

DINÁMICA Y CONTROL DE UN ROBOT PARALELO 3-RPS

Norma Celeste Ruiz Hidalgo

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
celesterh@cenidet.edu.mx

Andrés Blanco Ortega

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
andres.blanco@cenidet.edu.mx

Arturo Abúndez Pliego

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
abundez@cenidet.edu.mx

Jorge Colín Ocampo

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
jcolin@cenidet.edu.mx

Wilberth Melchor Alcocer Rosado

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
wilberth@cenidet.edu.mx

Manuel Arias Montiel

Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM)
mam@mixteco.utm.mx

Resumen

En el presente artículo se propone una nueva configuración de un robot paralelo de 3 grados de libertad (gdl) con configuración revoluta-prismática-esférica (RPS), el cual genera 2 movimientos de rotación y uno de traslación. La diferencia respecto a los robots paralelos 3-RPS que se han propuesto radica en la orientación de los actuadores. Por otra parte, se presenta el análisis cinemático inverso y directo, así como un modelo matemático dinámico aproximado. Se

presentan algunos resultados de simulación para validar los modelos matemáticos obtenidos.

Palabra(s) Clave: Cinemática inversa, configuración RPS, modelo dinámico, Robot Paralelo.

Abstract

In this paper, a new configuration of a parallel robot of 3 degrees of freedom (DOF) with revolute-prismatic-spherical (RPS) configuration is proposed, which generates 2 movements of rotation and one of translation. The difference with regard to the parallel robots 3-RPS that have been proposed lies in the orientation of the actuators. On the other hand, the inverse and direct kinematic analysis, as well as an approximate dynamic mathematical model is presented. Some simulation results are presented to validate the mathematical models obtained.

Keywords: *Dynamic model, inverse kinematics, parallel robot, RPS configuration*

1. Introducción

Los robots han ido incorporándose en la vida del ser humano, supliendo tareas que el mismo solía hacer como trabajos repetitivos y peligrosos, así como en áreas que se necesita una alta precisión o existe un tiempo límite. Además, los robots son capaces de soportar cargas grandes y adaptarse a diferentes tareas modificando el código de programación que rige los movimientos del robot. De tal forma, que los robots se están empleando en diferentes campos tales como: exploraciones espaciales, cirugías remotas y rehabilitación para pacientes con discapacidad motora, simuladores de vuelo para el entrenamiento de pilotos (aviones, helicópteros, camiones pesados), simuladores de marcha humana, entre otros. De acuerdo con [12], los robots se clasifican en seriales y paralelos. Los robots seriales están formados por una cadena cinemática abierta, lo que les da la ventaja de tener más espacio de trabajo en relación con robots paralelos. Sin embargo, un robot paralelo se define como un mecanismo de cadena cinemática estrecha con configuración basada en dos plataformas, una fija y una móvil, este último también conocido como efector final o plataforma móvil.

El efector final se une a la base a través de cadenas cinemáticas independientes, que tienden a ser simétricas y se unen a la plataforma a través de diferentes tipos de articulaciones, tales como prismáticas, rotacionales, universales y esféricas.

El primer robot paralelo del cual se tiene registro es una plataforma sobre la cual se encontraban colocados los asientos de un teatro con el fin de introducir un movimiento que diese una apariencia más real al espectáculo, el cual fue patentado por James E. Gwinett en el año 1931, sin embargo de acuerdo a la información existente el mecanismo no llegó a construirse [5].

En 1940, Willard L.V. Pollard presentó un robot de 5 grados de libertad (gdl) el cual estaba destinado a operaciones de pintura con spray. El robot consistía en tres brazos de dos eslabones cada uno. Los eslabones estaban unidos mediante juntas universales. Los tres actuadores de la base comandaban la posición de la herramienta, mientras que la orientación era proporcionada por otros dos actuadores situados en la base y que transmitían el movimiento a la herramienta mediante la rotación proporcionada a unos cables flexibles [14].

Poco tiempo después, en 1947 el Dr. Gough diseñó una plataforma probablemente la más conocida de todas, la cual consistía en un hexápodo con lados de longitud variable con el objetivo de realizar pruebas a neumáticos, bajo cargas aplicadas en diferentes ejes [4]. Stewart, presentó el diseño de una plataforma móvil de seis grados de libertad, para generar movimiento en el espacio con el objetivo de ser utilizada como simulador de vuelo [19]. Paralelamente, en 1967 el ingeniero Klaus Cappel patentó una plataforma similar como simulador de movimiento, el cual está basado en un hexápodo [2].

Hunt, sugirió que los mecanismos actuados de forma paralela de los simuladores de vuelo se usarán como robots manipuladores, y a su vez enfatizó que los manipuladores paralelos requerían un estudio más profundo de acuerdo con las ventajas que estos presentaban en cuanto a rigidez y precisión en contraste a los robots seriales. A la vez Hunt propuso un manipulador paralelo 6-RUS (Revoluta-Universal-Esférica) con seis grados de libertad accionado por actuadores giratorios en 1983 [6].

En 1979, McCallion y Pham propusieron utilizar la plataforma Stewart como un robot paralelo dentro de una célula de ensamblaje robotizada, debido a que la posición del efector final es mucho menos sensible a los errores de los sensores articulares que poseen los robots en serie. La gran rigidez que presenta este tipo de manipuladores paralelos asegura que las deformaciones de los actuadores sean mínimas, lo cual contribuye a la precisión en el posicionamiento del manipulador [McCallion, 1979].

En los robots paralelos se busca tener un mayor número de grados de libertad (gdl), pues con ello se logra un mayor espacio de trabajo, por lo que normalmente son mecanismos de 5 o 6 gdl, pero los robots paralelos de 3 gdl pueden ser considerablemente más ligeros, por lo cual existen diferentes tipos de robots clasificados de acuerdo con sus grados de libertad. Existen otros robots de 6 grados de libertad, aparte de los mencionados anteriormente, los cuales son mencionados a continuación:

El robot Hexa, es un robot completamente paralelo formado por 6 cadenas cinemáticas RSS que unen una base fija a un elemento terminal, el cual surge como una generalización del robot Delta, lo que hace posible que cada una de las cadenas de los paralelogramos que forman parte de este último puedan moverse de forma independiente [21].

El robot tipo Delta es uno de los robots más conocidos en diferentes campos, patentado por R. Clavel, este robot posee 3 gdl de traslación, el cual se compone de tres cadenas idénticas con la estructura paralelogramo y accionado por 3 motores rotativos. El robot Delta ha sido empleado en diversas aplicaciones como en la industria alimentaria o en el área de cirugía, en lo que respecta al campo de la medicina. En cuanto a la aceleración, es capaz de soportar cargas ligeras (alrededor de 1 kg) desplazándose a aceleraciones de 12 g en aplicaciones reales y hasta 20 g en condiciones experimentales [3]. En [8], se presenta un robot paralelo de 3 gdl, el cual presenta un carácter altamente acoplado. La aplicación constituye un simulador de movimiento, donde la pose deseada de la plataforma móvil es dada en el espacio de tareas; luego es necesario transformar las variables en el espacio cartesiano a los correspondientes valores articulares

mediante las ecuaciones de la cinemática inversa y gracias a ello poder implementar un control desacoplado articular, donde, controlando la posición de cada actuador por separado se tendrá el efecto deseado sobre la pose del elemento terminal.

