

Control de ganancias variables para robots de n- grados de libertad

Oscar Ramos Arroyo

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización,
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Av. San Claudio y 18 Sur C.U. Edificio 129, Col. San
Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue., Teléfono: 01 (222) 229 5500 ext. 7411

oscar_racso2@hotmail.com

Fernando Reyes Cortés

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización,
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Av. San Claudio y 18 Sur C.U. Edificio 129, Col. San
Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue., Teléfono: 01 (222) 229 5500 ext. 7411

ref62@gmail.com

Maria Aurora Diozcora Vargas Treviño

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización,
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Av. San Claudio y 18 Sur C.U. Edificio 129, Col. San
Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue., Teléfono: 01 (222) 229 5500 ext. 7411

auroravargast@hotmail.com

Sergio Vergara Limon

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización,
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Av. San Claudio y 18 Sur C.U. Edificio 129, Col. San
Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue., Teléfono: 01 (222) 229 5500 ext. 7411

coordinador.mcea.fce.buap@gmail.com

Resumen

En este artículo se aborda el problema de sintonía de ganancias variables para un controlador tipo proporcional derivativo más compensación de gravedad. Se presentan los datos obtenidos a partir del movimiento de los eslabones de un robot de tres grados

de libertad tipo articular, de acuerdo a una ley de control de diseño que cumple las características de una función de Lyapunov, además de una función que sintoniza las ganancias del controlador proporcional derivativo de forma automática.

Palabra(s) Clave(s): función de Lyapunov, ganancia variable, moldeo de energía.

1. Introducción

Los procesos automáticos involucran cada vez más robots en los procesos industriales. El uso de los mismos requiere de estructuras matemáticas que regulen sus movimientos. Los controladores tipo PD han servido al propósito establecido, lo cual involucra el manejo de sintonía por parte de sus ganancias del controlador. Para sintonizar las ganancias existen diferentes métodos en la literatura, entre ellas se encuentran el método fuzzy, gain scheduling, redes neuronales, entre otras técnicas que se han propuesto para elegir las ganancias dependiendo de las aplicaciones de los robots, Åström y Hägglund proponen un método automático de sintonía mediante una red PID y un sistema de histéresis [1].

Para obtener un buen desempeño es necesario tener ganancias variables para el controlador, como lo propone Victor Santibanez et. al [2]. Francisco G. Salas et. al proponen matrices diagonales con ganancias variables [3] cuyos elementos son constantes positivas.

En éste artículo se aborda el problema de sintonía de ganancias para un control tipo PD. Se estableció una estructura matemática que depende de las variables de estado y cuyas cotas máximas están determinadas por el torque máximo que puede suministrar el servomotor. Se presentan el modelo dinámico del robot, así como el análisis de estabilidad. Al final se muestran los datos obtenidos y se exponen las conclusiones al final.

2. Control de regulación

El proceso de regulación implica inyección de energía en las diversas articulaciones o servomecanismos de acuerdo a una ley de control τ de tal forma que la posición actual del robot $\mathbf{q}(t) \in R^n$ y la velocidad angular de movimiento $\mathbf{q}'(t) \in R^n$ tiendan asintóticamente al punto de equilibrio. Expresando en lenguaje matemático la idea anterior se tiene lo siguiente:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \mathbf{q}'(t) \\ \tilde{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{0} \quad (1)$$

El modelo dinámico [4], [5] que gobierna un robot de n-grados de libertad con eslabones rígidos y uniones rotacionales está dado por (2).

$$\tau = M(\mathbf{q})\mathbf{q}'' + C(\mathbf{q}, \mathbf{q}')\mathbf{q}' + \mathbf{f}_f \mathbf{q}' + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (2)$$

Donde $\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{q}'' \in R^n$ representan al vector de posiciones, velocidad y aceleración articular, respectivamente.

