

OBSERVADOR LINEAL PARA FLUJO DE CALOR UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS EN UN INVERNADERO

Sergio Sandoval Pérez

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán
ssandoval@itcg.edu.mx

Enrique Herrera Segura

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán
hs_quique@hotmail.com

Jaime Jalomo Cuevas

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán
jjalomo3@yahoo.com.mx

Juan Carlos Bejénez Macías

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán
Juan6_27@yahoo.com.mx

Resumen

Un problema clásico en la teoría de control es el diseño de una ley de retroalimentación, teniendo el propósito de que la salida de cualquier sistema siga asintóticamente una señal de referencia. En este trabajo, se pretende estimar el flujo de calor (\dot{q}) por radiación para un sólido. Se utiliza una figura geométrica con la intención de aproximar las dimensiones a un invernadero, donde bajo el principio de los elementos finitos se calculan algunos coeficientes de la variable a controlar (temperatura). El control es diseñado por un PID y el flujo de calor mediante la teoría de regulación lineal vía retroalimentación de estados como una solución idónea a nuestro problema ya que se supone la medición de la temperatura (T) con un sensor Termostato Digital XH-W1209 (Sensor tipo NTC 10K). Los actuadores que integraremos en este artículo serán un ventilador y

nebulizadores. En esta investigación se realiza la formalización matemática de esta teoría y se observa por medio de la simulación de Matlab-Simulink al flujo de calor y la temperatura.

Palabra(s) Clave: Elementos finitos, Flujo de calor, Retroalimentación de Estado.

Abstract

A Classic problem of the control theory, is the design of a feedback law, it has the purpose of the output of any system follows asymptotically to a reference signal. In this paper we aim to estimate the flow of heat (\dot{q}) by radiation to a solid. A geometric figure is used with the intention of approximated the dimensions to a greenhouse, where some coefficients of the controlled variable (T) are calculated under the principle of finite elements. The control is designed for a PID and the heat flow using the feedback- state lineal theory as an ideal solution to our problem, because we assumed that the temperature is measurement with a sensor Termostato Digital XH-W1209 (Sensor tipo NTC 10K). The actuators that we will integrate in this paper will be a fan and nebulizers. In this investigation we do the mathematical model of this theory and also we see through of simulations in Matlab-Simulink to the heat flow and temperature.

Keywords: *Finite element, Feedback state, Heat flow.*

1. Introducción

En los últimos años, el desarrollo de una filosofía integral ha cambiado en como los ingenieros realizan investigación en el área de diseño de nuevos dispositivos para el control de la temperatura. Hoy en día se cuenta con una gran potencia computacional que nos permite trabajar con unidades de control para flujo de calor, temperatura y algunas variables relacionadas como puede ser la humedad relativa. Esto se debe al avance tecnológico y la mejora en dispositivos electrónicos, que permiten el desarrollo de modernos sistemas de control que evitan cualquier restricción desde el punto de vista tecnológico.

Considerando las variables del párrafo anterior, el diseño de un sistema para la estimación de flujo de calor en un invernadero es uno de los principales puntos de investigación en la zona sur de Jalisco.

A través del uso de modelos matemáticos en este caso el de elementos finitos nos permitirá realizar control de las variables que se desean medir haciendo una alta eficiencia en la acción que el controlador este realizando [1,2,6]. La razón de seleccionar este método de elementos finitos es porque puede predecir el comportamiento de diferentes fenómenos y así generar soluciones prácticas a diversos problemas como pueden ser: casos de transferencia de calor y flujo de fluidos, así como otras aplicaciones [7,5].

2. Métodos

Para medir la temperatura se consideraran 6 Termostatos Digitales XH-W1209 (Sensor tipo NTC 10K) los cuales se colocaron dentro del invernadero, cada sensor esta midiendo diferentes datos de temperatura que a su vez se obtiene un promedio de ellos, para mostrar un solo dato en una Laptop o computadora de escritorio (PC).

Utilizando el método de los elementos finitos, calcula estratégicamente la ubicación para un mejor resultado en la medición de la variable temperatura.

El fundamento para la solución de problemas físicos mediante métodos numéricos es el correcto planteamiento y la adecuada solución de un sistema de n ecuaciones, que permitan determinar los valores que toma la variable de trabajo en n puntos discretos o nodos [3,4].

