

GeoGebra en la Geometría Analítica: Desarrollo de contenidos con estudiantes de bachillerato, una experiencia de aprendizaje

Beatriz Moreno Carrillo

Colegio de Bachilleres del Estado de Querétaro

beatrizmc@e.cobaq.edu.mx

RESUMEN

Las matemáticas, no obstante ser de gran importancia en la formación de los estudiantes, es también fuente de los principales obstáculos para desempeñarse adecuadamente desde el punto de vista académico. Es una de las materias con mayor índice de reprobación, igualmente constituye una de las principales causas por las cuales muchos niños y jóvenes abandonan sus estudios.

En este trabajo se mostrarán los resultados de una intervención educativa en el nivel medio superior, cuya institución corresponde al Colegio de Bachilleres del Estado de Querétaro, durante el semestre agosto diciembre del 2012, con cinco grupos de tercer semestre, en la materia de Geometría Analítica con el uso de GeoGebra, una alternativa para dar sentido y contexto al aprendizaje. Se evaluó con un examen de conocimientos y tres rúbricas.

El desempeño de los estudiantes mejora notablemente con el manejo del software GeoGebra contribuyendo a una mejor comprensión de los contenidos, se considera que proporciona a los jóvenes la posibilidad de reconocer-se, sentir-se y asumir-se como parte importante en el desarrollo en dicha materia.

PALABRAS CLAVE: Bachillerato, aprendizaje, geometría, GeoGebra

1. INTRODUCCIÓN

La educación matemática representa en nuestro país uno de los mayores problemas educativos a resolver, pues los parámetros que se utilizan para medir el conocimiento de los contenidos matemáticos muestran las dificultades que tienen los estudiantes en la disciplina. El Colegio de Bachilleres del Estado de Querétaro, México (COBAQ) toma como elemento fundamental en la preparación de los jóvenes el conocimiento matemático, cuya currícula esta dividida en seis semestres y las disciplinas que se estudian son: Algebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica, Funciones, Calculo Diferencial y finalmente Cálculo Integral. Sin embargo, los resultados muestran que en los exámenes de ingreso a la educación superior en el área, se encuentran muy por debajo de lo esperado, las matemáticas figuran como una de las disciplinas esenciales a evaluar, se sabe que uno de cuatro estudiantes ingresan a la Universidad en Escuelas Públicas y que tres de cuatro jóvenes acceden a la Universidad en Escuelas Privadas, se sabe que la razón es porque no logran aprobar el examen de ingreso¹.

Es indudable que el perfil de egreso del nivel medio superior solicita de los estudiantes ciertas competencias genéricas y disciplinares que no logran desarrollar del todo y ello deriva en resultados pobres en dicha área, además, la habilidades propias de las matemáticas son primordiales para mantenerse y establecer prácticas matemáticas en la Educación Superior.

Los planes y programas de estudio establecen que los estudiantes deberán lograr ciertos desempeños, que les permitan obtener las competencias y habilidades necesarias para lograr un perfil de egreso acorde a los requerimientos que establece la sociedad y acompañado de una formación integral, dado que actualmente nuestro país necesita jóvenes preparados intelectualmente y con los valores universales cimentados en su mejora profesional. Se tomó como objeto de estudio el programa de Geometría Analítica Euclidiana donde se establece que, el estudiante desarrolle la habilidad que

¹ Estudios realizados por el COBAQ en el año de 2009, referente a sus egresados, derivado de la poca o nula eficacia en la inclusión y permanencia en educación superior.

implica formular y resolver situaciones o problemas de manera integral, para garantizar el desarrollo gradual y sucesivo de distintas competencias, tomando como referencia la contextualización real de los contenidos matemáticos.

