste en conectar una red integradora  $R_Y - C_Y$  en paralelo con el devanado bajo prueba, así como un elemento  $R_X$  de baja resistencia para caída en serie con este conjunto. De la red integradora se obtiene una señal de voltaje análogo a la densidad de flujo mientras que a través del elemento de caída se logra un voltaje análogo a la intensidad de campo magnético. El transformador está conectado en vacío – sin carga aplicada al secundario.



**Fig. 1. Circuito para despliegue de característica de histéresis de núcleo de material ferromagnético – versión original.**

Las ecuaciones listadas a continuación explican el método a seguir. Se supone que la fuente excitadora suministra un voltaje alternante senoidal:

$$v_s(t) = \sqrt{2} \tilde{V}_s \sin(\omega t) \quad (1)$$

Dónde:  $\tilde{V}_s$  representa el voltaje eficaz y  $\omega = 2\pi f$  es la frecuencia angular. Al tomar en cuenta que  $N$  es el número de espiras en el devanado,  $A_{Fe}$  es la sección transversal del núcleo, que  $B$  es la densidad del flujo magnético y  $\phi$  es el flujo magnético, propiamente, se tiene que la densidad de flujo – como función del tiempo – se asocia a la integral del voltaje como sigue:

$$B(t) = \frac{\phi(t)}{A_{Fe}} = \frac{1}{NA_{Fe}} \int v_s(t) dt \quad (2)$$

Ahora bien, si la constante de tiempo de la red integradora es mucho mayor que el período del voltaje alternante –  $\tau_Y = R_Y C_Y \gg T$  – entonces la corriente  $i_Y$  a través de dicha red está determinada prácticamente por la resistencia:

$$i_Y(t) = \frac{v_s(t)}{R_Y} \quad (3)$$

Como el voltaje de caída a través de un capacitor está dado por la integral de la corriente que lo atraviesa, resulta entonces:

$$v_Y(t) = \frac{1}{C_Y} \int i_Y(t) dt = \frac{1}{C_Y} \int \frac{v_s(t)}{R_Y} dt = \frac{1}{R_Y C_Y} \int v_s(t) dt \quad (4)$$

Al dividir la ecuación (2) entre la ecuación (4) queda finalmente la función análoga para la densidad de flujo en términos del voltaje a través del capacitor:

$$B(t) = \frac{R_Y C_Y}{N A_{Fe}} v_Y(t) \quad (5)$$

El procedimiento para establecer la analogía entre la corriente y la intensidad de campo magnético es muy parecido. Sean ahora  $i_0$  la corriente de excitación,  $\theta$  la fuerza magnetomotriz,  $l_M$  la longitud de la trayectoria magnética,  $R_X$  la resistencia de caída en serie y  $H$  la intensidad de campo magnético. La expresión para la intensidad de campo magnético es:

$$H(t) = \frac{\theta(t)}{l_M} = \frac{N i_0(t)}{l_M} \quad (6)$$

A su vez, la corriente de excitación se expresa en función del voltaje que se forma a través del elemento de caída en serie:

$$i_0(t) = \frac{v_X(t)}{R_X} \quad (7)$$

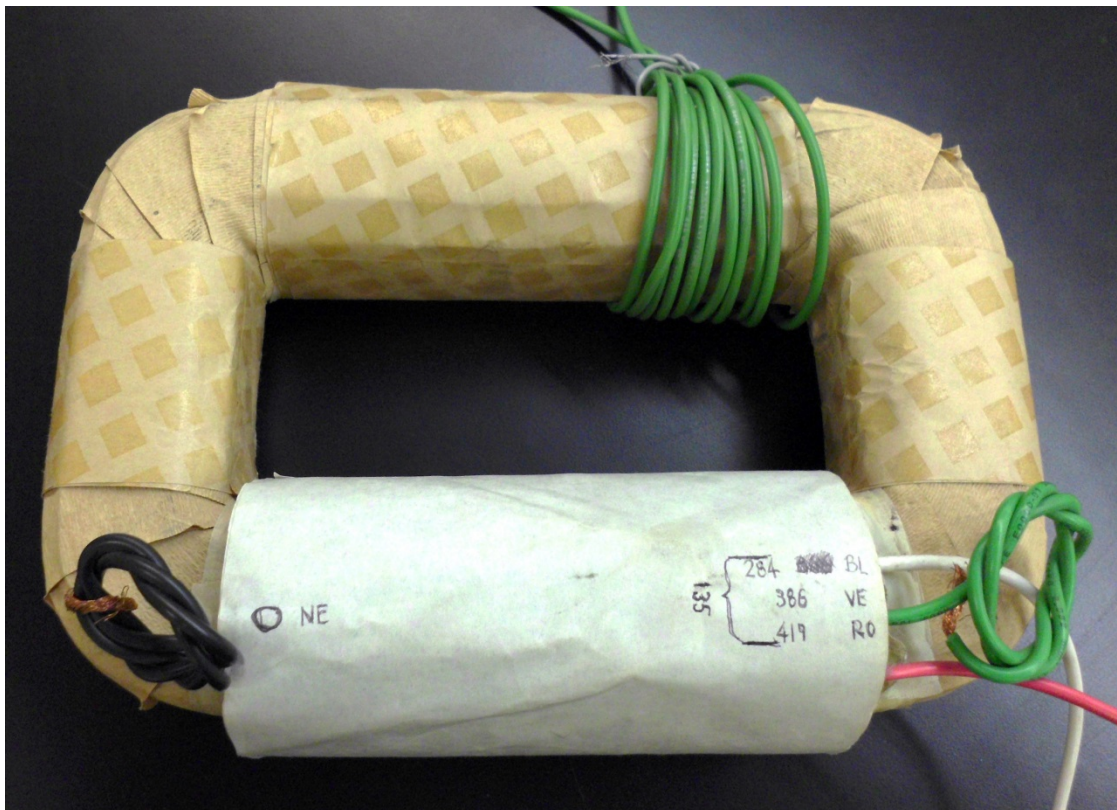
De modo que al sustituir la ecuación (7) en la ecuación (6) se obtiene la función análoga para la intensidad de campo magnético en términos de voltaje de caída.

$$H(t) = \frac{N}{R_X l_M} v_X(t) \quad (8)$$

Los coeficientes para calibración, como aparecen en las ecuaciones (5) y (8), se detallan en la tabla 1 adjunta.

**Tabla. 1. Detalle de los coeficientes de calibración**

Tipo de coeficiente	Expresión matemática	Unidades
Calibración vertical: $K_B$	$\frac{R_Y C_Y}{N A_{Fe}}$	$\frac{T}{V}$
Calibración horizontal: $K_H$	$\frac{N}{R_X I_M}$	$\frac{A/m}{V}$



**Fig. 2. Núcleo para prueba de despliegue de curva de histéresis.**

Como ejemplo práctico se condujo este procedimiento de prueba sobre el núcleo cuya imagen se despliega en la Fig. 2. Las especificaciones aplicables son:

- $N = 135$  Número de espiras
- $A_{Fe} = 1\,924\text{ mm}^2$  Área de la sección transversal
- $l_M = 0.6408\text{ m}$  Longitud de trayectoria magnética
- $R_Y = 1.0\text{ M}\Omega$  Resistor en red integradora
- $C_Y = 1.0\text{ }\mu\text{F}$  Capacitor en red integradora
- $R_X = 1.0\text{ }\Omega$  Resistor de caída en serie

De los datos anteriores se calculan los valores numéricos de los coeficientes:

- $K_B = 3.8505\text{ T/V}$  Coeficiente de calibración vertical
- $K_H = 210.68\text{ (A/m)/V}$  Coeficiente de calibración horizontal

La Fig. 3 muestra la imagen resultante en la pantalla del osciloscopio cuando se aplicó un voltaje eficaz de 133.2 volt al reactor.