Existen robots paralelos de 3 gdl con cierta configuración [1,18], donde los actuadores están situados hacia el interior, en oposición a la plataforma propuesta en la que los actuadores están orientados de forma diferente, figura 1.

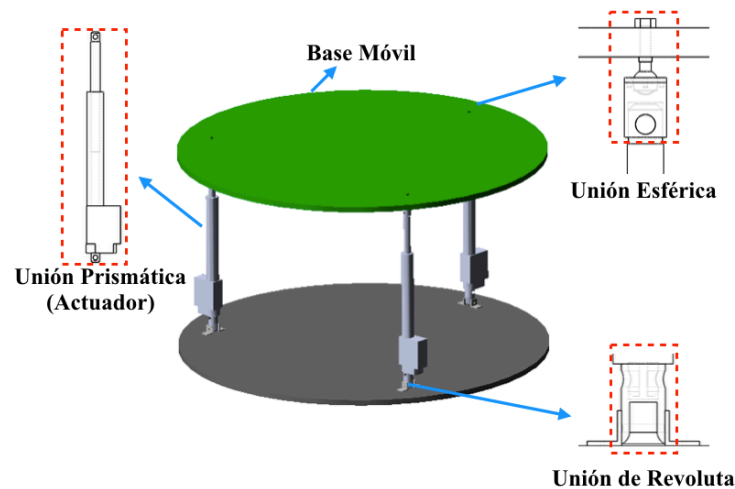


Figura 1 Configuración del robot paralelo 3-RPS.

El control en los robots paralelos es algo complejo, de acuerdo con [24], los mejores enfoques de control requieren modelos dinámicos que son difíciles de derivar y pueden requerir un esfuerzo computacional importante que hace difícil implementarlos en tiempo real. Para lograr una respuesta deseada en el control, los métodos de control más avanzados sólo consideran uniones activas, como consecuencia el movimiento de las demás articulaciones del mecanismo debe ser estimado por el modelo cinemático. Lo cual, da como resultado que la posición final del efector se base en la precisión del modelo y la identificación de los parámetros.

En [22], utilizan un robot con 3 grados de libertad, 2 grados de rotación y uno de traslación, emplean un control por conjuntos, es decir, utilizan como entradas del algoritmo la diferencia de los ángulos calculados por medio de las ecuaciones de

la cinemática inversa y el valor de los sensores. El control PD (Proporcional - Derivativo) es una estrategia de control descentralizada y no coordinada que depende del error medido entre la posición deseada y la posición real.

En [13], menciona que algunas estrategias de control desarrolladas para controlar el movimiento del manipulador paralelo requieren que los parámetros del manipulador y la carga sean conocidos de antemano y muchas de las técnicas de control, tales como el control proporcional integral derivativo (PID) y el control de la lógica difusa, no dan resultados satisfactorios en presencia de las incertidumbres de parámetros y la dinámica no modelada en el seguimiento de movimiento de los manipuladores.

2. Métodos

Diseño del Robot Paralelo

Se realizó el diseño de una nueva estructura del robot paralelo 3-RPS. El prototipo virtual (figura 1) fue realizado en Solidworks®, el cual está conformado por 3 actuadores eléctricos, 3 uniones de revoluta, 3 uniones esféricas, así como una plataforma móvil y fija. De acuerdo con la figura 1, se plantea una nueva configuración del robot paralelo, la cual consiste en que dos de los actuadores se encuentran en posición opuesta, lo cual da como resultado que los ejes de las articulaciones de revoluta sean paralelos; sin embargo, el actuador restante está orientado a 0° , o mejor dicho el eje de la articulación de revoluta está girado 90° con respecto o en relación con los otros actuadores.

Los robots paralelos propuestos por otros autores tienen los actuadores orientados hacia el centro, lo cual genera singularidades, debido que al activar los tres actuadores al mismo tiempo los mecanismos se bloquean, encontrándose el problema en la orientación de los actuadores hacia el centro [8,9,15,20,17].

Análisis Geométrico y Cinemática Inversa

El diseño del modelo geométrico espacial del robot paralelo de configuración 3-RPS es propuesto, figura 2. En [16], se publicaron las ecuaciones y resultados de la cinemática inversa.

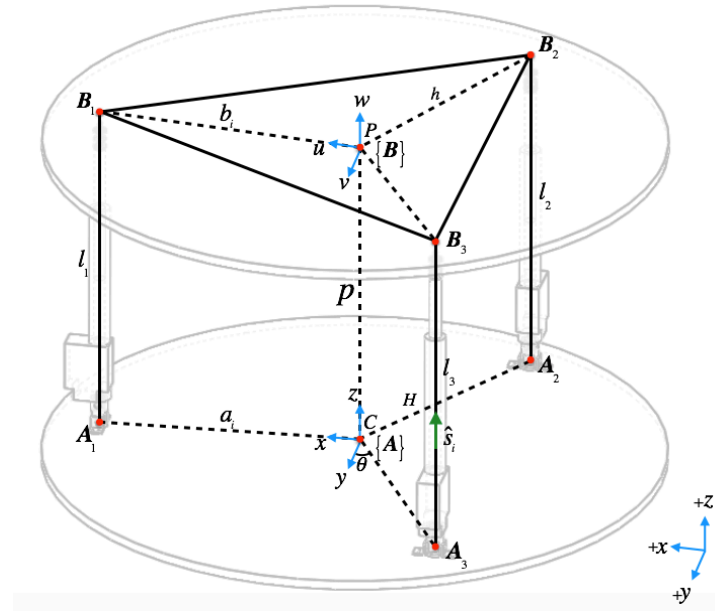


Figura 2 Modelo Geométrico del robot paralelo 3-RPS.

Los parámetros cinemáticos son definidos con ecuación 1.

$$H = \|CA_i\|, h = \|PB_i\|, p = \|CP\| \quad (1)$$

La posición del centro de la plataforma móvil es definida por ecuación 2.

$$P = p[\sin \beta \quad -\cos \beta \sin \alpha \quad \cos \beta \cos \alpha]^T \quad (2)$$

La orientación de la plataforma móvil con respecto a la plataforma fija se define mediante la matriz de rotación ${}^A R_B$, ecuación 3.:

$$R_{uvw} = R_u(\alpha)R_v(\beta)R_w(\gamma) \quad (3)$$

Las longitudes de los actuadores l_i son determinadas mediante la ecuación 4 de cierre de circuito.

$$L_i = l_i S_i = {}^A P + {}^A R_B a_i \quad (4)$$

Los parámetros del robot paralelo son: $p = 0.6131 \text{ m}$, $H = h = 0.5013 \text{ m}$, $\theta = 60^\circ$.

En la figura 3, los vectores a_i y b_i denotan los puntos del centro de la plataforma a los extremos de los actuadores (A_i, B_i) , en ambos marcos: fijo y móvil, respectivamente.