2. MÉTODOS (MATERIALES)

Se trabajan los contenidos de la materia de geometría analítica referentes a puntos y rectas notables del triángulo, perpendicularidad, paralelismo, cálculo de área y determinación de las ecuaciones que conforman el triángulo a partir de su trazo dados dos puntos para cada recta, todo ello partiendo de los temas en clase para posteriormente hacer los trazos con GeoGebra, el trabajo se realiza con cinco grupos de tercer semestre, la materia cuenta con siete bloques, el tema con el que se trabaja se denomina “Aplicas las propiedades de los segmentos rectilíneos y polígonos”, forma parte del bloque dos. En el desarrollo de la planeación se toman como elementos principales los desempeños: a) Que identifique las características de un segmento rectilíneo, b) Que aplique las propiedades de estos segmentos y de los polígonos y c) Que construya e interprete modelos relacionados con segmentos rectilíneos y polígonos. En el desarrollo de los desempeños mencionados cuya base son los objetos de aprendizaje como conocer, comprender y desarrollar los segmentos rectilíneos, la distancia entre dos puntos, perímetros y áreas, división de un segmento en una razón dada, el punto medio, asimismo se retoma de la materia de Geometría Euclidiana los objetos de aprendizaje que se refieren a clasificación de triángulos, puntos y rectas notables, rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas.

Dentro de las actividades de enseñanza y aprendizaje que se promueven esta el que de forma inicial, se resuelvan ejercicios y problemas en cuaderno, a través de clases expositivas, utilizando problemas contextualizados a la realidad para mostrar al estudiante las técnicas operatorias propias de las matemáticas, que se consideran fundamentales antes de emprender trabajo con algún software de este tipo. El trabajo se realiza durante todo el semestre y se evalúa a través del examen de conocimientos en tres ocasiones durante el semestre, además de ello se promueve la autoevaluación por medio de una rúbrica de trabajo para conocimientos, otra para trabajo colaborativo,

una más para una evaluación actitudinal respecto al conocimiento y a la forma de trabajo propia de cada estudiante. (ANEXO I, II, III y IV), hay por tanto la intención de conformar una evaluación completa y coadyuvar, a través de diferentes direcciones si el estudiante ha comprendido los temas, para el presente trabajo el resultado se enfoca al primer parcial.

3. RESULTADOS.

1. A través de los exámenes parciales (tres a lo largo del semestre), donde el conocimiento, el producto y desempeño consolidan la calificación final del periodo, cada uno de los rubros anteriores tiene un porcentaje asignado al principio de cada semestre por la academia de la institución

2. En una evaluación subjetiva que se realiza el 60% de los estudiantes coinciden en que el software le ayuda a comprender los conceptos vistos en clase, dicho resultado se obtiene a través de un cuestionario de preguntas abiertas al que no le ponen su nombre y se le denomina “Evaluación a la clase”, son cinco preguntas que permiten encontrar y obtener información acerca del trabajo del profesor y se aplican una vez en el semestre, después del primer examen parcial . Las preguntas son:

- a) ¿Que opinas de la clase?
- b) Los recursos que utiliza el profesor, ¿Sirven para mejorar tu comprensión de los temas vistos?
- c) ¿El GeoGebra te ha servido para mejorar en clase?
- d) ¿Hay algo que desearías que se mejorara en la clase?
- e) ¿Prefieres el trabajo individual o en equipo y por qué?

Los comentarios mayormente observados en los estudiantes es que el software contribuye a una mejor comprensión de los contenidos pues en sus palabras “siento que me ayuda a mejorar en matemáticas” y “al principio me costaba trabajo entender el programa pero cuando lo hice se me facilitó la materia”.