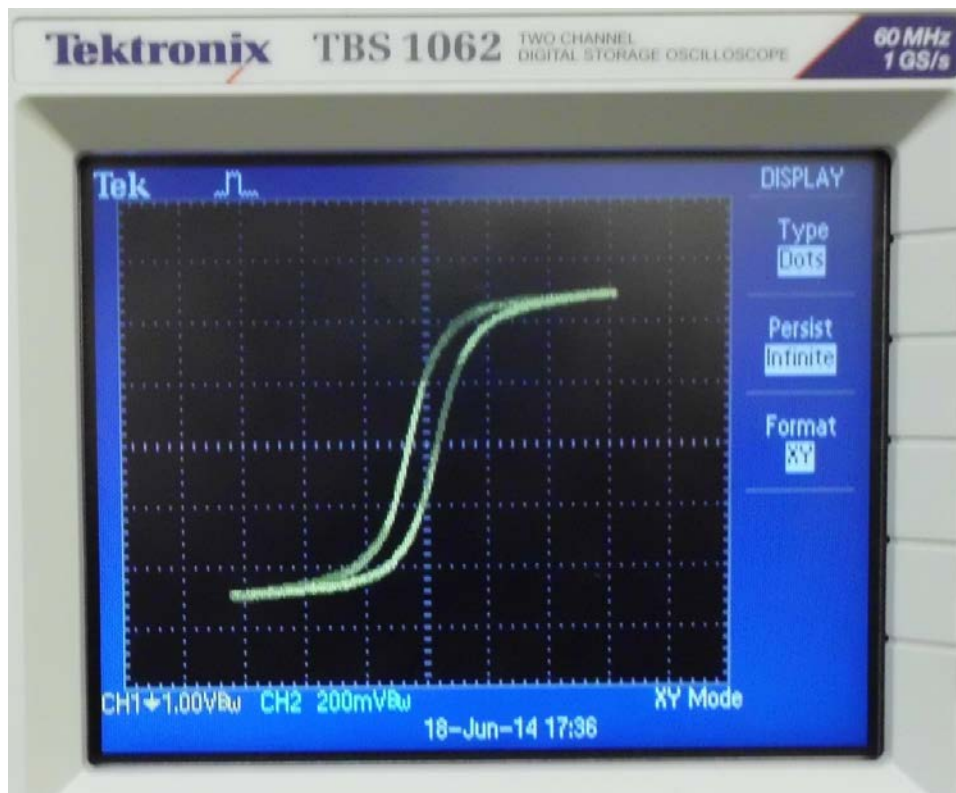
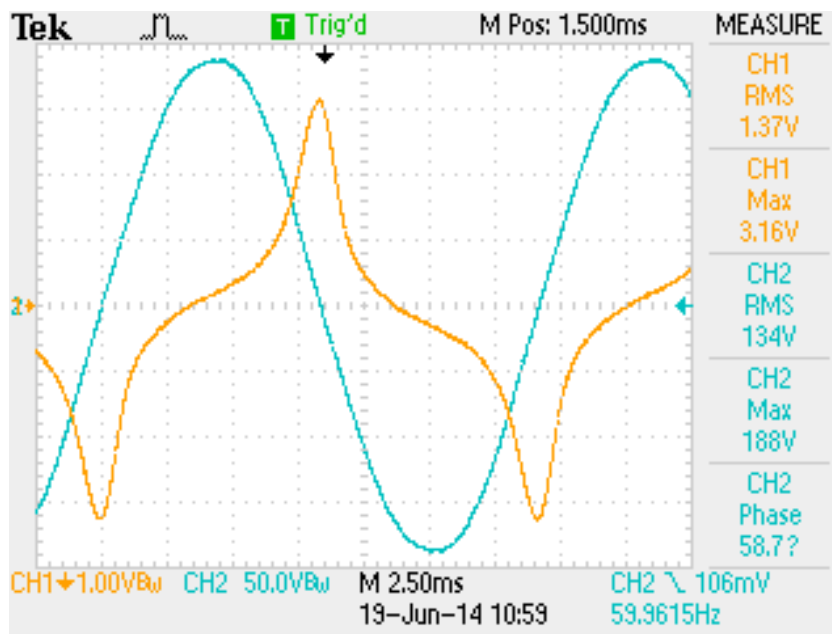


Fig. 3. Curva de histéresis desplegada en la pantalla del osciloscopio.