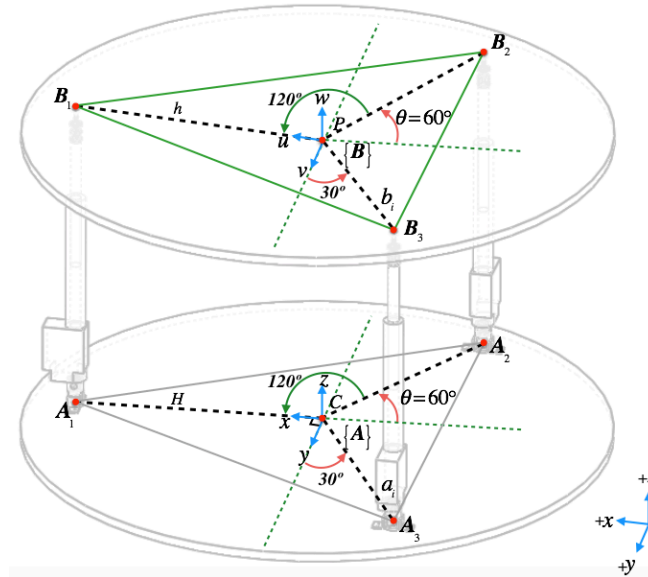


Figura 3 Geometría de la plataforma móvil y fija del robot paralelo.

Las ecuaciones 5 y 6 son las que rigen el movimiento de cada actuador de acuerdo con la cinemática inversa.

$$k_1 = b^2, k_2 = H^2, k_3 = p^2, k_4 = -2HP, k_5 = -2Hh \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l_1^2 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4(\sin \beta) + k_5(\cos \beta) \\ l_2^2 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4(\cos \beta \sin \alpha \sin \theta - \sin \beta \cos \theta) + \\ \quad k_5(\cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta + \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta) \\ l_3^2 = k_1 + k_2 + k_3 - k_4(\cos \beta \sin \alpha \sin \theta + \sin \beta \cos \theta) + \\ \quad k_5(\cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta - \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta) \end{array} \right. \quad (6)$$

Cinemática Directa

La cinemática directa del robot paralelo se obtuvo con el fin de encontrar la orientación de la plataforma móvil considerando los valores obtenidos de la cinemática inversa l_1, l_2, l_3 y los parámetros cinemáticos. Las ecuaciones obtenidas se resolvieron a través del método numérico Newton-Kantorovich. Posteriormente, tomando en cuenta los valores obtenidos del método numérico, se procedió a realizar algunos cálculos geométricos para obtener los ángulos de la plataforma móvil α y β .

Para realizar el análisis cinemático directo se consideró la siguiente estructura 3-RPS, figura 4.

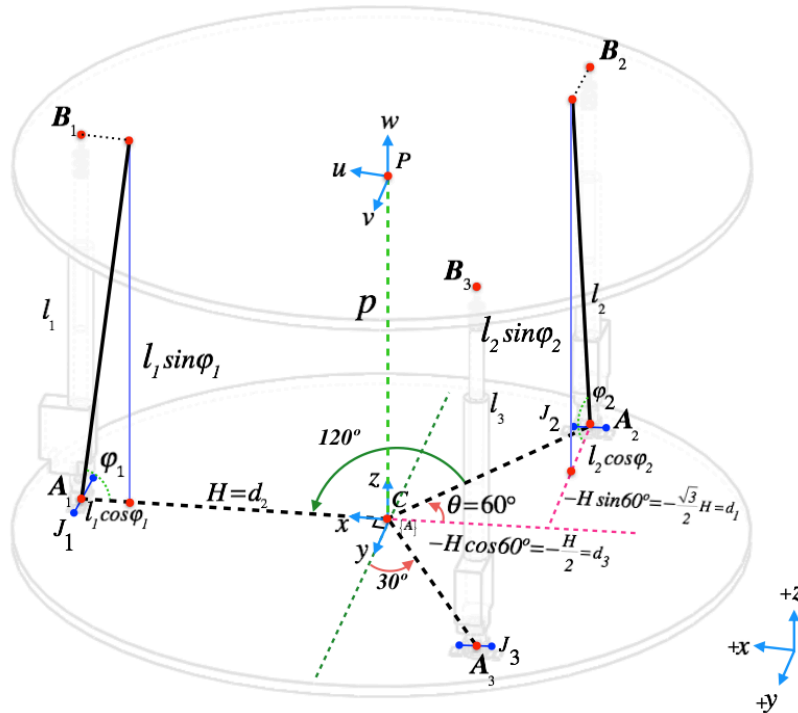


Figura 4 Determinación de los ángulos de la plataforma móvil.

Los ángulos que se forman entre l_1, l_2, l_3 y la plataforma fija se definen como $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, respectivamente. Por otra parte, J_1, J_2, J_3 , representan las uniones de revoluta, así como la orientación con respecto al centro de la plataforma fija, con el fin de apreciar claramente la ubicación de los actuadores y la forma sobre cómo se realizó el análisis geométrico para obtener las coordenadas posteriormente mencionadas. Puesto que la longitud de cada lado de la plataforma móvil es igual a $\sqrt{3}h$, se puede escribir que $|B_1B_2| = |B_2B_3| = |B_3B_1| = \sqrt{3}h$, por lo tanto, el modelo matemático es introducido por el conjunto de ecuaciones 7.

$$\begin{cases} (x_{B_2} - x_{B_1})^2 + (y_{B_2} - y_{B_1})^2 + (z_{B_2} - z_{B_1})^2 = 3h^2 \\ (x_{B_3} - x_{B_2})^2 + (y_{B_3} - y_{B_2})^2 + (z_{B_3} - z_{B_2})^2 = 3h^2 \\ (x_{B_1} - x_{B_3})^2 + (y_{B_1} - y_{B_3})^2 + (z_{B_1} - z_{B_3})^2 = 3h^2 \end{cases} \quad (7)$$

Retomando la figura 4, se puede determinar las coordenadas de los puntos $B_i (i = 1,2,3)$. La ecuación 8 muestra las coordenadas de B_i .

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccc}
 x & y & z \\
 B_1 & x_{B_1} = H-l_1 \cos \varphi_1 & y_{B_1} = 0 & z_{B_1} = l_1 \sin \varphi_1 \\
 B_2 & x_{B_2} = -\frac{1}{2}H & y_{B_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2 & z_{B_2} = l_2 \sin \varphi_2 \\
 B_3 & x_{B_3} = -\frac{1}{2}H & y_{B_3} = \frac{\sqrt{3}}{2}H + l_3 \cos \varphi_3 & z_{B_3} = l_3 \sin \varphi_3
 \end{array}
 \end{array} \quad (8)$$

Al sustituir las coordenadas de B_i (ecuación 8) en ecuación 7 se determina el modelo matemático como un sistema compuesto de tres ecuaciones no lineales (ecuaciones 9) con respecto a $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ así como también l_1, l_2, l_3 [Lukanin, 2005].

$$\begin{array}{l}
 f_1 = \left(-\frac{1}{2}H-H + l_1 \cos \varphi_1\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2\right)^2 + \\
 \quad (l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1)^2 - 3H^2 = C \\
 f_2 = \left(-\frac{1}{2}H + \frac{1}{2}H\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}H - l_2 \cos \varphi_2\right)^2 + \\
 \quad (l_3 \sin \varphi_3 - l_2 \sin \varphi_2)^2 - 3H^2 = C \\
 f_3 = \left(H - l_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2}H\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3\right)^2 + \\
 \quad (l_1 \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3)^2 - 3H^2 = C
 \end{array} \quad (9)$$

Posteriormente, se obtuvieron las siguientes ecuaciones para determinar el ángulo α y β .