3. El lo que se refiere al trabajo colaborativo, los jóvenes comentan que es divertido convivir con sus compañeros cuando tienen que modelar una situación por medio del GeoGebra, pues cuando contestan la rúbrica de autoevaluación se les pide un

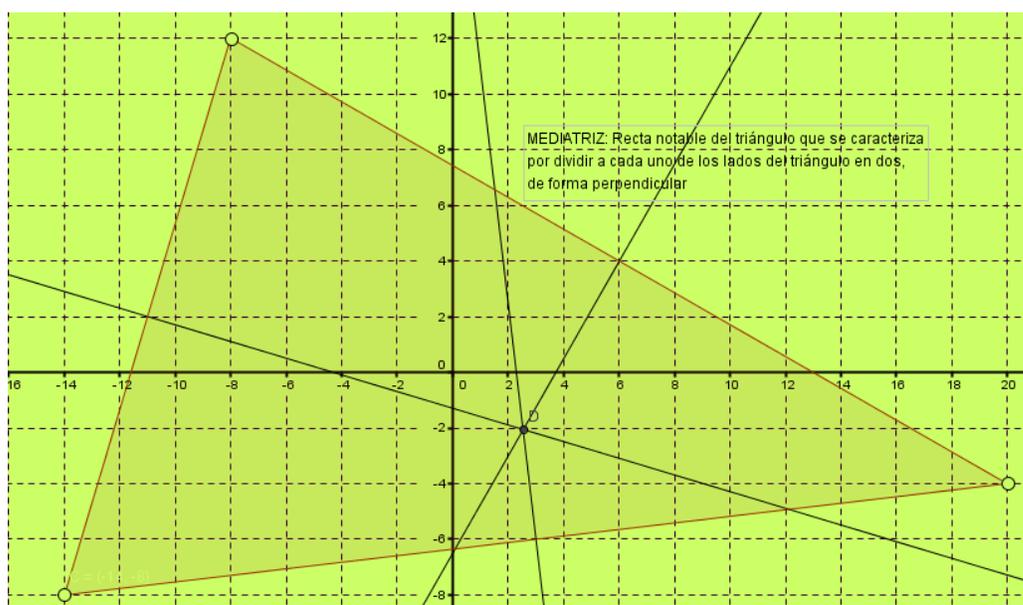
comentario adicional referente al trabajo en equipo, de manera general el 50% del resultado de los estudiantes se encuentra entre los valores de tres y dos es decir, aquellos jóvenes que por lo general cumplen con el trabajo y participan activamente en el equipo, el 35 % están entre aquellos que poco o nada cumplen con el trabajo y el 15% restante son los que siempre cumplen con todo.

4. En cuanto a la autoevaluación actitudinal, en promedio el 50% de los estudiantes muestran interés hacia la disciplina y le dan un sentido mas cercano a su interés por mejorar académicamente, consideran que hay una motivación al aprendizaje.

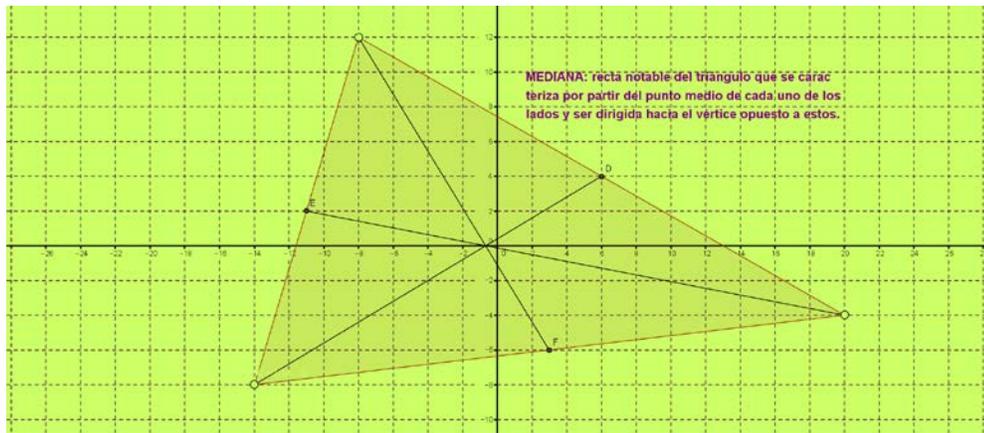
5. En lo que se refiere al examen de conocimientos, en la evaluación global el promedio de porcentaje de aprovechamiento general en el primer parcial y para los cinco grupos fue del 71.18% y el promedio de aprobación es de 7.68. Se muestra una mejoría en el desempeño de los estudiantes de una décima porcentual y en calificación final respecto al ciclo anterior (2011B).