$M(\mathbf{q}) \in R^{n \times n}$ es la matriz de inercia, que es una matriz simétrica y definida positiva, $C(\mathbf{q}, \mathbf{q}') \in R^{n \times n}$ es la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis, y $\mathbf{f}_f \in R^n$ que incluye el vector de pares de fricción que incluye la fricción viscosa de Coulomb y estática [5], [6], para efectos de este modelo se tomará en cuenta $B \in R^{n \times n}$ que es la matriz de coeficientes de fricción viscosa que tiene cada articulación del robot [6] y $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in R^n$ es el vector de fuerzas o pares gravitacionales debido a la acción de gravedad.

Para cerrar el lazo se propuso trabajar con un controlador tipo proporcional-derivativo. De acuerdo a la técnica de moldeo de energía [6] se establece una gran cantidad de familias de algoritmos de control capaces de proporcionar la energía de diseño necesaria para que los eslabones de un robot de n-grados de libertad alcancen la posición deseada.

La ley de control de moldeo de energía [6] utilizada es la siguiente:

$$\boldsymbol{\tau} = \nabla U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{f}_v(K_v, \mathbf{q}') + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (3)$$

Donde:

- $\nabla U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}})$ es el gradiente de la energía potencial.
- La función $U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}})$ se conoce como energía potencial artificial debido a que es la energía de diseño.
- $\mathbf{f}_v(K_v, \mathbf{q}')$ es la función de inyección de amortiguamiento o freno mecánico.
- $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ representa la compensación del par de gravedad.

La ley de control que utiliza la estructura matemática de acuerdo a (3), por lo que

$$\nabla U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}}) = K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \left(\frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right) \text{ y } \mathbf{f}_v(K_v, \mathbf{q}') = K_v(\mathbf{q}') \left(\frac{\mathbf{q}' + \sinh(\mathbf{q}')}{(\mathbf{q}')^2 + \cosh(\mathbf{q}')} \right)$$

queda de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\tau} = K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \left(\frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right) - K_v(\mathbf{q}') \left(\frac{\mathbf{q}' + \sinh(\mathbf{q}')}{(\mathbf{q}')^2 + \cosh(\mathbf{q}')} \right) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (4)$$

Donde

$$\frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{q}_1 + \sinh(\tilde{q}_1)}{(\tilde{q}_1)^2 + \cosh(\tilde{q}_1)} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{q}_n + \sinh(\tilde{q}_n)}{(\tilde{q}_n)^2 + \cosh(\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

y

$$\frac{\mathbf{q}' + \sinh(\mathbf{q}')}{(\mathbf{q}')^2 + \cosh(\mathbf{q}')} = \begin{bmatrix} \frac{q'_1 + \sinh(q'_1)}{(q'_1)^2 + \cosh(q'_1)} \\ \vdots \\ \frac{q'_n + \sinh(q'_n)}{(q'_n)^2 + \cosh(q'_n)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde las matrices $K_p(\tilde{\mathbf{q}})$ y $K_v(\mathbf{q}')$ están definidas de acuerdo a (7) y (8).

$$K_p(\tilde{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} k_{p1}^* (1 - \alpha_1 \exp(-\alpha_1 \tilde{q}_1^2)) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & k_{pn}^* (1 - \alpha_n \exp(-\alpha_n \tilde{q}_n^2)) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$K_v(\mathbf{q}') = \begin{bmatrix} k_{v1}^* (1 - \beta_1 \exp(-\beta_1 q_1'^2)) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & k_{vn}^* (1 - \beta_n \exp(-\beta_n q_n'^2)) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Donde $k_{pi}^* > 0$ y $k_{vi}^* > 0$ están limitados por el máximo valor de torque del servomecanismo utilizado. Mientras que α_i y β_i son constantes que definidas en los rangos $0 < \alpha < 1$ y $0 < \beta < 1$ respectivamente.

