

OPTIMIZACIÓN ESTADÍSTICA DEL RENDIMIENTO TÉRMICO DE UN COLECTOR SOLAR DE PLACA PLANA UTILIZANDO DISEÑO DE EXPERIMENTOS CON UN ENFOQUE DE TAGUCHI

Ena Chacón Castillo

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya
enachc@gmail.com

José Martín Medina Flores

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya
martin.medina@itcelaya.edu.mx

José Alfredo Jiménez García

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya
alfredo.jimenez@itcelaya.edu.mx

Pedro Yáñez Contreras

Universidad Politécnica de Guanajuato
pyanez@upgto.edu.mx

J. Jesús Pacheco Ibarra

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
jjpi15.pacheco@gmail.com

Carlos Rubio Maya

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
rmaya@umich.mx

Resumen

En el presente trabajo se hace uso de los arreglos ortogonales propuestos por Taguchi para maximizar el rendimiento térmico de un colector solar de placa plana. En el proceso de optimización son considerados cuatro factores, los cuales

son: ángulo de inclinación del colector, espaciamiento entre la placa absorbadora y la cubierta, espesor del aislamiento en la parte inferior del colector y el material del aislamiento en la parte inferior del colector. La metodología se aplica al diseño térmico de un colector solar de placa plana tomado de la literatura abierta, los resultados muestran que el ángulo de inclinación del colector, el espesor del aislamiento en la parte inferior del colector y el material del aislamiento en la parte inferior del colector son estadísticamente significativos para el cálculo del rendimiento térmico del colector y que a diferencia de los diseños de colectores encontrados en la literatura abierta debe tomarse en cuenta la transferencia de calor que se genera a través del aislante colocado en la parte inferior del colector, mientras que el espaciamiento entre la placa absorbadora y la cubierta no resulta ser significativa estadísticamente. Se obtiene un aumento del 7% en el rendimiento térmico del colector con respecto al diseño tomado de la literatura abierta.

Palabra(s) Clave(s): ANOVA, Arreglos Ortogonales de Taguchi, Colector de Energía Solar, Optimización, Simulación.

Abstract

This work makes use of orthogonal arrays proposed by Taguchi to maximize the thermal performance of a flat plate solar collector. On the process optimization are taken into account four control factors, which are: the collector tilt, spacing between the absorber plate and the cover, back insulation thickness and the material type of back insulation. The methodology is applied to a problem of thermal design of a flat plate solar collector taken from the open literature, the results show that the collector tilt, back insulation thickness and material type of back insulation are statistically significant for the calculus of the thermal performance of the collector, and that unlike of the designs of collectors found in the open literature, the heat transfer through of the back insulation must taken into account, while the spacing between the absorber plate and the cover is not statistically significant. A 7% increase in the thermal performance of the flat plate solar collector is obtained with respect to the design taken from the open literature.

Keywords: ANOVA, Flat Plate Solar Collector, Optimization, Simulation, Taguchi's Orthogonal Arrays.

1. Introducción

Un colector de energía solar es un tipo especial de intercambiador de calor que transforma la energía radiante proveniente del sol en energía térmica utilizable. La figura 1, muestra los principales componentes de diseño térmico de un colector solar conocido como de placa plana, el cual está constituido por un elemento absorbente llamado placa plana absorbidora protegida térmicamente mediante un aislante, los tubos conductores por donde circula un fluido caloportador, una cubierta de material transparente donde incide la energía por radiación solar y por último una caja rígida o carcasa que da cuerpo, la cual proporciona resistencia mecánica y rigidez a todo el dispositivo permitiendo su anclaje en el lugar determinado.

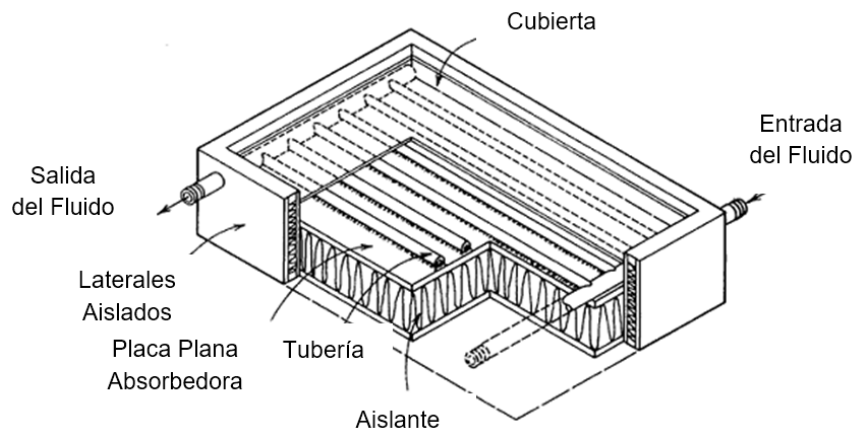


Figura 1 Principales componentes de un colector de energía solar de placa plana.