Estas ecuaciones se plantean para cada uno de los nodos o cada uno de los sensores, ecuación 1.

$$c_i\theta_i + c_a\theta_a + c_b\theta_b + c_d\theta_d + c_e\theta_e + c_f\theta_f = 0 \quad (1)$$

Donde θ_j , $j = i, a, b, d, e, f$, es la variable de la temperatura, la cual está dada de acuerdo a un promedio de 20 datos, mediante un sensor de temperatura Termostato Digital XH-W1209 (Sensor tipo NTC 10K).

C_j Son los coeficientes, cuyos valores dependen de la posición en coordenadas relativas de los nodos vecinos a, b, d, e y f respecto del nodo i .

El propósito de usar este método es presentar las ecuaciones que permitan determinar los coeficientes C_j para los nodos o en este caso para cada sensor que se utilice.

La ecuación 2 determina el coeficiente C_i .

$$C_i = (Y_a - Y_b)^2 + (Y_b - Y_d)^2 + (Y_d - Y_e)^2 + (Y_e - Y_f)^2 + (Y_f - Y_a)^2 + (X_a - X_b)^2 + (X_b - X_d)^2 + (X_d - X_e)^2 + (X_e - X_f)^2 + (X_f - X_a)^2 \quad (2)$$

Ecuación 3 para coeficiente C_a .

$$C_a = (Y_i - Y_f)(Y_f - Y_a) + (Y_a - Y_b)(Y_b - Y_i) + (X_i - X_f)(X_f - X_a) + (X_a - X_b)(X_b - X_i) \quad (3)$$

Para el coeficiente C_b se usa ecuación 4.

$$C_b = (Y_i - Y_a)(Y_a - Y_b) + (Y_b - Y_d)(Y_d - Y_i) + (X_i - X_a)(X_a - X_b) + (X_b - X_d)(X_d - X_i) \quad (4)$$

La ecuación 5 determina el coeficiente C_d .

$$C_d = (Y_i - Y_b)(Y_b - Y_d) + (Y_d - Y_e)(Y_e - Y_i) + (X_i - X_b)(X_b - X_d) + (X_d - X_e)(X_e - X_i) \quad (5)$$

Para el coeficiente C_e se usa ecuación 6.

$$C_e = (Y_i - Y_d)(Y_d - Y_e) + (Y_e - Y_f)(Y_f - Y_i) + (X_i - X_d)(X_d - X_e) + (X_e - X_f)(X_f - X_i) \quad (6)$$

Ecuación 7 para el coeficiente C_f .

$$C_f = (Y_i - Y_e)(Y_e - Y_f) + (Y_f - Y_a)(Y_a - Y_i) + (X_i - X_e)(X_e - X_f) + (X_f - X_a)(X_a - X_i) \quad (7)$$

Teniendo las coordenadas que se presenta en la tabla 1, de cada nodo se obtienen los coeficientes C_i , C_a , C_b , C_d , C_e y C_f .

En la figura 1 se muestra la gráfica de las coordenadas de cada nodo (posición de sensores y dimensiones de alto (12 m) y largo (30m) del invernadero).

El modelo matemático del invernadero para el flujo de calor, es moviéndose este flujo en una superficie plana con una longitud cuadrada (aproximación), el cual otorga un modelo de comportamiento lineal. Por lo tanto, tomando en cuenta la figura 2 y las dinámicas lineales del invernadero que generan la ley de conducción de calor de Fourier [8]

Tabla 1 Coordenadas de los nodos que rodean el sensor.

| Coordenadas | | |
|-------------|----|----|
| Puntos | X | Y |
| i | 15 | 6 |
| f | 25 | 6 |
| a | 10 | 10 |
| b | 20 | 10 |
| d | 5 | 6 |
| e | 15 | 2 |

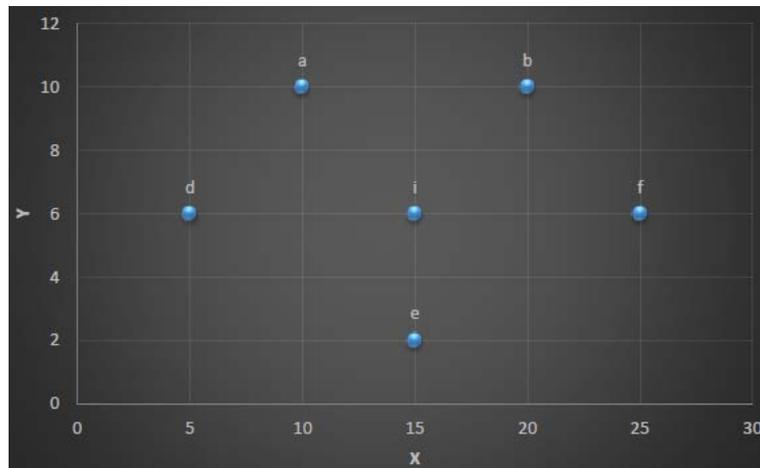


Figura 1 Gráfica de los Nodos (m = metros).