Tomando en cuenta las escalas propias del osciloscopio – horizontal en 1.0 volt por división y vertical en 200 milivolt por división, se observan las coordenadas para el punto extremo de la curva en el primer cuadrante en la posición vertical 0.498 volt y posición horizontal 3.1 volt. Al aplicar los coeficientes de calibración se llega a los valores para el punto de saturación en 1.924 tesla y 653.1 ampere por metro, respectivamente, para la densidad de flujo magnético e intensidad de campo.

Aunque los osciloscopios digitalizantes cuentan con las utilerías para capturar las formas de onda en memorias USB, no todos estos equipos permiten aprovechar esta función cuando el despliegue opera en la modalidad X-Y. Esto obliga a realizar la captura en forma fotográfica. Pero, tal como puede apreciarse, la calidad de la imagen es objetable, amén que no permite extraer información detallada.

Como complemento a lo anterior, la Fig. 4 ilustra la imagen – en formato Y-T – de la pantalla del osciloscopio con las formas de onda como se detalla en el texto descriptivo adjunto.

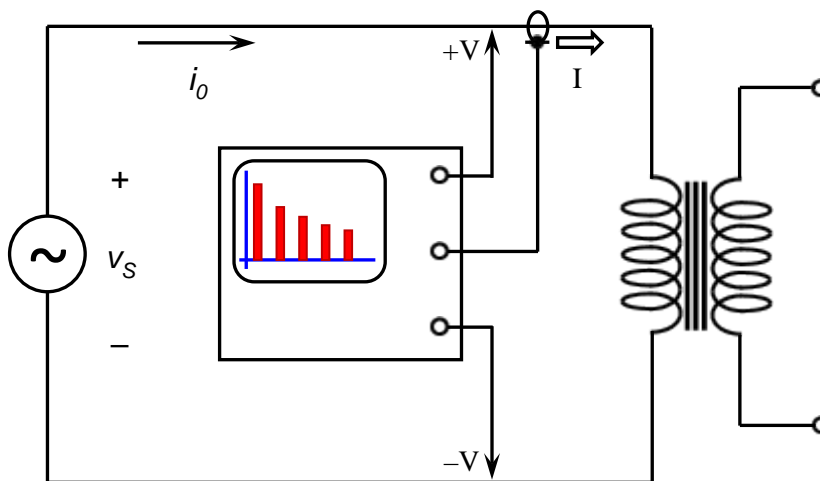


**Fig. 4. Formas de onda correspondientes a: Trazo azul: voltaje aplicado al reactor  
Trazo naranja: corriente de excitación.**

Por lo anterior, para los propósitos de la caracterización detallada de la curva de histéresis se precisa de otro método no sujeto a las limitaciones previamente descritas.

## 2. Desarrollo

Con el objeto de subsanar los inconvenientes descritos este nuevo método para caracterizar la curva de histéresis prescinde del componente más “débil” del conjunto mostrado en la Fig.1 y que corresponde, precisamente, al osciloscopio. Ello, a su vez, faculta para realizar las mediciones directamente sobre el transformador sin la necesidad de emplear tanto a la red integradora como al elemento de caída en serie.



**Fig. 5. Circuito para despliegue de característica de histéresis de núcleo de material ferromagnético – versión modificada.**

En su lugar, como se ilustra en la Fig. 5, se recurre a un equipo analizador de armónicas, del mismo tipo como se acostumbra usar para el análisis de la calidad de la energía en las redes eléctricas de potencia – *Power Harmonics Analyzer*. Para el caso específico de este trabajo fue utilizado el modelo 41B de Fluke.



En términos generales este método consiste en una Síntesis de Fourier – vélgase la expresión para denotar un proceso complementario al análisis del mismo nombre. Para la descripción subsiguiente se supone nuevamente que la fuente de voltaje suministra una forma alternante senoidal no distorsionada – ecuación (1) – la cual, por definición, carece de componentes armónicas. Ello implica que dicha síntesis se lleva a cabo exclusivamente para la corriente de excitación – notablemente distorsionada – demandada por el primario del transformador conectado en vacío.