3. Demostración de estabilidad

La ecuación en lazo cerrado que incluye el modelo dinámico y la estructura de control está expresada en (9).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{q}' \\ M(\mathbf{q})^{-1} \left[K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \left(\frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{\frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right) - K_v(\mathbf{q}') \left(\frac{\mathbf{q}' + \sinh(\mathbf{q}')}{\frac{1}{2}(\mathbf{q}')^2 + \cosh(\mathbf{q}')} \right) - C(\mathbf{q}, \mathbf{q}')\mathbf{q}' - B\mathbf{q}' \right] \end{bmatrix} \quad (9)$$

Para el primer elemento de la ecuación de lazo cerrado $-\mathbf{q}' = -\mathbf{1}\mathbf{q}' \Leftrightarrow \mathbf{q}' = \mathbf{0}$.

Para el segundo elemento de la ecuación (9) la matriz de inercia $M(\mathbf{q})$ es una matriz definida positiva, y su matriz inversa $M(\mathbf{q})^{-1}$ existe y es definida positiva. La matriz de fricción viscosa B es una definida positiva. Para la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(\mathbf{q}, \mathbf{q}') = \mathbf{0} \in R^{n \times n}$ si $\mathbf{q}' = \mathbf{0} \in R^n$

Por diseño la matriz proporcional $K_p(\tilde{\mathbf{q}})$ y la matriz derivativa $K_v(\mathbf{q}')$ son matrices diagonales; los elementos de la diagonal principal son funciones acotadas que cruzan por cero, entonces $\mathbf{q}' = \mathbf{0} \in R^n$ luego la función disipativa $\mathbf{f}_v(K_v, \mathbf{q}') = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{q}' = \mathbf{0}$.

$$\text{Por otro lado } K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \left(\frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right) = \mathbf{0} \text{ si } \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$$

Por lo tanto, el punto de equilibrio existe y es único.

La demostración de estabilidad queda de la siguiente forma:

Se propone la función candidata de Lyapunov (10).

$$V(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{q}') = \frac{1}{2} (\mathbf{q}')^T M(\mathbf{q}) \mathbf{q}' + \left[\sqrt{\text{Ln}\left(\frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})\right)} \right]^T K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \left[\sqrt{\text{Ln}\left(\frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})\right)} \right] \quad (10)$$

De forma desglosada la función de Lyapunov queda:

$$V(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{q}') = \frac{1}{2} (\mathbf{q}')^T M(\mathbf{q}) \mathbf{q}' + \begin{bmatrix} \sqrt{\text{Ln}\left(\frac{1}{2} (\tilde{q}_1)^2 + \cosh(\tilde{q}_1)\right)} \\ \vdots \\ \sqrt{\text{Ln}\left(\frac{1}{2} (\tilde{q}_n)^2 + \cosh(\tilde{q}_n)\right)} \end{bmatrix}^T K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \begin{bmatrix} \sqrt{\text{Ln}\left(\frac{1}{2} (\tilde{q}_1)^2 + \cosh(\tilde{q}_1)\right)} \\ \vdots \\ \sqrt{\text{Ln}\left(\frac{1}{2} (\tilde{q}_n)^2 + \cosh(\tilde{q}_n)\right)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

La derivada temporal de la función candidata de Lyapunov queda:

$$V'(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{q}') = (\mathbf{q}')^T M(\mathbf{q}) \mathbf{q}'' + \frac{1}{2} (\mathbf{q}')^T M(\mathbf{q}) \mathbf{q}' - \begin{bmatrix} \frac{\tilde{q}_1 + \sinh(\tilde{q}_1)}{(\tilde{q}_1)^2 + \cosh(\tilde{q}_1)} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{q}_n + \sinh(\tilde{q}_n)}{(\tilde{q}_n)^2 + \cosh(\tilde{q}_n)} \end{bmatrix}^T K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \begin{bmatrix} q'_1 \\ \vdots \\ q'_n \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} k_{v1}^* \alpha_1^2 e^{-\alpha q_1^2} \text{Ln}\left(\frac{1}{2} \tilde{q}_1^2 + \cosh(\tilde{q}_1)\right) \\ \vdots \\ k_{vn}^* \alpha_n^2 e^{-\alpha q_n^2} \text{Ln}\left(\frac{1}{2} \tilde{q}_n^2 + \cosh(\tilde{q}_n)\right) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q'_1 \tilde{q}_1 \\ \vdots \\ q'_n \tilde{q}_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