6. Respecto al tema de puntos y rectas notables en triángulos, los estudiantes obtienen las siguientes gráficas, explicitadas paso a paso.

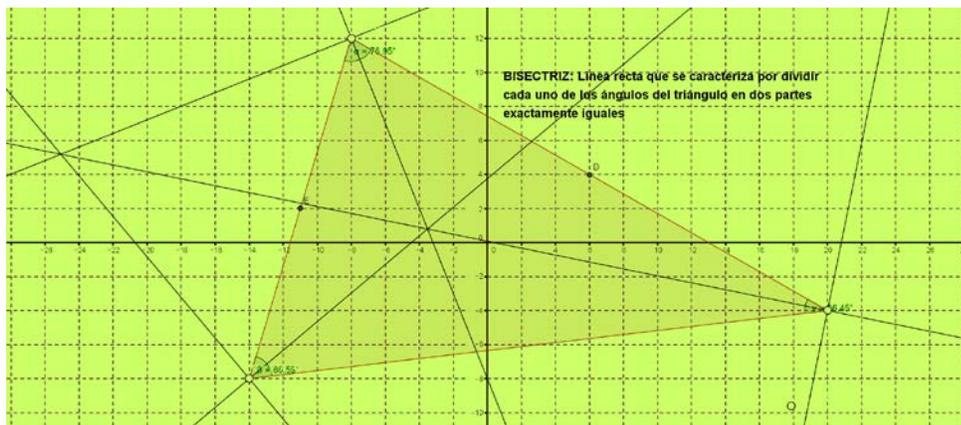
TRAZO DE UN TRIÁNGULO DADOS TRES PUNTOS



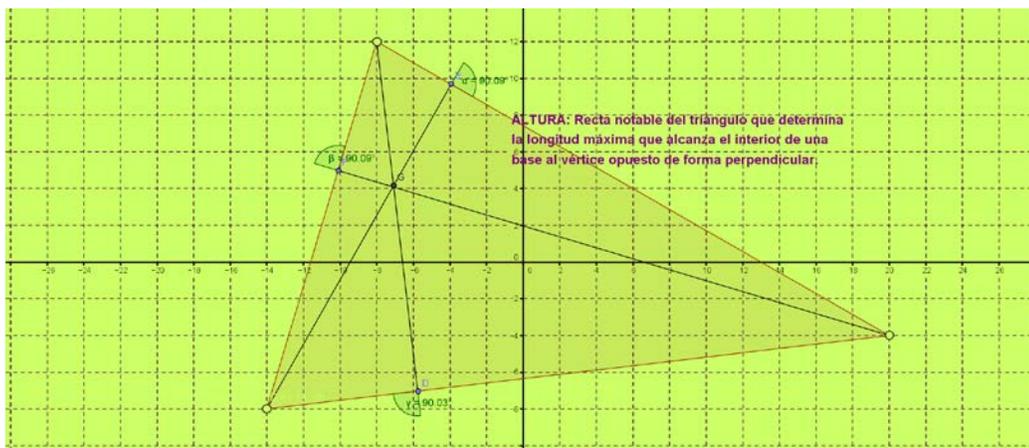
GRÁFICA 1. La mediatriz



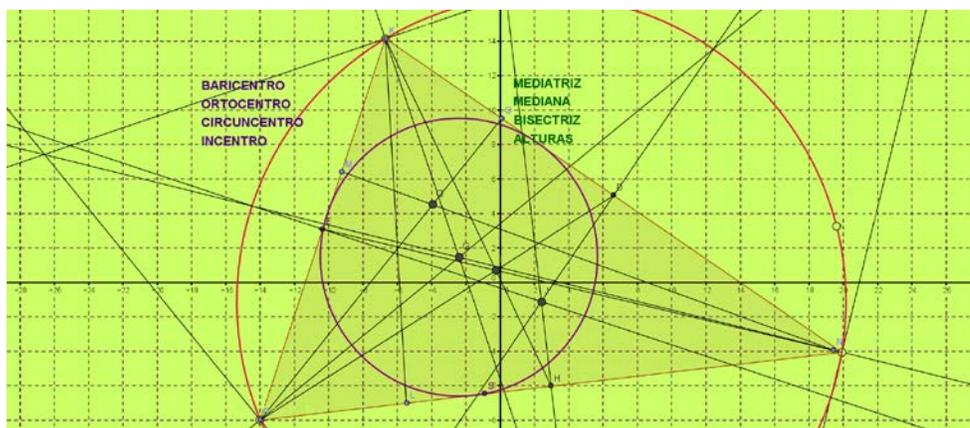
GRÁFICA 2. Punto medio y mediana



GRAFICA 3. Bisectriz, ángulo entre rectas



GRAFICA 4. Alturas, ángulo entre rectas



GRAFICA 5. Rectas y puntos notables del triángulo, circunferencia.

En este primer tema que se refiere únicamente a puntos y rectas notables de triángulos, circunferencia circunscrita e inscrita, y un acercamiento al tema de perpendicularidad y paralelismo, no se obtienen las ecuaciones de la recta, pues después de este tema se tiene que determinar los perímetros y las áreas de los triángulos y otros polígonos de tal manera que antes de observar su cálculo en GeoGebra los estudiantes aprendan a hacerlo técnicamente primero y que comprendan y den significado al concepto.

Posterior a este tema se trabaja a través de clases expositivas y ejercicios en clase las formas de la ecuación de la recta que luego se complementará con el software, buscando siempre que primero se comprenda el tema en clase y enseguida se trabaje en el programa.

4. CONCLUSIONES