El rendimiento de un colector de energía solar es evaluado por el porcentaje de transformación entre la energía por radiación solar y la energía térmica entregada al fluido, el cual, es limitado por pérdidas de dos tipos: térmicas y ópticas. Las pérdidas ópticas son responsables de que sólo una parte de la radiación recibida sea absorbida por la cubierta y a su vez por la placa metálica, y consecuentemente transferible al fluido caloportador. Las pérdidas térmicas del

colector hacia sus alrededores implican que un porcentaje de la energía absorbida es cedida al entorno del colector y no al fluido caloportador. El colector como intercambiador tiene unas limitaciones de forma que transforma sólo una fracción de la radiación solar absorbida en energía útil. Por lo tanto, el rendimiento de un colector depende de la temperatura inicial del fluido, de la temperatura del entorno y de la energía por radiación solar recibida [Ibáñez y col., 2011]. Meena y col., (2014) evaluaron de forma experimental el efecto que tiene la diferencia de temperaturas entre la del fluido a la entrada del colector y el medio ambiente dividida entre el valor de la intensidad de radiación sobre el rendimiento del colector, encontrando que si se tiene un incremento en el valor de la diferencia de temperaturas dividida entre la intensidad de radiación, el rendimiento del colector disminuye. Madhukeshwara y Prakash (2012) evaluaron experimentalmente el rendimiento térmico de varios colectores de placa cambiando el recubrimiento de deposición sobre la placa absorbidora. Concluyen que el uso de recubrimientos de color negro cromático generan un mejor rendimiento térmico del colector que el uso de negro mate. A pesar de que existe mucho trabajo en la literatura abierta con respecto al diseño, análisis y optimización de un colector solar de placa plana, no existe un diseño lo suficientemente robusto que considere todas las variables que afectan el rendimiento térmico de un colector solar de placa plana. En este trabajo se hace uso de herramientas estadísticas como lo es el diseño de experimentos con un enfoque de Taguchi, el cual se utiliza para llevar a cabo un diseño de experimentos fraccionado que conduce a la optimización (maximizar) del rendimiento térmico de un colector solar de placa plana. Los diferentes experimentos se llevan a cabo utilizando un modelo de diseño térmico basado en los diferentes fenómenos de transferencia de calor que ocurren en el colector, el cual se implementa en el software “*Engineering Equation Solver*” (EES®). Se selecciona un caso de estudio de la literatura abierta como base para los diferentes dimensionamientos del colector y se compara el resultado de la optimización obteniéndose un rendimiento térmico del colector solar de placa plana mayor al del caso de estudio seleccionado.

2. Métodos

Modelo de Experimentación Analítico

Una medida del rendimiento térmico del colector solar de placa plana es la eficiencia de recolección (η_c), definida como la razón de la ganancia útil durante un cierto periodo de tiempo a la energía solar incidente durante el mismo periodo de tiempo como se muestra en la ecuación 1 [Sukhatme y Nayak, 2008].

$$\eta_c = \frac{\dot{Q}_{\text{útil}}}{A_c I_T} \quad (1)$$

En ecuación 1, I_T es la intensidad de radiación total que llega al colector en W/m^2 , A_c es el área del colector en m^2 , la cantidad de calor útil ($\dot{Q}_{\text{útil}}$) que aprovecha el colector puede determinarse de tres formas distintas dependiendo de los parámetros que se conozcan. La primera forma es aplicar un balance de energía en la placa absorbidora del captador solar mostrado en la figura 2, obteniendo la ecuación 2 [Sosteris, 2009].

$$\dot{Q}_{\text{útil}} = A_p S - \dot{Q}_{\text{perdido}} \quad (2)$$

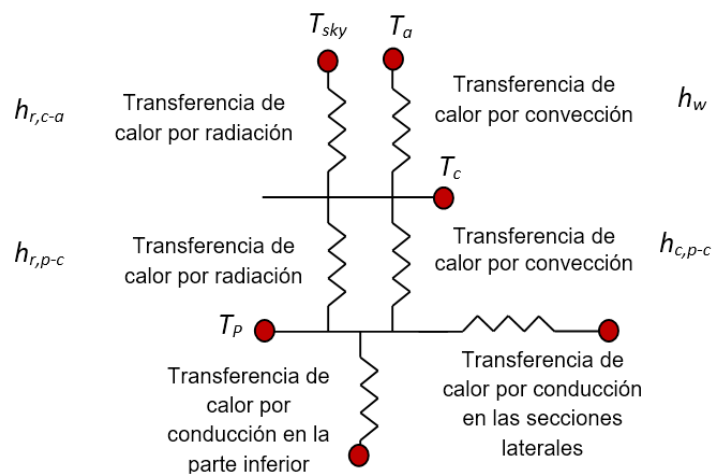


Figura 2 Mecanismos de transferencia de calor que ocurren en el colector.