Sustituyendo la ecuación de lazo cerrado y realizando reducción de operaciones se obtiene lo siguiente:

$$V'(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{q}') = \frac{1}{2} (\mathbf{q}')^T M'(\mathbf{q}) \mathbf{q}' - (\mathbf{q}')^T C(\mathbf{q}, \mathbf{q}') \mathbf{q}' - (\mathbf{q}')^T B \mathbf{q}' \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} q'_1 \\ \vdots \\ q'_n \end{bmatrix}^T K_v(\mathbf{q}') \begin{bmatrix} \frac{\tilde{q}_1 + \sinh(\tilde{q}_1)}{(\tilde{q}_1)^2 + \cosh(\tilde{q}_1)} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{q}_n + \sinh(\tilde{q}_n)}{(\tilde{q}_n)^2 + \cosh(\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} k_{v1}^* \alpha_1^2 e^{-\alpha q_1^2} \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{2} \tilde{q}_1^2 + \cosh(\tilde{q}_1) \right) \\ \vdots \\ k_{vn}^* \alpha_n^2 e^{-\alpha q_n^2} \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{2} \tilde{q}_n^2 + \cosh(\tilde{q}_n) \right) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q'_1 \tilde{q}_1 \\ \vdots \\ q'_n \tilde{q}_n \end{bmatrix}$$

Se considera la propiedad de antisimetría $\frac{1}{2} (\mathbf{q}')^T [M'(\mathbf{q}) - 2C(\mathbf{q}, \mathbf{q}')] \mathbf{q}' = 0$ del modelo dinámico, por lo tanto el desarrollo queda como:

$$V'(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{q}') = -(\mathbf{q}')^T B \mathbf{q}' - \begin{bmatrix} q'_1 \\ \vdots \\ q'_n \end{bmatrix}^T K_v(\mathbf{q}') \begin{bmatrix} \frac{\tilde{q}_1 + \sinh(\tilde{q}_1)}{(\tilde{q}_1)^2 + \cosh(\tilde{q}_1)} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{q}_n + \sinh(\tilde{q}_n)}{(\tilde{q}_n)^2 + \cosh(\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} k_{v1}^* \alpha_1^2 e^{-\alpha q_1^2} \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{2} \tilde{q}_1^2 + \cosh(\tilde{q}_1) \right) \\ \vdots \\ k_{vn}^* \alpha_n^2 e^{-\alpha q_n^2} \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{2} \tilde{q}_n^2 + \cosh(\tilde{q}_n) \right) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q'_1 \tilde{q}_1 \\ \vdots \\ q'_n \tilde{q}_n \end{bmatrix} \leq 0 \quad (14)$$

Se utiliza la reducción de la expresión (6) en el formalismo matemático. Tomando en cuenta el teorema de Rayleigh-Ritz se tiene que:

$$\left\| \frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right\| \|\mathbf{q}'\| \lambda_{K_v(\mathbf{q}')}^{MIN} \leq \left\| (\mathbf{q}')^T K_v(\tilde{\mathbf{q}}) \frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right\| \leq \left\| \frac{\tilde{\mathbf{q}} + \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{(\tilde{\mathbf{q}})^2 + \cosh(\tilde{\mathbf{q}})} \right\| \|\mathbf{q}'\| \lambda_{K_v(\mathbf{q}')}^{MAX}$$

Donde $\left\| \frac{\mathbf{q}' + \sinh(\mathbf{q}')}{(\mathbf{q}')^2 + \cosh(\mathbf{q}')} \right\| \leq 1$ por la característica de diseño propio. Así mismo ocurre con

$K_v(\mathbf{q}')$ pues todas las funciones tienen cotas.

Por otro lado si se toma un elemento $\left| k_{vi}^* \alpha_i^2 e^{-\alpha q_i^2} \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{2} \bar{q}_i^2 + \cosh(\bar{q}_i) \right) \right|$ se tienen funciones positivas.