Para calcular el ángulo α , se obtuvo el punto medio (ecuaciones 10) de la distancia entre los puntos B_2 y B_3 , después se calculó la distancia (ecuación 11), para finalmente obtener lo que sería el ángulo α (ecuación 12).

$$\begin{array}{l}
 PM_x = x_{B_2} + x_{B_3} \\
 PM_y = y_{B_2} + y_{B_3} \\
 PM_z = z_{B_2} + z_{B_3}
 \end{array} \quad (10)$$

$$d_1 = \sqrt{(x_{B_2} - PM_x)^2 + (y_{B_2} - PM_y)^2 + (z_{B_2} - PM_z)^2} \quad (11)$$

$$\alpha = \left(\cos^{-1} \left(\frac{y_{B_2} - PM_y}{d_1} \right) \right) * \frac{180}{\pi} \quad (12)$$

Se obtuvo el punto medio de ecuación 10 de la distancia entre los puntos B_2 y B_3 , posteriormente se calculó la distancia (ecuación 13), para finalmente obtener lo que sería el ángulo β (ecuación 14).

$$d_2 = \sqrt{(x_{B_1} - PM_x)^2 + (y_{B_1} - PM_y)^2 + (z_{B_1} - PM_z)^2} \quad (13)$$

$$\beta = 180 - \left(\cos^{-1} \left(\frac{PM_x - x_{B_1}}{d_2} \right) \right) * \frac{180}{\pi} \quad (14)$$

Dinámica

Para realizar el movimiento de rotación del ángulo α , los actuadores l_2 y l_3 se mueven en sentido contrario, mientras que el actuador l_1 permanece estático, figura 5. En cambio, para generar movimiento con respecto al ángulo β , l_2 y l_3 son desplazados hacia el mismo sentido y l_1 se mueve en sentido contrario a l_2 y l_3 .

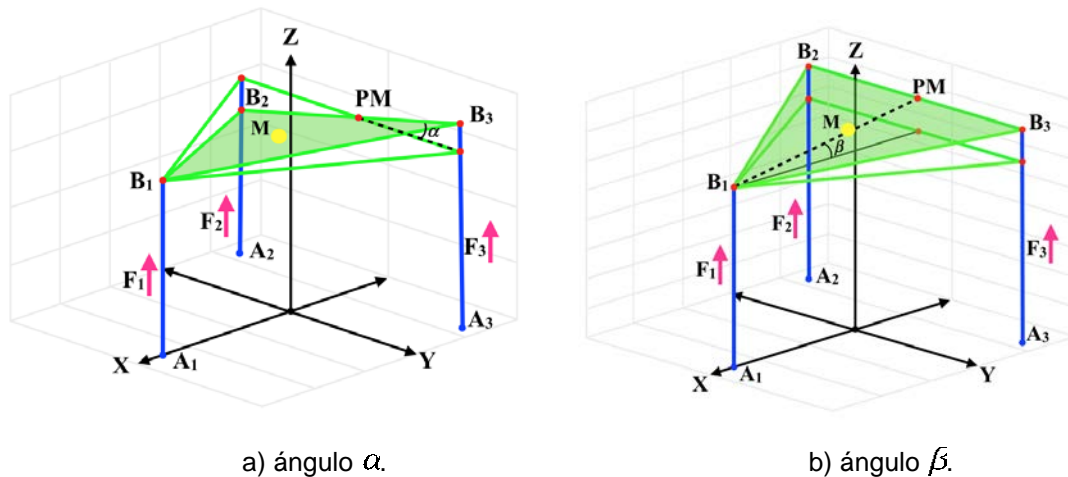


Figura 5 Plataforma móvil orientada a un ángulo.

Las ecuaciones dinámicas del robot paralelo 3-RPS se obtienen al aplicar el formulismo de Euler-Lagrange (ecuaciones 15).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} &= F_3 d_1 - F_2 d_1 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\beta}} &= -F_1 d_2 + F_2 d_3 + F_3 d_3 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} + \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} &= F_1 + F_2 + F_3 \end{aligned} \quad (15)$$

Donde α , β y z , representan los movimientos de la plataforma móvil, F_1 , F_2 y F_3 representan las fuerzas proporcionadas por los actuadores. El lagrangiano (L) está dado por la energía cinética (K) menos la energía potencial (V).

La energía cinética de la plataforma móvil está dada por ecuaciones 16 y 17.

$$K = \frac{1}{2} J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m v^2 \quad (16)$$

Donde $v^2 = \dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 + \dot{z}_G^2$ y

$$\begin{aligned} x_G &= l_o \cos \alpha \sin \beta \\ y_G &= -l_o \sin \alpha \\ z_G &= z + l_o \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (17)$$

Son las coordenadas al centro de masa de la plataforma móvil. Tomando como referencia un sistema de coordenadas por abajo del centro de masa y al nivel del centro de las uniones esféricas.

La energía potencial está dada mediante ecuación 18.

$$V = mgh \quad \therefore \quad mg(z + l_o \cos \alpha \cos \beta) \quad (18)$$

Las ecuaciones que rigen la dinámica de la plataforma móvil se expresan mediante ecuaciones 19.

$$\begin{aligned} (J_x + ml_o^2) \ddot{\alpha} - ml_o \ddot{z} \cos \beta \sin \alpha + ml_o^2 \dot{\beta}^2 \cos \alpha \sin \alpha - mgl_o \sin \alpha \cos \beta &= F_3 d_1 - F_2 d_1 \\ (J_y + ml_o^2 \cos^2 \alpha) \ddot{\beta} - ml_o \ddot{z} \cos \alpha \sin \beta - 2ml_o^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \alpha \sin \alpha - mgl_o \cos \alpha \sin \beta &= \\ -F_1 d_2 + F_2 d_3 + F_3 d_3 & \\ m \ddot{z} - ml_o \ddot{\alpha} \cos \beta \sin \alpha - ml_o \ddot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + 2ml_o \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta \sin \alpha - ml_o \cos \alpha \cos \beta (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) &= \\ F_1 + F_2 + F_3 - mg & \end{aligned} \quad (19)$$

Se puede observar que el modelo matemático es altamente no lineal, con términos acoplados y multivariable.

El modelo matemático (ecuación 19) puede representarse mediante ecuación 20.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (20)$$

Donde

$M(q)$ Matriz de inercia, simétrica y definida positiva

$C(q, \dot{q})$ Matriz de Coriolis

$g(q)$ Vector de gravedad

Además, se cumple que $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es una matriz antisimétrica.

Modelado Matemático

En este trabajo se considera la dinámica de los actuadores por separado, además se consideran algunas perturbaciones para compensar los efectos dinámicos no modelados.

Para el modelo matemático del actuador, se considera que proporciona la fuerza F_i que debe mover una masa m_i a una distancia z_i . En este movimiento, se considera la presencia de amortiguamiento viscoso b_i y una perturbación constante P_i . La perturbación representa parte del peso que debe soportar cada actuador del robot, el cual no es conocido.

El modelo matemático que gobierna la dinámica de este movimiento puede obtenerse aplicando la segunda ley de Newton, ecuación 21.

$$m_i \ddot{z}_i = F_i - b_i \dot{z}_i + P_i \quad (21)$$

Donde el subíndice i ($i = 1, 2, 3$) corresponde al número de actuadores del robot paralelo.