Hay una mejoría notable de los alumnos que cursan la materia de Geometría analítica y se refleja en los resultados finales, indudablemente el uso del GeoGebra, representa un apoyo importante en el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje de los contenidos señalados, las autoevaluaciones muestran que los estudiantes consideran importante el uso de software como éste, pues cuentan con herramientas adicionales que les permiten comprender y dar sentido a lo que cotidianamente deben hacer en cuaderno.

Por parte del docente se observa que los desempeños enmarcados por los objetos de aprendizaje se pueden desarrollar mejor.

De manera subjetiva se considera que la contextualización de ciertos contenidos, motiva al estudiante a comprender por qué debe aprender matemáticas, pues al modelar situaciones, deben emplear recursos que muchas veces tienen que ver con conocimientos previos, sin embargo también se debe destacar que la institución no cuenta con un laboratorio de matemáticas en donde no solamente se pueda trabajar este software, el trabajo que se realiza mayormente es en casa, ya que uno de los requisitos iniciales es que los estudiantes instalen dicho programa en su PC, así pues, es significativo que se logre hacer el trabajo didáctico que plantea el objetivo de la materia.

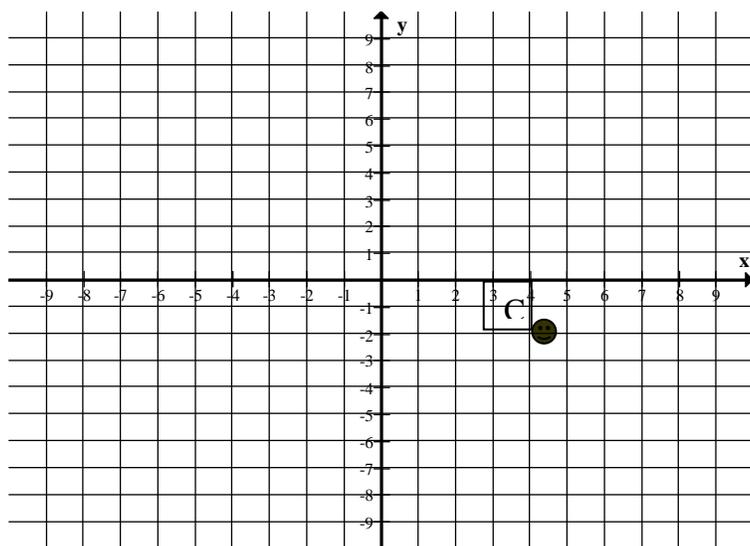
Las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes son, por un lado el tiempo disponible para trabajar en el software, ya que en el salón se debe distribuir el tiempo entre la clase expositiva y el proceso propio en el que los jóvenes deben modelar situaciones contextualizadas en la realidad.