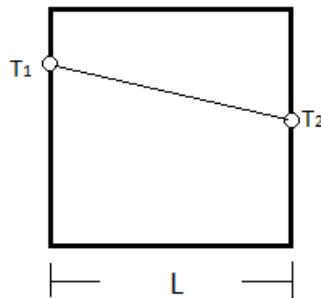


Figura 2 Transmisión de calor en invernadero.

$$q_k = -\frac{kA}{L} (T_2 - T_1) \quad (8)$$

Donde;

q_k Flujo de calor en w (watts)

$T = T_2 - T_1$ Temperatura absoluta en K

| | |
|---|--|
| k | Conductividad termal en w/m °C =0.46 (polietileno) |
| A | Área de la superficie m |
| L | Longitud de la superficie m. |

Reescribiendo las ecuación 1 de la planta en forma de espacio de estado para el problema de control ($\theta_i = \theta_a = \theta_b = \theta_d = \theta_e = \theta_f$); tenemos ecuaciones 9 y 10.

$$\theta_i = T = - \left[\frac{C_a \theta_a + C_b \theta_b + C_d \theta_d + C_e \theta_e + C_f \theta_f}{C_i} \right] \quad (9)$$

$$\dot{\theta}_i = \dot{T} = - \left[\frac{C_a \dot{\theta}_a + C_b \dot{\theta}_b + C_d \dot{\theta}_d + C_e \dot{\theta}_e + C_f \dot{\theta}_f}{C_i} \right] \quad (10)$$

El objetivo principal del control es que la salida del sistema T, siga asintóticamente un sistema de referencia T_{ref} , el cual tiene como principal característica que sus derivadas son acotadas. De manera precisa, el generador de referencia es ($\theta_{iref} = \theta_{aref} = \theta_{bref} = \theta_{dref} = \theta_{eref} = \theta_{fref}$); ecuaciones 11 y 12.

$$\theta_{iref} = T_{ref} = - \left[\frac{C_a \theta_{aref} + C_b \theta_{bref} + C_d \theta_{dref} + C_e \theta_{eref} + C_f \theta_{fref}}{C_i} \right] \quad (11)$$

$$\dot{\theta}_i = \dot{T}_{ref} = - \left[\frac{C_a \dot{\theta}_{aref} + C_b \dot{\theta}_{bref} + C_d \dot{\theta}_{dref} + C_e \dot{\theta}_{eref} + C_f \dot{\theta}_{fref}}{C_i} \right] \quad (12)$$

Donde, θ_{iref} , θ_{aref} , θ_{bref} , θ_{dref} , θ_{eref} , θ_{fref} son establecidas por el diseñador.

Diseño de un control y el observador por linealización de retroalimentación de estados

En esta sección, se diseñara el control PID el cual impondrá el comportamiento para las dinámicas de la temperatura y del flujo de calor; esto se realizara imponiendo la señal de referencia (ecuación 11), a través de la implementación de la entrada de control u_T con respecto al tiempo (t); $k_p = 10$, $T_i = 20$, $T_d = 0.1$;

$$u_T(t) = k_p e_T(t) + \frac{k_p}{T_i} \int e_T(t) \cdot dt + k_p T_d \frac{de_T}{dt} \quad (13)$$

$$e_T = T - T_{ref} \quad (14)$$

Y el observador para el flujo de calor es modelado;

$$\dot{q}_k = -\frac{kA}{L} [T_{ref} - K_1(T - T_{ref})] \quad (15)$$

Con $K_1 > 0$.