Para la matriz de coeficientes de fricción viscosa $B > 0$.

Por lo que se concluye estabilidad, en el punto de equilibrio de la ecuación de lazo cerrado.

4. Plataforma experimental

En Fig. 1 se puede observar el robot de tres grados de libertad con el que se trabajó, el cual cuenta con una arquitectura abierta diseñada para realizar investigaciones de diversa índole. La plataforma experimental de nombre Rotradi consiste en un robot formado por tres motores de transmisión directa cuyas características pueden observarse en Tabla 1.

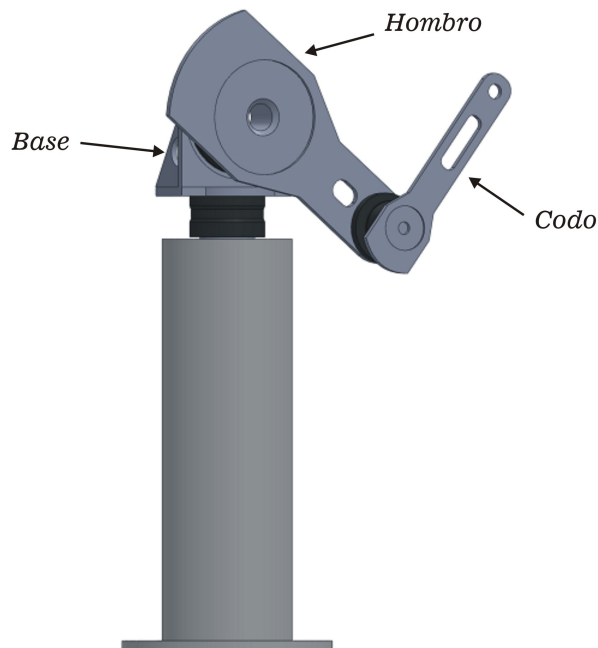


Fig. 1. Robot de tres grados de libertad, Rotradi.

Articulación	Modelo del servomotor	Torque Máximo	Resolución
Base	DM-1015B	15 Nm	4,096,000
Hombro	DM-1050A	50 Nm	4,096,000
Codo	DM-1004C	4 Nm	4,096,000

Tabla 1. Características de los servo actuadores del robot manipulador experimental.

La electrónica se basa en arquitectura FPGA para leer los pulsos de los encoders incrementales, 3 convertidores D/A de 12 bits, puertos I/O, 3 timers programables para programar el periodo de muestro de 2.5 mseg.

El algoritmo de la interfaz que maneja el robot de 3 grados de libertad se programó en Borland C en la plataforma de Windows 98.

Se ha establecido que la articulación con nombre Base corresponde a q_1 , así mismo, la articulación de nombre Hombro corresponde a q_2 , mientras que la articulación Codo se estableció a la coordenada articular q_3 .

5. Resultados experimentales

Las ecuaciones de sintonía automática proporcional y derivativa usadas en los experimentos están dadas en Tabla 2.

Ganancias proporcionales automáticas	Ganancias derivativas automáticas
$k_{p3} = 2.5 \cdot \left(1 - 0.7 \exp(-0.7q_3^2)\right)$	$k_{v3} = 0.5 \cdot \left(1 - 0.7 \exp(-0.7(q_3')^2)\right)$
$k_{p2} = 39 \cdot \left(1 - 0.7 \exp(-0.7q_2^2)\right)$	$k_{v2} = 10 \cdot \left(1 - 0.7 \exp(-0.7(q_2')^2)\right)$
$k_{p1} = 4 \cdot \left(1 - 0.7 \exp(-0.7q_1^2)\right)$	$k_{v1} = 1.2 \cdot \left(1 - 0.7 \exp(-0.7(q_1')^2)\right)$

Tabla 2. Ecuaciones de sintonía automática.

Las posiciones deseadas para cada grado de libertad fueron: $q_{d1} = 90^\circ$, $q_{d2} = 180^\circ$, $q_{d3} = 90^\circ$ las cuales fueron alcanzadas por cada eslabón independientemente como se observa en Fig. 2.