Para diseñar un controlador con el objetivo de seguimiento de trayectoria de posición, se considera la ecuación 21. A continuación, se propone el siguiente tipo de controlador tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) para el seguimiento de la trayectoria de posición deseada para la plataforma móvil, ecuación 22.

$$F_i = m_i \left(\ddot{z}_{id} - k_d (\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) - k_p (z_i - z_{id}) - k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt \right) + b_i z_i \quad (22)$$

Donde:

- k_p Ganancia de acción proporcional
- k_{id} Ganancia de acción integral
- k_d Ganancia de acción derivativa

$(z_i - z_{id})$ es el error e de la posición angular. Dado por la posición real z_i medida desde la simulación menos una posición deseada z_{id} dada por la trayectoria deseada.

Mediante la sustitución de la ecuación 22 en ecuación 21, la fuerza de control para cada actuador resulta ser ecuación 23.

$$\ddot{z}_i - \ddot{z}_{id} + k_d (\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) + k_p (z_i - z_{id}) + k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (23)$$

El uso de este controlador de tipo PID produce la siguiente dinámica de bucle cerrado para el error de seguimiento de trayectoria dado por ecuación 24.

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} \int e dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (24)$$

Derivando la ecuación 24:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} e = 0 \quad (25)$$

Las ganancias del controlador k_p , k_{id} y k_d fueron establecidas para coincidir con el polinomio característico deseado, ecuación 26.

$$\zeta = 0.7, \omega_n = 10, p = \xi \quad (26)$$

Se adoptó un polinomio de Bézier interpolado suavemente entre la posición inicial y la posición final para el seguimiento de trayectoria de los desplazamientos del actuador z_i .

La trayectoria de posición deseada viene dada por el polinomio de Bézier, ecuaciones 27.

$$z_{id}(t) = z_i + (z_f - z_i)\sigma(t, t_i, t_f)\mu_p^5$$

$$\sigma(t, t_i, t_f) = \gamma_1 - \gamma_2\mu_p + \gamma_3\mu_p^2 - \dots + \gamma_6\mu_p^5 \quad (27)$$

$$\mu_p = \frac{t - t_i}{t_f - t_i}$$

Donde $z_o = z(t_o)$ and $z_f = z(t_f)$ son las posiciones iniciales y finales deseadas, de modo que la base de la plataforma móvil comience desde una posición inicial y vaya a una posición final con un cambio suave, de manera que:

$$z_{id}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_i \\ \sigma(t, t_i, t_f)z_f & t_i \leq t < t_f \\ z_f & t > t_f \end{cases} \quad (28)$$

Los parámetros de la función polinomial son $z_{id}(t)$ $\gamma_1 = 252, \gamma_2 = 1050, \gamma_3 = 1800, \gamma_4 = 1575, \gamma_5 = 700, \gamma_6 = 126$.

3. Resultados

La validación de las ecuaciones de cinemática directa se realizó con la ayuda del software MD ADAMS, se utilizó el prototipo virtual, diseño en CAD (figura 6), posteriormente se procedió a realizar la simulación. Una vez obtenidos los datos, estos fueron comparados con los resultados obtenidos en Matlab (tablas 1 a 3) [16].



Figura 6 Diseño del robot paralelo 3-RPS en CAD.

Primero se obtuvo la cinemática inversa, se introdujeron valores de α y β , usando el software Matlab®, lo cual dio como resultado los valores de l_1, l_2, l_3 , cabe mencionar que los valores de los actuadores están en metros, tabla 1.

Tabla 1 Resultados de la cinemática inversa.

Cinemática inversa								
#	l_1	l_2	l_3	φ_1	φ_2	φ_3	α	β
1	0.6131	0.5010	0.7256	-	-	-	15°	0°
2	0.4837	0.6780	0.6780	-	-	-	0°	15°
3	0.5869	0.5362	0.7164	-	-	-	12°	3°
4	0.5434	0.6330	0.6630	-	-	-	2°	8°
5	0.4920	0.6224	0.7254	-	-	-	7°	14°
6	0.5694	0.5599	0.7101	-	-	-	10°	5°
7	0.5434	0.5882	0.7079	-	-	-	8°	8°

Posteriormente, los valores de l_1, l_2, l_3 , adquiridos en el programa de la cinemática inversa, se tomaron como entradas para la cinemática directa y de esta forma se obtuvo $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, finalmente se obtiene α y β , tabla 2.

Tabla 2 Resultados de la cinemática directa.

Cinemática Directa								
#	l_1	l_2	l_3	φ_1	φ_2	φ_3	α	β
1	0.6131	0.5010	0.7256	90°	88.31°	88.83°	14.99°	0.01°
2	0.4837	0.6780	0.6780	86.95°	90°	90°	0°	15.03°
3	0.5869	0.5362	0.7164	89.90°	89.88°	88.58°	11.98°	3.07°
4	0.5434	0.6330	0.6630	89.23°	90.30°	89.66°	1.98°	8.01°
5	0.4920	0.6224	0.7254	87.36°	91.72°	88.04°	6.81°	14.11°
6	0.5694	0.5599	0.7101	89.70°	90.51°	88.55°	9.96°	5.08°
7	0.5434	0.5882	0.7079	89.21°	91.01°	88.49°	7.92°	8.08°

En la tabla 3, se puede observar los datos obtenidos $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, así como α y β de la simulación de Adams, donde sólo se introdujeron como entradas l_1, l_2, l_3 .

Comparando los valores de la cinemática directa (tabla 2) con los valores obtenidos de MD Adams (tabla 3), se puede observar que las variaciones entre los ángulos α y β son mínimas, cabe mencionar que los valores de α y β deseados

de la tabla 1 de la cinemática inversa comparados con los valores de la simulación en MD ADAMS son muy cercanos, lo cual valida las ecuaciones de la cinemática directa e inversa.

Tabla 3 Resultados de la simulación en MD Adams.

Simulación en MD Adams								
#	l_1	l_2	l_3	φ_1	φ_2	φ_3	α	β
1	0.6131	0.5010	0.7256	90°	91.17°	88.31°	15.03°	0.01°
2	0.4837	0.6780	0.6780	86.96°	90°	90°	0°	15.03°
3	0.5869	0.5362	0.7164	89.89°	91.43°	89.88°	12.01°	3.01°
4	0.5434	0.6330	0.6630	89.23°	90.34°	90.30°	1.99°	8.02°
5	0.4920	0.6224	0.7254	87.35°	91.96°	91.72°	6.83°	14.05°
6	0.5694	0.5599	0.7101	89.70°	91.46°	90.51°	9.98°	5.02°
7	0.5434	0.5882	0.7079	89.21°	91.52	91.02°	7.94°	8.02°

Espacio de Trabajo

Para obtener el espacio de trabajo del robot paralelo de 3 gdl, se desarrollaron códigos numéricos en Matlab, a partir de las ecuaciones (12) y (14), por lo cual se puede observar que el robot paralelo abarca los ángulos α y β a través del desplazamiento de los actuadores.

En la figura 7, se puede observar que los actuadores l_2 y l_3 se desplazan en sentido contrario, mientras que el actuador l_1 se mantiene fijo, está figura representa el ángulo α .