3. Resultados

A partir de la ecuación (1), para θ_i se obtiene la ecuación 16.

$$\theta_i = \frac{-(C_a\theta_a + C_b\theta_b + C_d\theta_d + C_e\theta_e + C_f\theta_f)}{C_i} \quad (16)$$

($\theta_a = \theta_b = \theta_d = \theta_e = \theta_f = \text{señales medidas} = \text{señales calculadas}$);

Sustituyendo la ecuación con los valores de los coeficientes se obtiene θ_i .

$$\theta_i = \frac{-((-200)(34.4) + (-200)(34.4) + (-107)(34.4) + (-200)(34.4) + (-107)(34.4))}{814} \quad (17)$$

Dando como resultado $\theta_i = 34.4 = \theta_a = \theta_b = \theta_d = \theta_e = \theta_f$.

Por medio del método de elementos finitos y con los resultados de los coeficientes C_j y de la variable (θ_j) obtenidos, se concluye que la temperatura es la misma en los nodos o alrededor del sensor, figuras 3, 4 y 5.

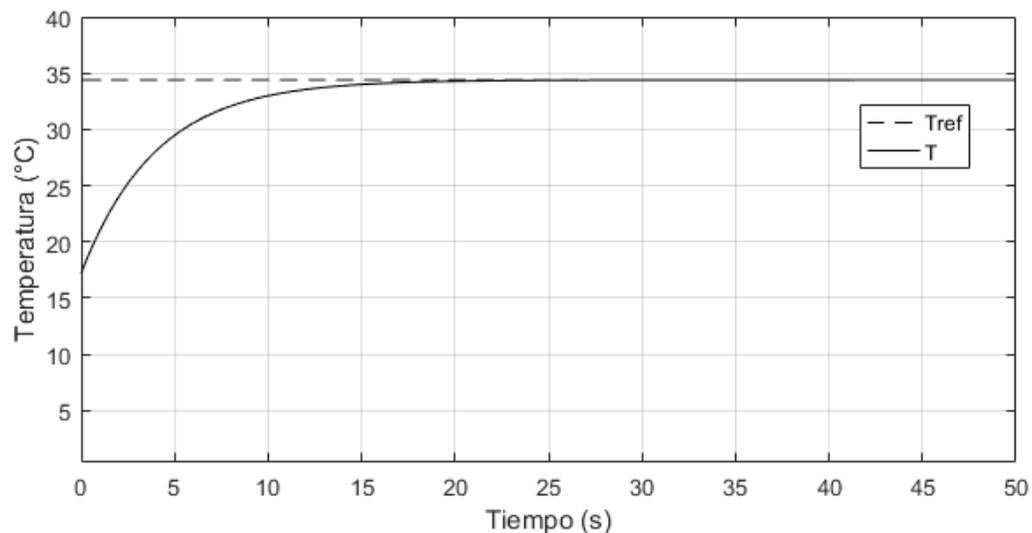


Figura 3 Temperatura controlada T [°C] vs Temperatura de referencia T_{ref} [°C].

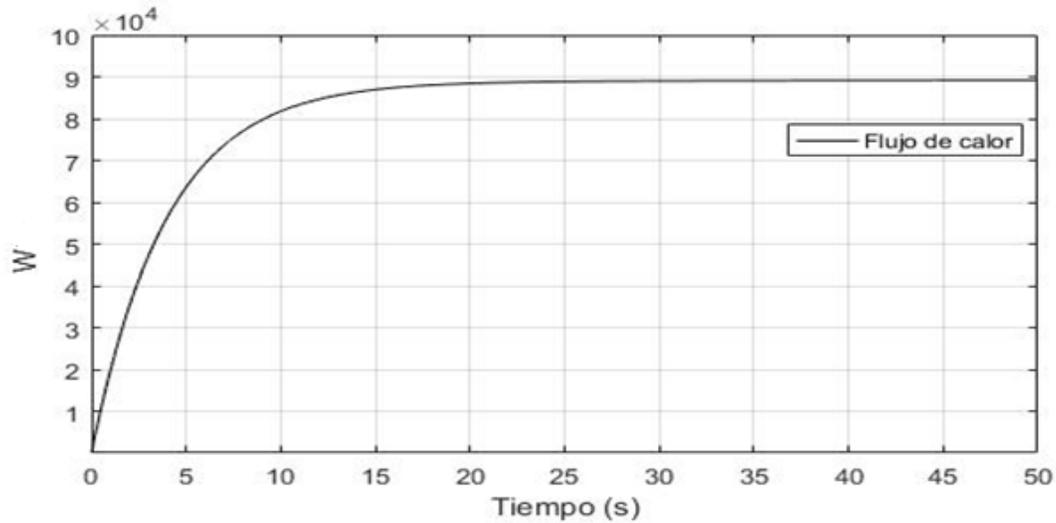


Figura 4 Flujo de calor q_k [W] vs Tiempo [s].