En ecuación 2, \dot{Q}_{perdido} es la razón de calor en Watts que se pierde a través del captador solar debido a los mecanismos de transferencia de calor por conducción

y re-radiación entre la cubierta y el medio ambiente circundante, además de las pérdidas por conducción y convección en la parte inferior y las paredes laterales del colector solar, A_p es el área de la placa absorbidora en m^2 , S es el flujo solar incidente absorbido por la placa en W/m^2 y se determina por $S = \alpha I_T$ donde α es la capacidad de absorción de energía del material de la placa y τ es una propiedad del material de la cubierta de transmitir energía.

La segunda forma que se tiene para determinar el calor útil absorbido por la placa es el que se entrega al fluido que circula a través del tubo, expresado por la ecuación 3 [Cengel, 2003].

$$\dot{Q}_{\text{útil}} = \dot{m}C_p(T_{f,o} - T_{f,i}) \quad (3)$$

En ecuación 3, C_p es la capacidad calorífica del fluido en $J/kg\cdot K$, \dot{m} es la razón de flujo másico en kg/s del fluido que circula a través del tubo del colector, $T_{f,i}$ es la temperatura en $^{\circ}C$ que tiene el fluido a la entrada del tubo y $T_{f,o}$ es la temperatura en $^{\circ}C$ que tiene el fluido a la salida del tubo. Por último la tercera forma que se emplea en el diseño térmico de un colector solar de placa plana, es la de Hottel y Woertz (1942) como se muestra en la ecuación 4.

$$\dot{Q}_{\text{útil}} = F_R A_p [S - U_l (T_{f,i} - T_{\text{amb}})] \quad (4)$$

T_{amb} en ecuación 4 es la temperatura en $^{\circ}C$ del medio ambiente circundante al colector, U_l es el coeficiente global de transferencia de calor en $W/m^2\cdot K$ que evalúa las pérdidas térmicas desde la placa absorbidora hasta el medio ambiente circundante al colector, F_R es el factor de remoción de calor en el colector establecido por la ecuación 5 [Sukhatme y Nayak, 2008].

$$F_R = \frac{\dot{m}C_p}{U_l A_p} \left[1 - \exp \left\{ - \frac{F' U_l A_p}{\dot{m}C_p} \right\} \right] \quad (5)$$

De la ecuación 5, F' se conoce como el factor de eficiencia del colector, el cual se calcula con la ecuación 6 [Sukhatme y Nayak, 2008].

$$F' = \frac{1/U_i}{W \left[\frac{1}{U_i [D_o + (W - D_o)\Phi]} + \frac{1}{C_b} + \frac{1}{\pi D_i h_{fi}} \right]} \quad (6)$$

En la ecuación 6, W es el espaciamiento en metros entre los centros de los tubos como se muestra en la figura 3, D_o es el diámetro externo del tubo por donde pasa el fluido en metros, D_i es el diámetro interno del tubo por donde pasa el fluido en metros, h_{fi} es el coeficiente de transferencia de calor convectivo entre el fluido que pasa por el tubo y la superficie interna del tubo en W/m^2-K , C_b es la conductancia del material de unión entre el tubo y la placa absorbidora, Φ es la efectividad de la placa absorbidora para transmitir calor, la cual se obtiene utilizando la ecuación 7 [Sukhatme y Nayak, 2008].

$$\Phi = \frac{\tanh \left[\frac{m(W - D_o)}{2} \right]}{\left[\frac{m(W - D_o)}{2} \right]} \quad (7)$$

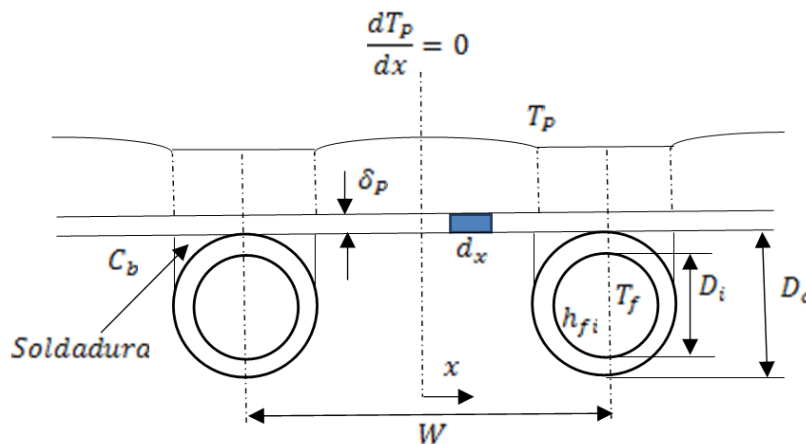


Figura 3 Distribución de temperaturas en la placa absorbidora.

Para determinar el valor de la variable m se utiliza la ecuación 8 [Sukhatme y Nayak, 2008].

$$m = \left(\frac{U_i}{k_p \delta_p} \right)^{0.5} \quad (8)$$

En ecuación 8, k_p y δ_p son la conductividad térmica y espesor de la placa absorbidora en W/m-K y metros respectivamente.