Hoy en día las TIC representan una de las alternativas más importantes de trabajo en el aula.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Andia, N. Cónicas. [En línea]. Consultado el 13 de Noviembre del 2012 en <http://www.monografias.com/trabajos82/trabajo-conicas/trabajo-conicas2.shtml>
- [2] Biggs. J. (2006). *Calidad del aprendizaje universitario*. Narcea ediciones S.A. Madrid, España, 2006.
- [3] Coll C. (1992) “*Los contenidos de la Reforma. Enseñanza y Aprendizaje de conceptos, procedimientos y actividades*”. Santillana, Madrid.
- [4] Díaz Barriga, F. Hernández (2003), *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*, Mc Graw Hill, México, 2003.
- [5] El pensador analítico. La elipse. [En línea] Consultado el 13 de Noviembre del 2012 de <http://elpensadoranalitico.blogspot.mx/>

- [6] Ferrari, H. Elipse. [En línea] Inclusión Digital Educativa. Consultado el 13 de Noviembre del 2012 en <http://inclusiondigital.gov.ar/recursos-y-estrategias/ficha-para-la-modalidad-1-a-1-las-conicas-circunferencia-elipse-parabola-e-hiperbola/>
- [7] Gates, P. (2004). Lives, Learning and Liberty. The impact and responsibilities of mathematics education. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. I pp. 71-80.
- [8] Giménez, J. et al (2004). La actividad matemática en el aula. Ed. GRAO. España
- [9] Ibáñez, C.P., García, T. G. (2010). Matemáticas III con enfoque en competencias. CENGAGE Learning editores. Mexico, D.F.
- [10] Paiva, F. CH. E. (2005). *O que está sendo ensinado em nossas escolas e, de fato matemática?* [En línea]. Consultado el 13 de Noviembre del 2012 de Revista Iberoamericana de Educación Num. 36/3 http://www.rieoei.org/did_mat29.htm
- [11] Ramírez, S. Historia del descubrimiento de la elipse. [en línea] Archivo de Blog. Consultado el 13 de noviembre del 2012 en <http://sylvanara.blogspot.mx/>
- [12] Sokolovsky, S. Cónicas. [En línea] Consultado el 13 de Noviembre del 2012 en http://kambry.es/Apuntes%20Web/Paginas%20web%20de%20Matematicas/Analisis_Algebra/matem/matematica/Conicas.htm
- [13] Programa de la Materia de Geometría Analítica [en Línea] Secretaría de Educación pública, Dirección General de Bachillerato. Consultado el 25 de julio del 2013 en <http://www.dgb.sep.gob.mx/>
- [14] Zarzar, C. (1995). *Temas de didáctica*. Ed. Patria. México.



D ●

6.- Determinar las coordenadas de los puntos que se indican en la figura

7.- Encontrar la distancia entre $A(2,1)$ y $B(7,2)$ y el punto medio. Traza su perpendicular que pasa por $(1,-5)$ y su paralela que pasa por $(-3,-4)$