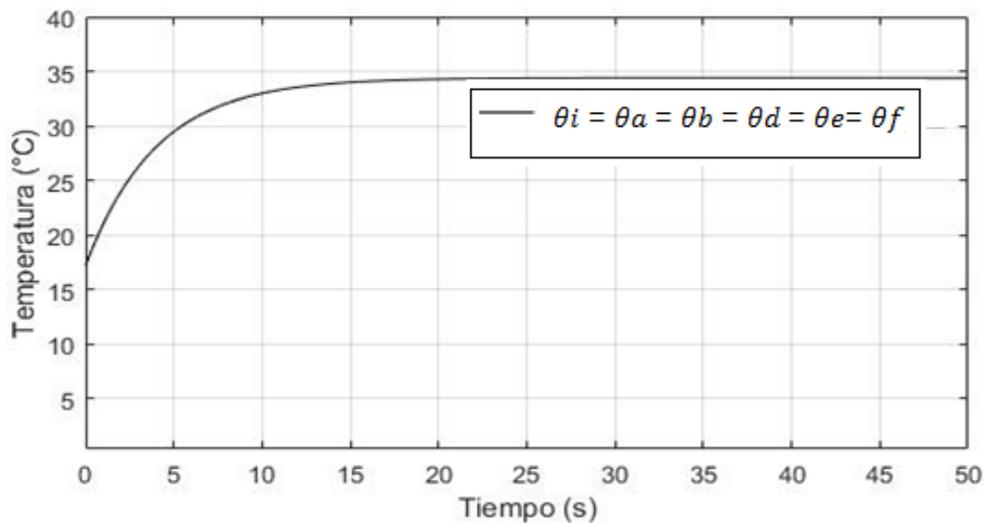


Figura 5 Temperatura en cada nodo θ_j [°C] vs Tiempo [s].

4. Discusión

En este artículo se pueden definir otros sistemas de control para la temperatura, pero la idea principal parte de que en algunos invernaderos no se tiene aparatos de medición para el flujo de calor, y por lo tanto esta investigación propone este observador como una herramienta para calcularlo. Los resultados se pueden discutir con algunas otras publicaciones, pero esta investigación es para el caso

especifico del invernadero del Instituto Tecnológico de Cd. Guzmán, que puede servir de referencia para algunos otros con dimensiones similares.

5. Bibliografía y Referencias

- [1] Balcilar M, Dalkilic A, Aroonrat K, Wongwiset S., Neural Network Bases Analyses for the Determination of Evaporation Heat Transfer Characteristics During Downward Flow of R134a Inside a Vertical Smooth and Corrugated Tube, Research Article-Mechanical Engineering, Ed. Springer, p.p. 1271-1290, 2014.
- [2] Bouhouche Salah, Lahreche Malek, Bast Jürgen., Control of Heat Transfer in Continuous Casting Process Using Neural Networks, Acta Automatica Sinica, Vol. 34, No. 6, p.p. 701-706, 2008.
- [3] Durango Nestor., Condiciones de frontera en el método de los elementos finitos, Ingeniería & Desarrollo. Universidad del Norte, Vol.1, p.p. 24-28, 1995.
- [4] Krajnc M, Rossi R., An Extension of the Partition of Unity Finite Element Method, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng, Vol. 27, No.3, 2005.
- [5] Romero J.L, López E.M, Ortega M.A, Río O., Análisis de pilares con deformación por cortante mediante elementos finitos y acciones repartidas equivalentes, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, p.p. 280-289, 2017
- [6] Sahyoun Samir, Nelson Cale, Djouadi M, Kuruganti Teja., Control and Room Temperature Optimization of Energy Efficient Buildings, 2012 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, p.p. 962-967, 2012.
- [7] Schoenauer Josef, Schlemmer Erwin, Mueller Franz., Finite element modeling of the temperature distribution in the stator of a synchronous generator, COMPEL, Vol. 22, No.4, 2003.
- [8] UNET., Transferencia de Calor, Fenómenos de Transporte, www.unet.edu.ve/~fenomeno/F_DE_T-165.htm