El coeficiente global de transferencia de calor (U_t) mostrado en la ecuación 4 para evaluar las pérdidas térmicas debido a los diferentes mecanismos de transferencia de calor (figura 2) desde la placa absorbidora hasta el medio ambiente circundante al colector, se determina a partir de la ecuación 9 [Duffie y Beckman, 1991].

$$U_t = U_t + U_b + U_e \quad (9)$$

En la ecuación 9, U_t es el coeficiente global de pérdidas (W/m²-K) por transferencia de calor debido a la convección y radiación entre la placa absorbidora y el medio ambiente existente, U_b es el coeficiente global de pérdidas (W/m²-K) por transferencia de calor debido a la conducción a través del aislamiento que se coloca en la parte inferior del colector, U_e es el coeficiente global de pérdidas (W/m²-K) por transferencia de calor debido a la conducción a través del aislamiento que se coloca en las secciones laterales del colector. El valor de U_t se puede determinar utilizando la ecuación 10 [Duffie y Beckman, 1991].

$$U_t = \left(\frac{1}{h_{c,p-c} + h_{r,p-c}} + \frac{1}{h_w + h_{r,c-a}} \right)^{-1} \quad (10)$$

El coeficiente de transferencia de calor natural convectivo entre la placa absorbidora y la cubierta se determina utilizando la ecuación 11 [Holman, 2010].

$$h_{c,p-c} = Nu_{p-c} \frac{k_{p-c}}{b_1} \quad (11)$$

En ecuación 11, b_1 es el espaciamiento (m) entre la placa absorbidora y la cubierta, Nu_{p-c} es el número de Nusselt existente en el fenómeno físico de transferencia de calor convectivo entre la placa absorbidora y la cubierta, el cual se calcula utilizando la ecuación 12 [Hollands y col., 1976] para ángulos de inclinación del colector entre 0° y 75°.

$$Nu_{p-c} = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708(\sin 1.8\theta)^{1.6}}{Ra \cos \theta} \right] \left[1 - \frac{1708}{Ra \cos \theta} \right]^+ + \left[\left(\frac{Ra \cos \theta}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right]^+ \quad (12)$$

Para la ecuación 12, el signo + indica que únicamente valores positivos de los términos entre paréntesis cuadrados serán utilizados, en caso contrario (negativos) se considera un valor de cero, θ es el ángulo de inclinación del colector, Ra es el número de Rayleigh existente en el fenómeno físico de transferencia de calor convectivo entre la placa absorbadora y la cubierta, el se calcula utilizando la ecuación 13 [Holman, 2010].

$$Ra = \frac{g\beta(T_p - T_c)b_1^3}{\nu^2} Pr \quad (13)$$

Las propiedades del aire como la conductividad térmica ($k_{p-c} \frac{W}{m-K}$), la viscosidad cinemática (ν , m^2/s), viscosidad dinámica (μ , $kg/m-s$), y número de Prandtl (Pr), se evalúan a la temperatura promedio $T_{p-c} = \frac{T_p + T_c}{2}$, el coeficiente de expansión volumétrica se expresa en grados Kelvin⁻¹ y se calcula con la expresión $\beta = \frac{1}{T_{p-c}}$.

El coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la placa absorbadora y la cubierta mostrado en la ecuación 10 se determina utilizando la ecuación 14 [Cengel, 2003].

$$h_{r,p-c} = \frac{\sigma(T_p^2 + T_c^2)(T_p + T_c)}{\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_c} - 1} \quad (14)$$

La temperatura de la placa (T_p) y de la cubierta (T_c) se expresan en grados Kelvin, σ es la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2 - K^4$), ε_p y ε_c son los valores de la emisividad del material de la placa absorbadora y la cubierta respectivamente. El coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la cubierta y el medio ambiente mostrado en la Ecuación (10) se determina utilizando la ecuación 15 [Cengel, 2003].

$$h_{r,c-a} = \varepsilon_c \sigma (T_c + T_{sky})(T_c^2 + T_{sky}^2) \quad (15)$$

T_{sky} se determina utilizando la ecuación 16 [Swinbank, 1963].

$$T_{sky} = 0.0552T_{amb}^{1.5} \quad (16)$$

El valor de T_{amb} para la ecuación 16 debe de estar en grado Kelvin. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la cubierta y el medio ambiente mostrado en la ecuación 10 se determina utilizando la ecuación 17 [McAdams, 1973].

$$h_w = 5.7 + 3.8V_\infty \quad (17)$$

En ecuación 17, V_∞ es la velocidad del viento en m/s. La razón de transferencia de calor en Watts que se transfiere desde la cubierta al medio circundante que rodea al colector debido a los mecanismos de transferencia de calor que se muestran en la figura 2, puede determinarse utilizando la ecuación 18 [Incropera y Col., 2011].

$$\dot{Q}_{c-a} = A_p [h_w(T_c - T_{amb}) + \sigma \varepsilon_c (T_c^4 - T_{sky}^4)] \quad (18)$$