La función específica del analizador consiste en desplegar los valores correspondientes a las magnitudes y las fases de las componentes armónicas asociadas a la corriente. La información entregada por este equipo suele tener el siguiente formato:

$\tilde{I}_0$  Valor eficaz de la corriente de excitación

- $FD_{1h}$  Magnitud (factor de distorsión) de la componente  $h$ -ésima de la corriente de excitación, en por-unidad. Expresa la amplitud del componte cuyo número armónico es  $h$ .
- $\phi_{1h}$  Fase de la componente  $h$ -ésima de la corriente de excitación. Se toma al voltaje alternante senoidal suministrado como la referencia de fase cero grados.
- $h$  Número armónico;  $h \in \mathbb{N}$

De lo anterior, el valor eficaz de la componente  $h$ -ésima de dicha corriente es:

$$\tilde{I}_{0h} = FD_{1h} \times \tilde{I}_0 \quad (9)$$

Quedando la expresión para esta componente armónica  $h$ -ésima en función del tiempo como:

$$i_{0h}(t) = \sqrt{2} \tilde{I}_{0h} \sin(h\omega t + \phi_{1h}) = \sqrt{2} FD_{1h} \times \tilde{I}_0 \sin(h\omega t + \phi_{1h}) \quad (10)$$

Conocidas todas las componentes armónicas  $i_{0h}(t)$ , resulta factible aplicar la *Síntesis de Fourier* para reconstruir la corriente de excitación:

$$i_h(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2} FD_{Ih} \times \tilde{I}_0 \sin(h\omega t + \phi_{Ih}) \quad (11)$$

Se completa el procedimiento aplicando la integración de la ecuación (2) para obtener la función  $B(t)$  – correspondiente a la densidad de flujo magnético, así como la operación de ecuación (6) para encontrar la función  $H(t)$  – asociada a la intensidad del campo magnético. La graficación de  $B(t)$  sobre el eje de las ordenadas contra  $H(t)$  sobre el eje de las abscisas da lugar a la curva de histéresis requerida.

La hoja de cálculo Excel se presta de manera idónea para la implantación práctica de este procedimiento

### 3. Resultados

Para los efectos de comparación se trabajó con el mismo reactor como se muestra en la Fig. 2 y bajo las mismas condiciones de excitación alternante senoidal a 133.2 volt eficaces. Los valores reportados por el analizador son los listados en la tabla 2, incluida al final de esta página. La corriente eficaz fue 1.29 ampere, con una distorsión armónica total del 42.5 por ciento. Dada la casi nula significancia de las armónicas superiores –  $h \geq 15$  –, se observó hasta la armónica de 13° orden

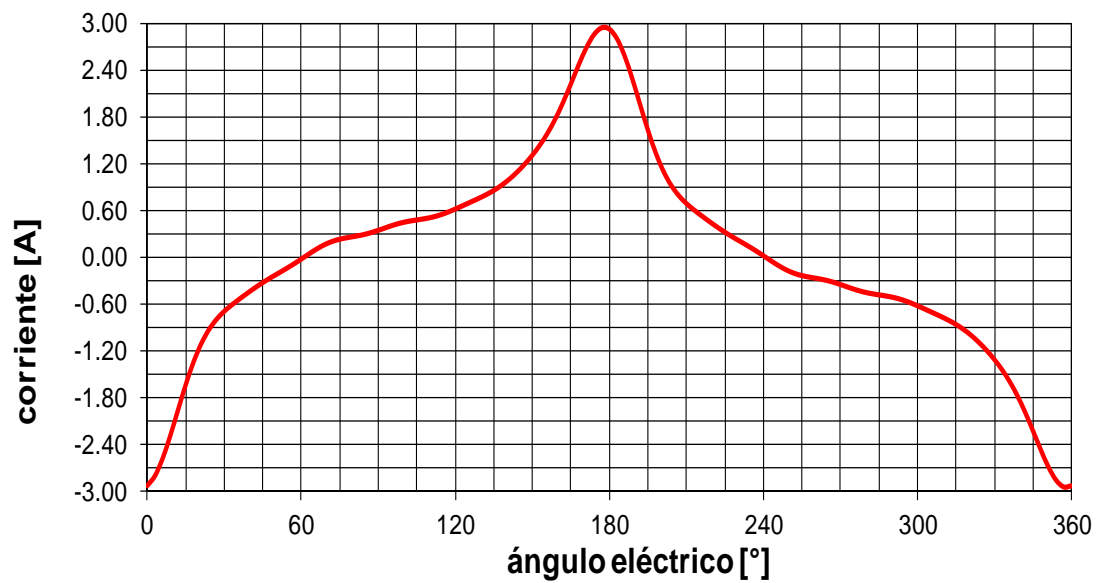
En la Fig. 6 aparece la forma de onda reconstruida para la corriente de excitación, mientras que en la Fig. 7 se logra visualizar la reproducción de la curva de histéresis. Se sugiere comparar la forma de la corriente en la Fig. 6 con aquella de la Fig. 4.