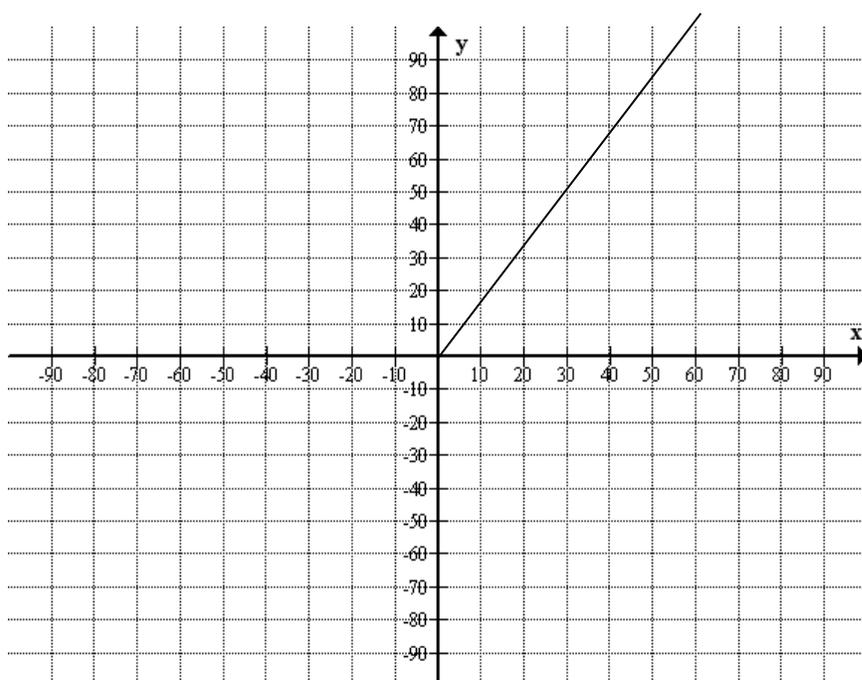
8.- EN EL EJERCICIO SIGUIENTE DIBÚJESE EL TRIÁNGULO QUE TIENE LOS VÉRTICES DADOS, DETERMINA SI ES ISÓSCELES (a partir de distancia entre dos puntos), TRAZA SUS MEDIATRICES Y DETERMINA LA UBICACIÓN DEL PUNTO DONDE CONFLUYEN (de manera gráfica) Calcula el perímetro y el área.

$A(-1, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(3, 4)$

9.- La gráfica de la siguiente figura muestra el lugar geométrico determinado por la masa de una sustancia y su volumen entre 0 y 60 cm^3 .

a) Cuál es la masa a los 30 cm^3 R= _____

b) Si se tienen 100 gramos de sustancia ¿Cuál es su volumen? R= _____



X= VOLUMEN CM³

Y= MASA GR

10.- Determina el ángulo entre las rectas:

$(-5,1)$ $(15,6)$ y $(-2,4)$ $(7,1)$

ANEXO II. Autoevaluación de conocimientos

Indicador	Deficiente (0-5)	Regular (6-7)	Bueno (8-9)	Excelente (10)
Fórmula de distancia entre dos puntos	No aplica correctamente la fórmula de distancia entre dos puntos.	Presenta inconsistencia en la presentación de las fórmula y en la presentación de los resultados	Aplica correctamente aunque presenta inconsistencias en sus resultados.	Aplica de forma correcta la fórmula distancia entre dos puntos.
Área de un polígono.	No determina un área de un polígono a través de las fórmulas.	Exhibe inconsistencias en el manejo de la fórmula para la determinación del área de un polígono.	Comprende el empleo de la fórmula para determinar el área de un polígono aunque presenta inconsistencia en su operación.	Emplea correctamente la fórmula de determinantes para determinar el área de triángulos.
Razón.	No aplica la fórmula para la obtención de razón y punto medio.	Hace uso deficiente de la fórmula para la obtención de razón y punto medio	Muestra inconsistencias en la aplicación de la fórmula para la obtención de razón y punto medio.	Aplica correctamente la fórmula para la obtención de razón y Punto medio
Puntos y rectas notables del triángulo	No sabe trazar los puntos y rectas notables del triángulo en el software	Le cuesta trabajo diferenciar los conceptos de rectas y puntos notables del triángulo para su trazo	Muestra dudas para el trazo de los puntos y rectas notables del triángulo	Utiliza correctamente las definiciones de las rectas notables del triángulo al momento de usar el software
Resultados.	No obtiene los resultados.	Obtiene con inconsistencias los resultados.	Obtiene parcialmente los resultados correctos.	Obtiene los resultados correctamente
Calificaciones				