Por lo tanto, el calor que se pierde de la cubierta al medio circundante (\dot{Q}_{c-a}) debe ser igual al que se pierde por los mecanismos de transferencia de calor convectivos y de radiación entre la placa absorbadora y la cubierta (figura 2), el cual se calcula utilizando la ecuación 19 [Incropera y Col., 2011].

$$\dot{Q}_{p-c} = A_p \left[h_{c,p-c}(T_p - T_c) + \frac{\sigma(T_p^4 - T_c^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_c} - 1\right)} \right] \quad (19)$$

El valor de U_b expresado en la ecuación 9 se puede determinar utilizando la ecuación 20 [Incropera y Col., 2011].

$$U_b = \frac{k_{a-i}}{b_2} \quad (20)$$

En la ecuación 20, k_{a-i} es el valor de la conductividad térmica del aislante en W/m-K colocado en la parte inferior del colector, b_2 es el espesor del aislante en metros. El valor de U_g expresado en la ecuación 9 se puede determinar utilizando la ecuación 21 [Incropera y Col., 2011].

$$U_s = \frac{(P\delta) \left(\frac{k_{e-1}}{b_3} \right)}{(Lb)} \quad (21)$$

En ecuación 21, b_3 es el espesor del aislante en metros, b es el ancho del colector en metros, L es la longitud del colector en metros, P es el perímetro del colector en metros, δ es el espesor (altura) del colector en metros aproximadamente la suma de b_1 y b_2 , k_{e-1} es el valor de la conductividad térmica del aislante en W/m-K colocado en las secciones laterales del colector. Por último conociendo el valor del coeficiente global de pérdidas térmicas, el calor total perdido por el colector solar se puede calcular utilizando la ecuación 22 [Goswami, 2015].

$$\dot{Q}_{perdido} = A_p U_l (T_p - T_{amb}) \quad (22)$$

La figura 4 presenta el algoritmo que se utiliza para el cálculo del rendimiento térmico del colector solar de placa plana.

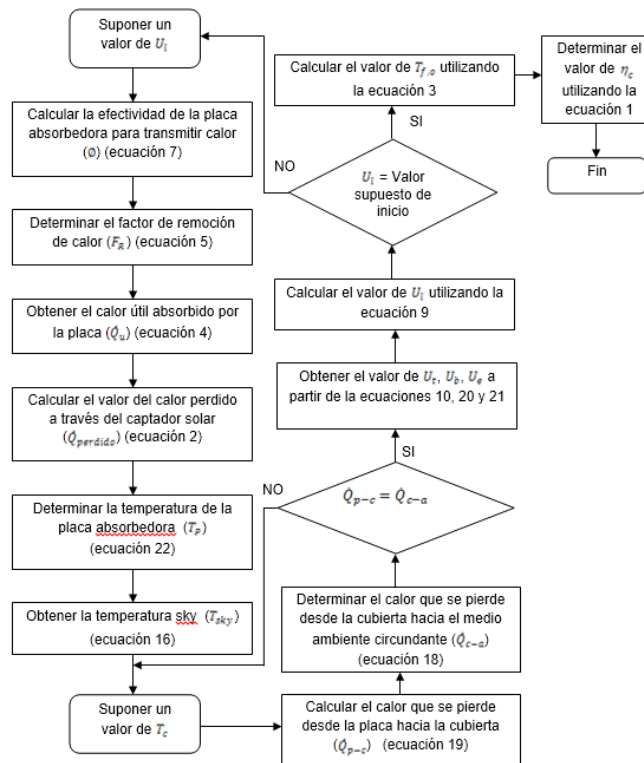


Figura 4 Diagrama de flujo para el cálculo del rendimiento térmico del colector.

Diseño de Experimentos Estadístico

La investigación experimental estadística conducida en este trabajo se fundamentó en el cálculo del rendimiento térmico de un colector solar de placa plana, el cual, se pretende maximizar considerando los fenómenos de transferencia de calor que ocurren durante el calentamiento de un fluido caloportador cuando circula a través del captador solar. En el presente trabajo se consideraron para el estudio cuatro factores con tres niveles de evaluación como se muestra en la tabla 1. Por lo tanto, se debe de conducir por lo menos nueve experimentos para poder estimar el efecto de cada factor sobre la característica de calidad (rendimiento térmico del captador solar). De los diez y ocho arreglos ortogonales base, el que cuenta con al menos nueve experimentos y máximo cuatro factores a tres niveles de evaluación cada uno, es el $L_9 (3^4)$, por lo tanto es el idóneo para el caso de estudio que se plantea en este trabajo, la tabla 2 presenta el arreglo ortogonal seleccionado con los diferentes valores de la característica de calidad obtenidos con el modelo térmico presentado en la sección anterior para los diferentes experimentos llevados a cabo.

Tabla 1 Factores y sus respectivos niveles de experimentación.