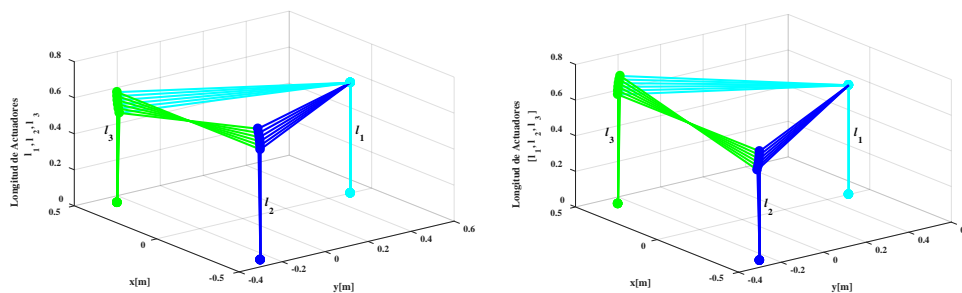


Figura 7 Desplazamiento de actuadores para obtener un ángulo α .

El ángulo β está representado por la figura 8, donde el actuador l_1 es desplazado, partiendo del valor medio (0.6131 m), mientras que los actuadores l_2 y l_3 se quedan fijos (figura 8.a). En la figura 8.b el actuador l_1 permanece fijo mientras que los actuadores l_2 y l_3 se desplazan.

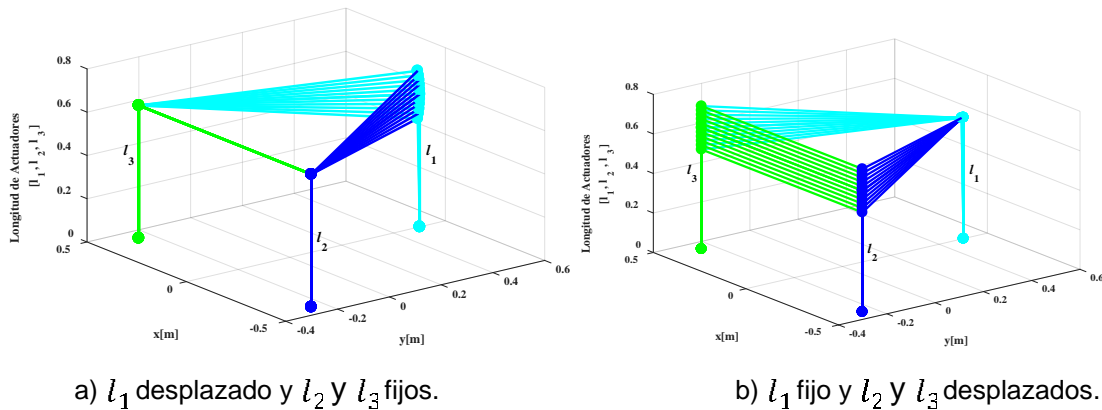


Figura 8 Desplazamiento de actuadores para obtener un ángulo β .

La figura 9, representa el desplazamiento de los tres actuadores (l_1, l_2, l_3) con respecto del eje z, a partir del valor medio (0.6131 m), desplazándose en sentido positivo como negativo.

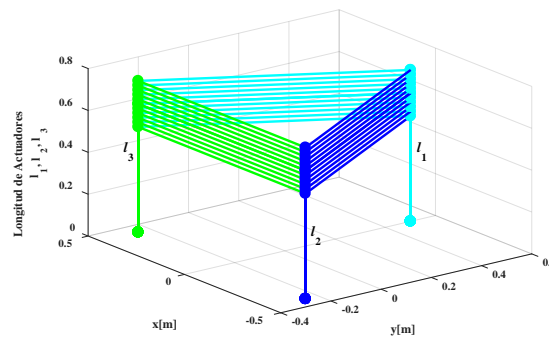


Figura 9 Desplazamiento de actuadores en el eje z.

Simulaciones del Prototipo Virtual

Se realizaron algunas simulaciones con el prototipo virtual del robot paralelo en el software MD ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems) para verificar el rendimiento del controlador tipo PID, figuras 10 a 13.

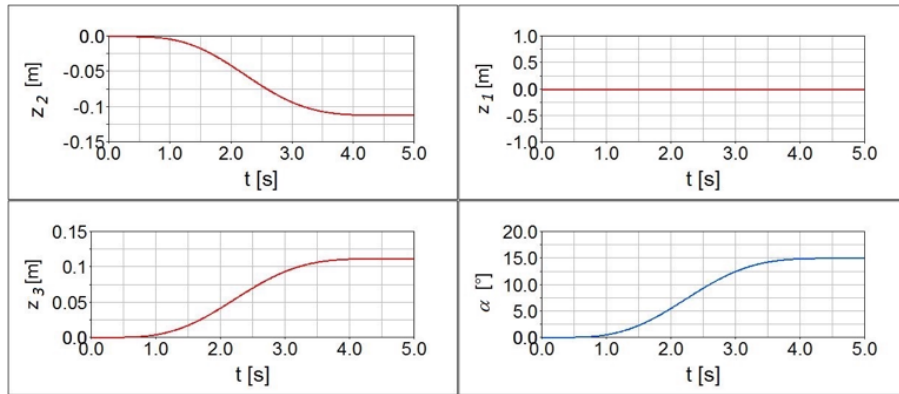


Figura 10 Respuesta de los actuadores y movimiento angular α de la plataforma móvil.

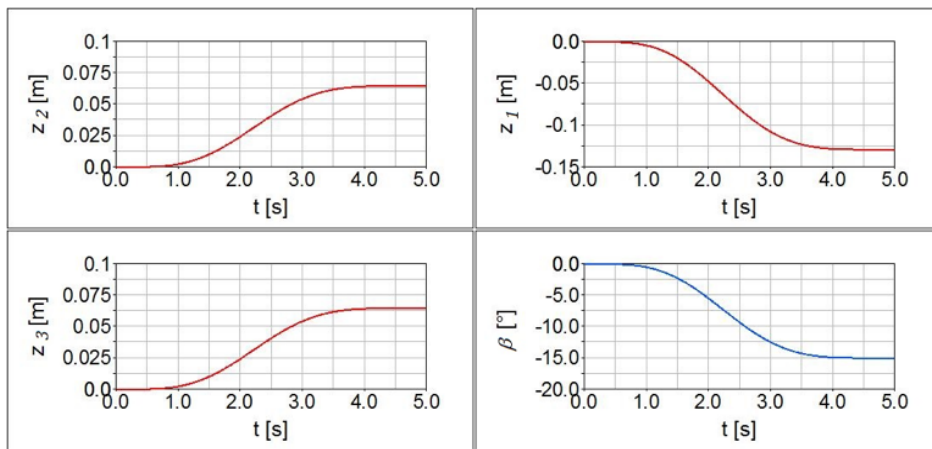


Figura 11 Respuesta de los actuadores y movimiento angular β de la plataforma móvil.

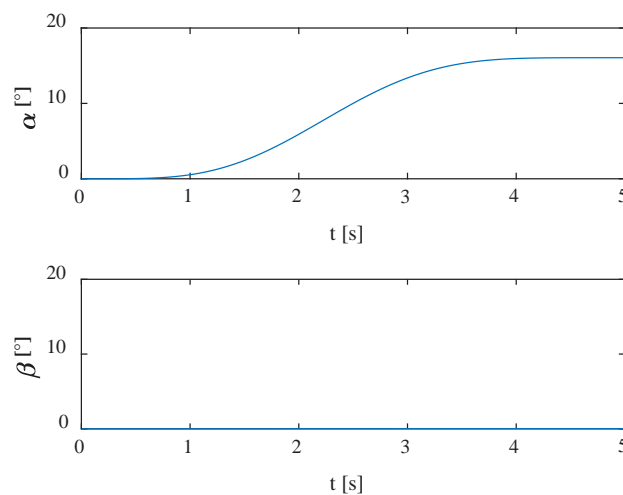


Figura 12 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 0^\circ$.