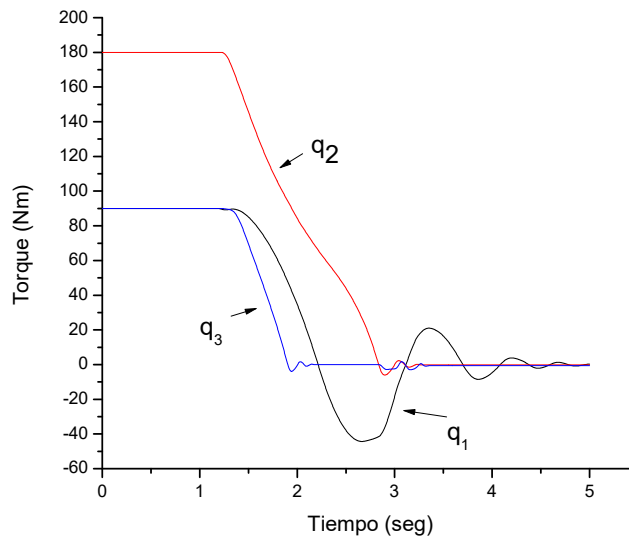


Fig. 2. Error de posición con respecto del tiempo.

En Fig. 2 se observa la dinámica de los eslabones en movimiento al alcanzar las distintas posiciones deseadas. A un tiempo posterior de 5 segundos todas las articulaciones han llegado de forma exitosa al punto establecido, satisfaciendo la condición de estabilidad denotado por (14). De acuerdo a la condición de estabilidad un punto del equilibrio funciona como un lugar de atracción de las variables de estado (error de posición y velocidad articular), donde la potencia dinámica de la función de Lyapunov reduce la variación del suministro de energía de forma progresiva y asintótica a cero dentro de las variables de estado.

Se observa un sobreimpulso en todas las articulaciones. La articulación q_1 muestra un pico que llega a los 40° de error negativo y posteriormente reduce asintóticamente la

amplitud a cero, debido a la dinámica acoplada de un robot de tres grados de libertad cuya articulación de la base queda gobernada por las otras dos articulaciones (Codo y Hombro) de las cuales depende su movimiento.

En la Fig. 3 se observa el torque suministrado a un robot articular de tres grados de libertad.

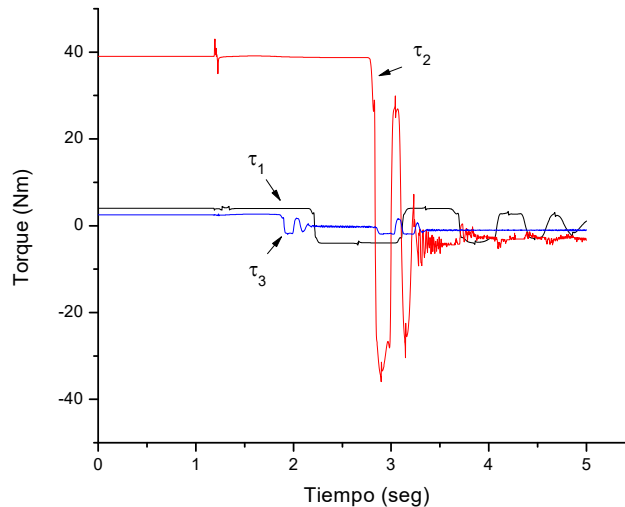


Fig. 3. Torque con respecto del tiempo.

El torque suministrado en un tiempo inicial tiene una amplitud con valores positivos y conforme el tiempo evoluciona la articulación llega a la posición deseada el error de posición se vuelve negativo cuando existe un desvío de la posición fijada. De acuerdo a la Fig. 3 q_3 tiene un sobreimpulso cerca de 1.9 segundos lo cual coincide con un cambio en el torque, el cual pasó de valores positivos a negativos y posteriormente se mantiene un torque suficiente para mantener la articulación en el lugar establecido. Ocurre lo mismo con q_1 y q_2 con valores alternados de torque una vez existe un error negativo de posición articular.