Factores	Unidad	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Ángulo de Inclinación del Colector (θ) (Factor A)	Grados ($^\circ$)	10	18.53	30
Espaciamiento entre la Placa absorbidora y la cubierta (b_1), (Factor B)	Metros (m)	0.015	0.025	0.035
Espesor del Aislamiento en la Parte Inferior del Colector (b_2), (Factor C)	Metros (m)	0.025	0.05	0.075
Material del Aislamiento en la Parte Inferior del Colector, (Factor D)	---	Poliestireno Expandido	Fibra de Vidrio	Lana Mineral

Tabla 2 Arreglo Ortogonal $L_9 (3^4)$ [Roy, 2010].

Experimento No.	Factor A	Factor B	Factor C	Factor D	Característica de Calidad (η_c)
1	1	1	1	1	0.4144
2	1	2	2	2	0.4382
3	1	3	3	3	0.4570
4	2	1	2	3	0.4179
5	2	2	3	1	0.4573
6	2	3	1	2	0.4057
7	3	1	3	2	0.4255
8	3	2	1	3	0.3802
9	3	3	2	1	0.4495

3. Resultados y Discusión

Análisis del efecto de los factores sobre la característica de calidad

Para llevar a cabo el proceso de optimización de la característica de calidad se analiza el efecto de los diferentes factores considerados en el estudio, la figura 5 muestra los efectos principales para los valores promedio del rendimiento térmico del colector solar para cada factor en cada uno de los niveles de experimentación. Como se pretende maximizar la característica de calidad se debe seleccionar el nivel que aumente el valor promedio de dicha característica, se aprecia que existe un aumento del rendimiento térmico promedio del colector solar en el nivel 1 para el factor A, en el nivel 3 para el factor B, en el nivel 3 para el factor C y en el nivel 1 para el factor D; por lo tanto, la mejor combinación de los factores es A1B3C3D1, la cual no se encuentra dentro de los nueve experimentos del arreglo ortogonal seleccionado (tabla 2), por lo que se debe llevar a cabo un experimento de confirmación del valor óptimo de la característica de calidad (rendimiento térmico del colector solar).

Análisis de varianza

El análisis de varianza (ANOVA) permite determinar desde un punto de vista estadístico los factores que tienen un impacto significativo en la variabilidad de la característica de calidad. La tabla 3 muestra el ANOVA del caso de estudio, se aprecia que los valores del estadístico F_0 no se pueden determinar debido que el grado de libertad del error estadístico es cero; por lo tanto, se procedió a combinar la contribución de la variabilidad del error con la contribución de la variabilidad menor de los distintos factores considerados que afectan a la característica de calidad. Se observa en la tabla 3 que los factores ángulo de inclinación del colector (Factor A) y espaciamiento entre la placa absorbadora y la cubierta (Factor B) son los que menos contribuyen a la variabilidad de la característica de calidad. En el presente estudio es de suma importancia el comportamiento estadístico que tiene el ángulo de inclinación del colector sobre el rendimiento térmico ya que en la literatura abierta sugieren que el ángulo de inclinación debe ser el valor de la latitud donde se coloque el colector; por tal motivo, se seleccionó

el Factor B para combinar su contribución de variabilidad con la del error estadístico.

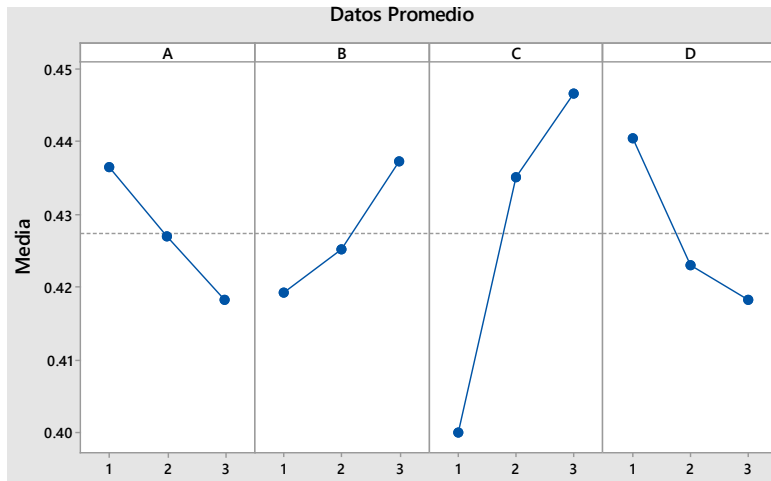


Figura 5 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad.

Tabla 3 Análisis de varianza de los diferentes factores sobre la característica de calidad.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F ₀	Contribución (%)
Factor A	2	0.000494	0.000247	*	9.26
Factor B	2	0.000512	0.000256	*	9.59
Factor C	2	0.003524	0.001762	*	66.03
Factor D	2	0.000806	0.000403	*	15.10
Error	0	*	*		*
Total	8	0.005337			100

La tabla 4 muestra el ANOVA considerando únicamente los Factores A, C y D, de Tablas estadísticas [Montgomery y Runger, 1996] con un nivel de significancia del 5% el valor del estadístico $F_{0.05,2,2}$ es de 19. Por lo tanto, como $F_0 < F$ se acepta la hipótesis nula y se obtiene que ningún factor seleccionado para el estudio es significativo desde un punto de vista estadístico sobre la característica promedio de calidad. Por otra parte, el porcentaje de contribución del error (combinado) es del 9.61% lo cual es menor del 15% establecido como norma de comparación [Krishnaiah y Shahabudeen, 2012], lo que significa que no se omitió ningún factor que pueda ser significativo para el estudio.