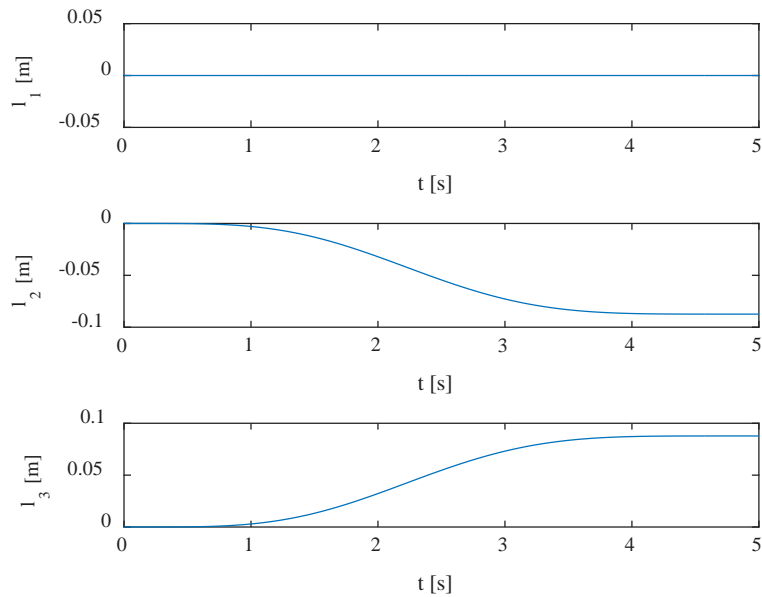


Figura 13 Respuesta de desplazamientos de actuadores para $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 0^\circ$.

La figura 10 muestra la respuesta del robot paralelo girando alrededor del eje x, este movimiento se obtiene solamente por el desplazamiento del actuador l_2 y l_3 en sentido opuesto.

La figura 11 corresponde al movimiento angular β . Se puede observar cómo se obtiene un movimiento suave de 0° a 15° en la plataforma móvil. Para este movimiento, se requieren desplazamientos de 0.0648 m en los actuadores l_2 y l_3 y -0.1291 m en el actuador l_1 .

En la figura 12 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 0^\circ$, utilizando el control (ecuación 22) y el modelo dinámico del robot paralelo (ecuación 19). En la figura 13 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado. En este caso el actuador l_1 no debe de tener desplazamiento, ver figura 5.a. $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 15^\circ$

En la figura 14 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 15^\circ$, utilizando el control (ecuación 22) y el modelo dinámico del robot paralelo (ecuación 19). En la figura 15 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado.

En este caso, el actuador l_1 debe ser negativo y los actuadores l_2 y l_3 , deben de tener un valor positivo, ver figura 5.b.

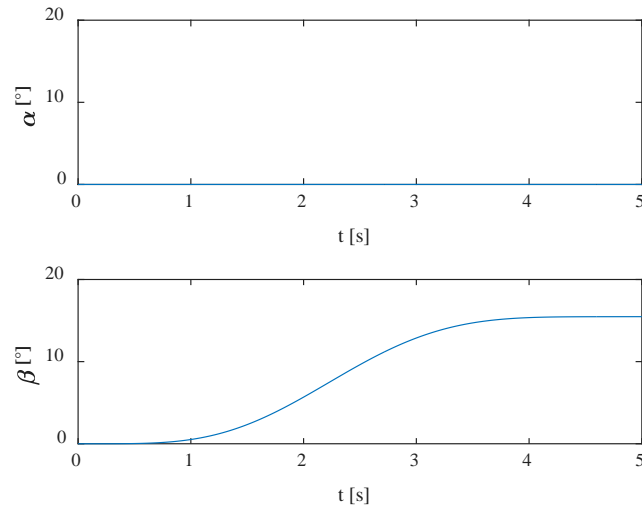


Figura 14 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 15^\circ$.

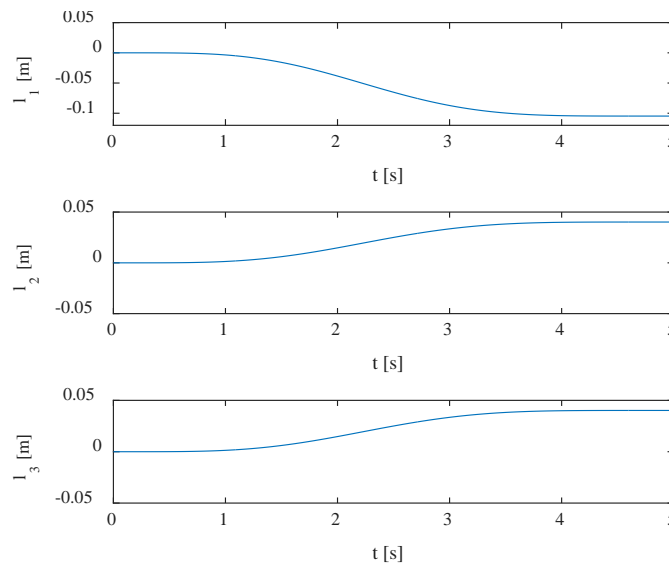


Figura 15 Respuesta de desplazamientos de actuadores para $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 15^\circ$.

En la figura 16 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 15^\circ$. En la figura 17 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado.

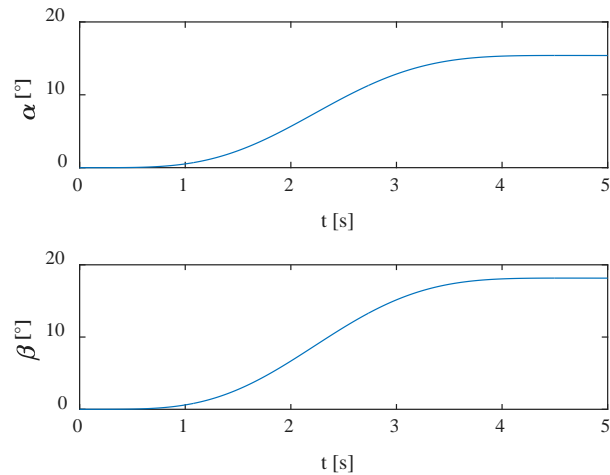


Figura 16 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 15^\circ$.

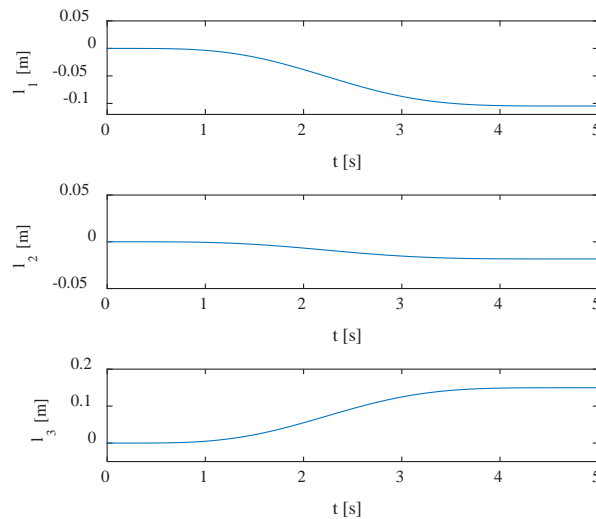


Figura 17 Respuesta de desplazamientos de actuadores para $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 15^\circ$.