Debido a su extensión y complejidad, no resulta factible incluir en este trabajo la hoja de cálculo, a partir de la cual se obtuvieron estas figuras.

**Tabla. 2. Valores reportados por el analizador de armónicas**

$\tilde{I}_0 = 1.29 \text{ A}$		$THD - R_I = 42.5\%$					
$h$	1	3	5	7	9	11	13
$FD_{Ih}$	0.904	0.369	0.181	0.104	0.052	0.020	0.013
$\phi_{Ih}$	$-76^\circ$	$-82^\circ$	$-75^\circ$	$-78^\circ$	$-88^\circ$	$-87^\circ$	$-104^\circ$

Corriente de excitación para  $V_{ef} = 133 \text{ V}$



**Fig. 6. Reconstrucción de la forma de onda de la corriente de excitación.**

Curva de histéresis B:H para  $V_{ef} = 133 \text{ V}$

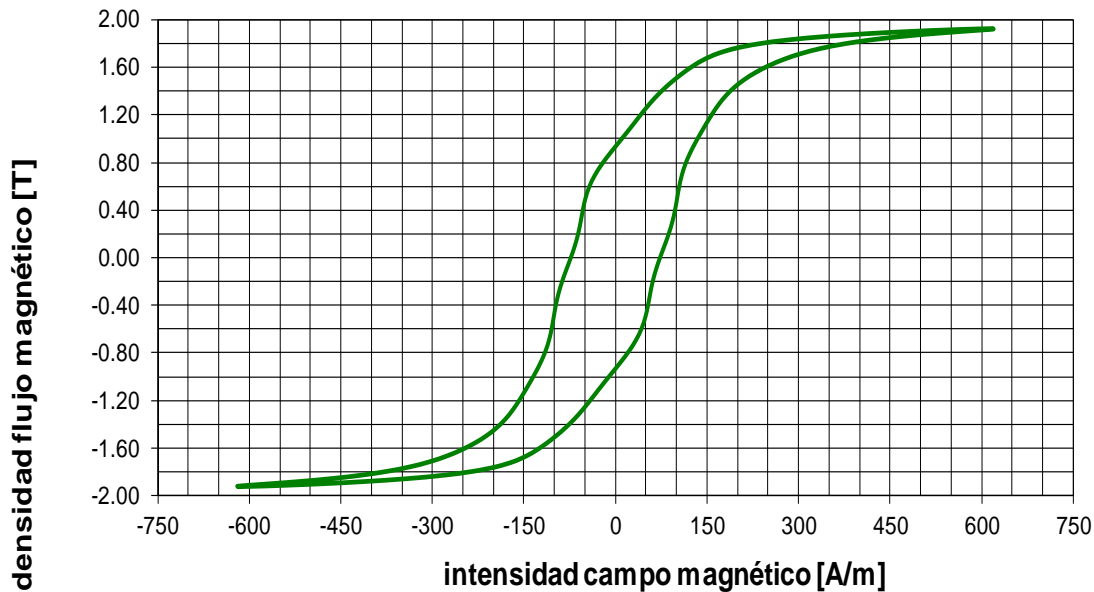


Fig. 7. Reconstrucción de la curva de histéresis.