Tabla 4 Análisis de varianza sin considerar el Factor B.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F ₀	Contribución (%)
Factor A	2	0.000494	0.000247	0.96	9.26
Factor C	2	0.003524	0.001762	6.88	66.03
Factor D	2	0.000806	0.000403	1.57	15.10
Error (combinado)	2	0.000512	0.000256		9.61
Total	8	0.005337			100

Optimización y experimento de confirmación

Una vez que se ha determinado el nivel óptimo o mejor combinación de los niveles de los factores involucrados en el diseño experimental, la etapa final es predecir y verificar la mejora de la característica de calidad. La ecuación 23 establece como regla general que para determinar la proyección mencionada se debe contabilizar el efecto en promedio de cada uno de los factores que se tiene sobre la característica promedio de calidad [Roy, 2001].

$$\mu = \frac{T}{n} + \left(\bar{A}_1 - \frac{T}{n}\right) + \left(\bar{C}_3 - \frac{T}{n}\right) + \left(\bar{D}_1 - \frac{T}{n}\right) \quad (23)$$

En ecuación 23, T es la suma total de los valores de la característica de calidad de cada uno de los experimentos (tabla 2), n es el número total de experimentos (tabla 2), \bar{A}_1 , \bar{C}_3 , y \bar{D}_1 son los valores promedio de la característica de calidad para cada factor en cada nivel, es decir, en los niveles 1, 3, 1 para los factores A, C y D respectivamente como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5 Valores promedio del rendimiento térmico del colector.

Nivel	Rendimiento Térmico promedio para el Factor A	Rendimiento Térmico promedio para el Factor C	Rendimiento Térmico promedio para el Factor D
1	0.4365	0.4001	0.4404
2	0.4270	0.4352	0.4231
3	0.4184	0.4466	0.4184

Por lo tanto, sustituyendo valores en la ecuación 23 se tiene un valor promedio de $\mu = 0.4689$, el cual es únicamente un punto estimado en base al promedio de los

resultados que se obtienen de los diferentes experimentos llevados a cabo. Por lo tanto, debe determinarse un intervalo de confianza máximo y mínimo donde el valor de la característica de calidad real puede caer. La ecuación 24 [Roy, 2001] se utiliza para determinar el intervalo de confianza mencionado.

$$C.I. = \pm \sqrt{\frac{[F(\alpha, 1, n_2)(V_e)]}{N_e}} \quad (24)$$

En ecuación 24, el valor de F se obtiene de tablas estadísticas de puntos porcentuales de la distribución F como se mencionó anteriormente, n_2 representa los grados de libertad del error estadístico (se obtiene de la tabla 4), V_e indica la varianza del error estadístico (se obtiene de la tabla 4) y N_e indica el número efectivo de repeticiones, el cual se determina a partir de la ecuación 25 [Roy, 2001].

$$N_e = \frac{NTE}{GDLM + GDLFM} \quad (25)$$

En ecuación 25, NTE es el número total de experimentos, el cual es igual 9 (tabla 2), $GDLM$ es el grado de libertad de la media, el cual por regla es 1, $GDLFM$ es el grado de libertad de todos los factores que afectan a la media, el cual es igual a 6 (tabla 4) Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5% el valor del estadístico $F_{0.05,1,2}$ es de 18.51, el valor de V_e es de 0.000256 y N_e tiene un valor de 1.2857, así que el valor que se calcule del rendimiento térmico del colector solar con el modelo térmico desarrollado en el presente trabajo debe de encontrarse entre los siguientes valores de $0.4082 \leq 0.4689 \leq 0.5296$. Se realiza un experimento de confirmación con los valores de los niveles seleccionados A1B3C3D1 utilizando el modelo térmico (figura 4) y se obtiene un valor de 0.4688, el cual se encuentra dentro de los límites establecidos con anterioridad, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos, además, se obtiene un error en porcentaje del 0.021% entre el valor calculado con el modelo y el estimado estadísticamente, el cual se encuentra por debajo del 20% establecido

como límite de comparación por Cetin, et al., (2011). La tabla 6 presenta la evaluación de la característica de calidad comparándola con los datos del caso de estudio seleccionado de la literatura abierta. Se aprecia que existe un aumento en el rendimiento térmico del colector solar y por consecuencia en la temperatura de calentamiento del agua que circula a través del captador solar.

Tabla 6 Resultados de la comparación entre los diseño térmicos del colector.