4. Discusión

En este artículo se presenta una nueva configuración de un robot paralelo 3-RPS, la cual difiere en la orientación de los actuadores a los reportados en la literatura. Con base en los resultados obtenidos, el modelo dinámico determinado para el robot paralelo 3-RPS representa la dinámica del prototipo virtual realizado en ADAMS.

Se propone una ley de control tipo PID para la dinámica del actuador, para posicionar la plataforma móvil en una orientación deseada, la cual se basa en

determinar las longitudes con base al modelo cinemático y así definir el objetivo deseado de los actuadores y lograr la posición deseada en la plataforma móvil del robot paralelo. Como se puede ver en los resultados obtenidos de las simulaciones del prototipo virtual en ADAMS y las simulaciones obtenidas de los modelos cinemático y dinámico, se observa que se tiene una buena aproximación y se logra controlar la posición de la plataforma móvil.

Se presentó el diseño de un robot paralelo de 3 grados de libertad, con una nueva configuración, es decir, dos de los actuadores se encuentran opuestos y el actuador restante dirigido al centro, lo cual permite tener un mejor desempeño en los movimientos efectuados por el robot paralelo, en este caso se limitó el robot a 15° , por la carrera del actuador y las dimensiones de la plataforma. Se obtuvo la cinemática inversa y directa del robot paralelo, en lo que respecta a la cinemática directa, la cual en los robots se vuelve más compleja de resolver, en este caso, debido a la obtención de ecuaciones no lineales. Para la solución de la cinemática, se empleó el método numérico de Newton-Kantorovich. Posteriormente, se sacaron algunos cálculos tomando en cuenta los resultados de la cinemática directa para determinar los ángulos α y β , así como determinar el espacio de trabajo. Las ecuaciones cinemáticas fueron validadas con la simulación del prototipo virtual en el software MD Adams, y se presentó la comparación de ambos datos, en lo cual se puede observar que son muy cercanos los resultados. Como trabajo futuro, se tiene contemplado construir la plataforma experimental para validar los resultados obtenidos.

5. Bibliografía y Referencias

- [1] Alici, G., Gursel, Gallardo-Alvarado J., Rodriguez-Castro, R., and (2012). "A Novel Three Degrees of Freedom Partially Decoupled Robot with Linear Actuators Linear Actuators." *Robotica* 30: 467–75.
- [2] Cappel, K. (1967). *Motion Simulator*.
- [3] Clavel, R. (1990). *Device for the Movement and Positioning of an Element in Space*. Patente US 4 976 582
- [4] Gough, V E, and S G Whitehall. (1945). *Universal Tyre Test Machine*.

- [5] Gwinnett, J. E. (1931). *Amusement Devices*. 680.
- [6] Hunt, K.H. (1978). "Kinematic Geometry of Mechanisms." Clarendon Press, Oxford.
- [7] Izaguirre, E., Hernández L., Rubio E., J. Prieto P., Urquijo O. (2011). Análisis Cinemático Y Control Articular Aplicado a Simulador de Movimiento de Estructura Paralela. *RIELAC Vol.XXXII*: 1–12.
- [8] Izaguirre, E., Hernández L., Rubio E., J. Prieto P., and Hernández A., (2011). Control Desacoplado de Plataforma Neumática de 3-GDL Utilizada Como Simulador de Movimiento. *RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial* 8(4): 345–56.
- [9] Jiayin, X., Yi, L. (2008) Computer Simulation for a Real-Time Process of Machining on a 3D Free Surface by Using a Spatial 3-UPRR Parallel Robot, in 2008 International Conference on Computer and Electrical Engineering, pp. 470–474.
- [10] Lukanin, Vladimir. (2005). "Inverse Kinematics, Forward Kinematics and Working Space Determination of 3 Dof Parallel Manipulator with S-P-R Joint Structure." *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering* 49(1): 39–61.
- [11] McCallion, H. and D.T. Pham. (1979). "The Analysis of a Six Degrees of Freedom Work Station for Mechanized Assembly." In: *Proc. of 5th World Congress on theory of machines and mechanisms*, Montreal: 611–616.
- [12] Merlet, J.P., (2006). *Parallel Robots*, Second. Netherlands.
- [13] Niu, X. M., Gao, G. Q., Liu, X. J., & Bao, Z. Da. (2013). Dynamics and control of a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy. *International Journal of Automation and Computing*, 10(6), 552–562. <https://doi.org/10.1007/s11633-013-0753-6>
- [14] Pollard, W. L. 1940. *Spray Painting Machine*.
- [15] Rad, C., Manic, M., Bălan, R., and Stan S., (2010). Real time Evaluation of Inverse Kinematics for a 3-RPS Medical Parallel Robot Usind dSpace Platform, pp. 48–53.
- [16] Ruiz Hidalgo, N.C., Blanco Ortega, A., Abúndez Pliego, A., Colín Ocampo, J., Arias Montiel, M. (2016). Design and Control of a Novel 3-DOF Parallel

- Robot. In 2016 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering Design, 2016 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering Design, 66–71.
- [17] Saglia, J.A., Tsagarakis, N.G., Dai, J.S., Caldwell, D.G. (2009) A High-performance Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Ankle Rehabilitation, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 28, No. 9, pp. 1216–1227 DOI: 10.1177/0278364909104221
- [18] Sismfc W., Tiemin L. I., and Guanghong D. (2003). Parallel Mechanisms with Two or Three Degrees of Freedom. *Tsinghua Science and Technology*.
- [19] Stewart, D. 2006. A Platform with Six Degrees of Freedom. *ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 1847-1982 (vols 1-196) 180(1965): 371–86.*
- [20] Tai-ke ,Y. A. O., Xi, Z., Feng, Z., Li-min, Z., and Yong, W. (2012.)Accuracy Synthesis of a 3-RPS Parallel Robot Based on Manufacturing Costs, in 31st Chinese Control Conference, pp. 5168–5172.
- [21] Toyama, O., Uchiyama, M., Pierrot, F. (1994). Parallel Robot, Patente US 5 333 514.
- [22] Verdeş, D., Stan, S. D., Manic, M., Bălan, R., & Mătieş, V. (2009). Kinematics analysis, workspace, design and control of 3-RPS and TRIGLIDE medical parallel robots. *Proceedings - 2009 2nd Conference on Human System Interactions, HSI '09*, 103–108. <https://doi.org/10.1109/HSI.2009.5090962>
- [23] W. J. Sismfc, L. I. Tiemin, and D. Guanghong, (2003). Parallel Mechanisms with Two or Three Degrees of Freedom, vol. 8, no. 1.
- [24] Zubizarreta, A., Marcos, M., Cabanes, I., Pinto, C., & Portillo, E. (2012). Redundant sensor based control of the 3RRR parallel robot. *Mechanism and Machine Theory*, 54, 1–17. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2012.03.004>.