ANEXO III Autoevaluación de trabajo colaborativo

Destrezas de Trabajo Colaborativas: : TRABAJO COLABORATIVO

Nombre del maestro/a: **BETTHY MORENO**

Nombre del estudiante: _____ GRUPO_

MATERIA: _____ PROFESOR _____

CATEGORIA	4	3	2	1
Preparación	Trae el material necesario a clase y siempre está listo para trabajar.	Casi siempre trae el material necesario a clase y está listo para trabajar.	Casi siempre trae el material necesario, pero algunas veces necesita instalarse y se pone a trabajar.	A menudo olvida el material necesario o no está listo para trabajar.
Trabajando con Otros	Casi siempre escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. Trata de mantener la unión de los miembros trabajando en grupo.	Usualmente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. No causa "problemas" en el grupo.	A veces escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros, pero algunas veces no es un buen miembro del grupo.	Raramente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. Frecuentemente no es un

				buen miembro del grupo.
Manejo del Tiempo	Utiliza bien el tiempo durante todo el proyecto para asegurar que las cosas están hechas a tiempo. El grupo no tiene que ajustar la fecha límite o trabajar en las responsabilidades por la demora de esta persona.	Utiliza bien el tiempo durante todo el proyecto, pero pudo haberse demorado en un aspecto. El grupo no tiene que ajustar la fecha límite o trabajar en las responsabilidades por la demora de esta persona.	Tiende a demorarse, pero siempre tiene las cosas hechas para la fecha límite. El grupo no tiene que ajustar la fecha límite o trabajar en las responsabilidades por la demora de esta persona.	Rara vez tiene las cosas hechas para la fecha límite y el grupo ha tenido que ajustar la fecha límite o trabajar en las responsabilidades de esta persona porque el tiempo ha sido manejado inadecuadamente.
Actitud	Nunca critica públicamente el proyecto o el trabajo de otros. Siempre tiene una actitud positiva hacia el trabajo.	Rara vez critica públicamente el proyecto o el trabajo de otros. A menudo tiene una actitud positiva hacia el trabajo.	Ocasionalmente critica en público el proyecto o el trabajo de otros miembros del grupo. Tiene una actitud positiva hacia el trabajo.	Con frecuencia critica en público el proyecto o el

				trabajo de otros miembros de el grupo. A menudo tiene una actitud positiva hacia el trabajo.
Resolución de Problemas	Busca y sugiere soluciones a los problemas.	Refina soluciones sugeridas por otros.	No sugiere o refina soluciones, pero está dispuesto a tratar soluciones propuestas por otros.	No trata de resolver problemas o ayudar a otros a resolverlos. Deja a otros hacer el trabajo.

ANEXO IV Autoevaluación actitudinal

Autoevaluación	Siempre	Frecuentemente	Pocas veces
Compromiso y responsabilidad: Cumplo con el material solicitado	35%	63%	3%
Soy puntual a clase	39%	56%	5%
Asistí a todas las sesiones de geogebra	55%	33%	17%
Considero que mi aprovechamiento fue bueno	29%	42%	30%
Considero que en la mayoría de mis trabajos en geogebra tuve pocos errores.	30%	63%	7%
Considero que mi participación fue oportuna	31%	44%	25%

Comentarios generales del curso, primer parcial

Mejoro mi calificación.
 Aprendí a utilizar un programa nuevo.
 Repasé temas de Mate II que no me acordaba.
 Me ayudo a entender el tema.
 Aplique lo visto en Mate II.
 Practique ejercicios.
 Entendí porque se explico paso a paso.