	Condiciones Actuales del Diseño Térmico del Colector Solar de Placa Plana [Sukhatme y Nayak, 2008]	Resultado de la Optimización Utilizando Diseño de Experimentos con un Enfoque de Taguchi
Factores con sus respectivos niveles	A2B2C2D2	A1B3C3D1
Temperatura del agua a la salida del colector	70.93°C	72.10°C
Rendimiento térmico del colector solar	43.6%	46.88%

4. Conclusiones

La combinación de la metodología propuesta por Taguchi en conjunto con la simulación nos demuestra la posibilidad que se tiene de conducir una optimización y/o selección de los componentes de diseño antes de proceder a la fabricación de un dispositivo termo-mecánico. Desde un punto de vista estadístico es benéfico seleccionar el material aislante de menor conductividad térmica y espesor mayor, el espaciamiento entre la placa absorbidora y la cubierta debe ser la mayor posible que permita el diseño y el ángulo de posición del colector deberá ser menor que la latitud del lugar donde se colocará el colector contradiciendo lo que normalmente la literatura abierta maneja, lo cual es que debe utilizarse el ángulo de la latitud en la que se coloca el colector. En este trabajo se obtuvo un aumento del rendimiento térmico del colector solar del orden del 7% en comparación con el diseño existente en la literatura abierta, lo cual implica un aumento en la temperatura del agua de servicio.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada a la Ing. Ena Chacón Castillo para llevar a cabo sus estudios

de posgrado en la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica perteneciente al Departamento de Ingeniería Mecánica en el Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya. Así mismo, también se agradece al programa PRODEP (Programa para el Desarrollo Profesional Docente) por el financiamiento para este proyecto bajo la partida de Incorporación de Nuevos PTC, ITCEL-PTC-024.

6. Bibliografía y Referencias

- [1] Ibañez, Plana, M., Rosell, Polo, J., R., Rosell, Urrutia, J., I., Energías Renovables Tecnología Solar, Ediciones Mundi-Prensa, 2011.
- [2] Meena, S., Meena, Ch., S., Bajpai, V., K., Thermal Performance of Flat-Plate Collector: An Experimental Study, International Journal of Engineering Research and Applications, pp. 1–4, 2014.
- [3] Madhukeshwara, N., Prakash, E., S., An Investigation on the Performance Characteristics of Solar Flat Plate Collector with Different Selective Surface Coatings, International Journal of Energy and Environment, vol. 3, pp. 99–108, 2012.
- [4] Sukhatme, S., P., Nayak, J., K., Solar Energy (Principles of Thermal Collection and Storage), Third Edition, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2008.
- [5] Sosteris, A., K., Solar Energy Engineering (Processes and Systems), First Edition, Academic Press, 2009.
- [6] Cengel, Y., A., Heat Transfer, Second Edition, McGraw-Hill, 2003.
- [7] Hottel, H., C., Woertz, B., B., Performance of Flat Plate Solar Heat Collectors, Trans., ASME, vol(64), pág. 91, 1942.
- [8] Duffie, J., A., Beckman, W., A., Solar Engineering of Thermal Processes, Second Edition, Wiley & Sons, 1991.
- [9] Holman, J., P., Heat Transfer, Tenth Edition, McGraw-Hill, 2010.
- [10] Hollands, K., G., T., Unny, T., E., Raithby, G., D., Konicek, L., Free Convective Heat Transfer Across Inclined Air Layers, Journal of Heat Transfer, vol. (98), pp. 189–193, 1976.

- [11] Swinbank, W., C., Long-Wave from Clear Skies, Quarterly Journal of Royal Meteorological Society, vol. (89), pp. 339, 1963.
- [12] McAdams, W., H., Heat Transmisssion, Third Edition, McGraw-Hill, 1973.
- [13] Incropera, F., P., Dewitt, D., P., Bergman, T., L., Lavine, A., S., Fundamentals of Heat and Mass Transfer, Seventh Edition, John Wiley & Sons, 2011.
- [14] Goswami, D., Y., Principles of Solar Engineering, Third Edition, CRC Press, 2015.
- [15] Taguchi, G., Chowdhury, S., Wu, Y., Taguchi's Quality Engineering Handbook, First Edition, Wiley-Interscience, 2004.
- [16] Madhav, S., P., Quality Engineering Using Robust Design, First Edition, Prentice Hall, 1989.
- [17] Roy, R., K., A Primer on the Taguchi Method, Second Edition, Society of Manufacturing Engineers, 2010.
- [18] Montgomery, D., C., Runger, G., C., Probabilidad y Estadística, Primera Edición, McGraw-Hill, 1996.
- [19] Krishnaiah, K., Shahabudeen, P., Applied Design of Experiments and Taguchi Methods, PHI Learning Privated Limited, 2012.
- [20] Roy, R., K., Design of Experiments Using Taguchi Approach (16 Steps to Product and Process Improvements), First Edition, John Wiley & Sons, 2001.
- [21] Cetin, M., H., Ozcelik, B., Kuram, E., Demirbas, E., Evaluation of Vegetable based Cuttings Fluids with Extreme Pressure and Cutting Parameters in Turning of AISI 304L by Taguchi Method, Journal of Cleaner Production, vol. 19, pp. 2049-2056, 2011.