#### 4. Discusión

Como sucede en cualquier caso cuando se pretende reconstruir alguna forma de onda a partir de sus componentes armónicas, el fenómeno de Gibbs da lugar a respuestas oscilatorias [1] y [2]. La explicación de esta manifestación, atribuida a J. Willard Gibbs (1899), establece que, como consecuencia del Teorema de Dirichlet, la convergencia en las regiones de discontinuidad es puntual más no uniforme.

En las investigaciones tendientes al desarrollo de este método se determinó que aquellas características de histéresis “más cuadradas” – e.g. con la rodilla de saturación más abrupta – son las más susceptibles a este inconveniente, mismo que puede hacer objetable a la curva resultante.

Una consideración adicional se refiere a la posibilidad para aplicar este método a la caracterización de aquellos materiales ferromagnéticos aptos para el trabajo en frecuencias mayores a los 60 o 50 hertz, típicas de las líneas de distribución eléctrica –

conforme se efectuó en este trabajo. Muy particularmente, esto reviste un gran interés para las aplicaciones propias de la electrónica de potencia en el diseño de fuentes de alimentación que operan con base en esquemas de conmutación. Es por ello que, durante los últimos diez años la industria de los materiales ferromagnéticos ha presentado al comercio una muy amplia gama de materiales novedosos cuya caracterización detallada resultaría valiosa además de interesante. [3].

En este sentido y para poder aplicar el método de análisis armónico que aquí se describe se requeriría de algún analizador de armónicas facultado para operar a aquellas frecuencias mayores a los 60 o 50 hertz, mismas que se ubicarían dentro de aquel rango sobre el cual se pretende operar al material en cuestión.

En lo concerniente al alcance y las limitaciones de este trabajo, no es posible determinar si el Analizador de Armónicas de Potencia, modelo 41B de Fluke sería capaz de lograr tal cometido. Por consiguiente, se deja este tema para un trabajo a futuro sobre esta misma línea de investigación.

## **5. Conclusiones**

Se considera a este método alternativo para la graficación de la curva de histéresis como una herramienta útil de primera aproximación, toda vez que permite obtener representaciones visuales muy detalladas y cuya calidad es razonable. En este sentido se llama la atención en cuanto a la posibilidad de cuantificar con mayor precisión aquellos parámetros tales como la coercitividad, la remanencia, la permeabilidad incremental y las pérdidas por unidad de volumen.

Otras ventajas adicionales de este método se refieren a la posibilidad para determinar con precisión muy mejorada datos adicionales como las potencias – activa, reactiva y aparente –, el factor de potencia, el factor de cresta de la corriente y la distorsión armónica total de ésta.

Con ello, además de simplificar el proceso para la captura de los datos, se eliminan las limitaciones inherentes a los osciloscopios de propósito general

## 6. Referencias

- [1] J.W. Gibbs, "Fourier's Series". Nature. Volumen 59. Número 1522. 1898. Página 200. doi:10.1038/059200b0. ISSN 0028-0836.
- [2] J.W. Gibbs, "Fourier's Series". Nature. Volumen 59. Número 1539. 1899. Página 606. doi:10.1038/059606a0. ISSN 0028-0836.
- [3] W.T. McLyman, "Transformer and Inductor Design Handbook. Cuarta Edición. Boca Raton, FL, EUA: CRC, 2011. ISBN-13 978-143-983687-6.

## 7. Autor

M. en C. Jerry N. Reider Burstin, candidato a doctor en ingeniería por la Universidad Anáhuac – México Norte, obtuvo su título de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Eléctrica en el *Technion* – Instituto Tecnológico de Israel en 1975. Además de la docencia en ingeniería, con enfoque primario hacia los temas relacionados con la electricidad y la electrónica desde hace ya casi 39 años, ha fungido como consultor para varias empresas del ramo.