En Fig. 3 se observan los torques de cada grado de libertad, los cuales son suministrados a los servomotores de acuerdo a la ley de control. El torque requerido

para la posición inicial de cero grados se encuentra delimitado por el máximo permitido de acuerdo a las ecuaciones de sintonía variable; conforme el tiempo avanza la amplitud del torque disminuye y cambia a valores negativos, dicha variación entre valores positivos y negativos se mantiene hasta que el error disminuye al valor en estado estable de la posición deseada; una vez alcanzada la posición deseada el controlador sigue suministrando a cada motor la energía suficiente para que permanezca en un punto fijo del espacio.

En la Fig. 4 y Fig. 5 se observan las ganancias variables correspondientes al controlador utilizado.

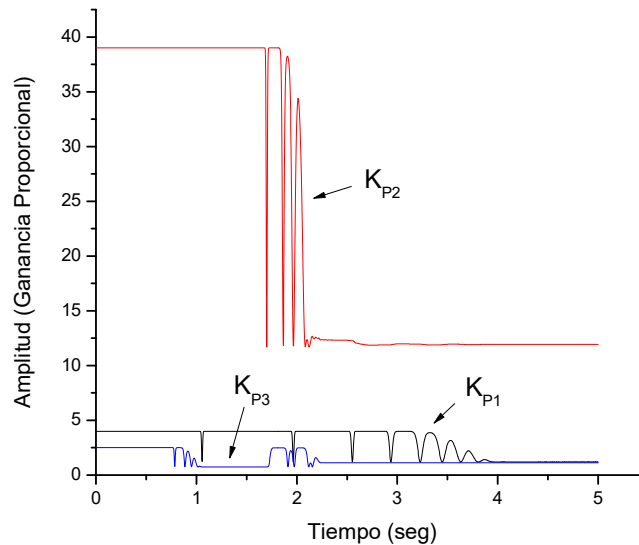


Fig. 4. Ganancia Proporcional con respecto del tiempo.

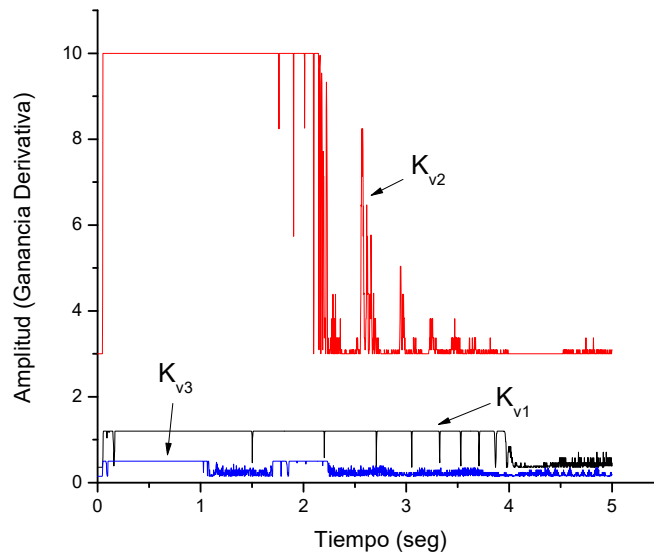


Fig. 5. Ganancia Derivativa con respecto del tiempo.

Se puede observar en Fig. 4 y Fig. 5 que de acuerdo a la función de sintonía variable la ganancia ya sea proporcional o derivativa modifica sus valores de forma acotada, lo cual quiere decir que suministrará un valor máximo permisible de acuerdo al valor torque máximo de cada servomecanismo y tenderá a un número constante o mínimo cuando se alcanzó el estado estable. Ya sea el nivel de error de posición o la velocidad articular, ambas variables suministran la información necesaria para cada grado de libertad.

6. Conclusiones

El control por ganancias variables es un método confiable que proporciona respuestas satisfactorias pues cumple con el objetivo de control de regulación. Los eslabones se mueven a las posiciones deseadas como se observó en los datos obtenidos. Mediante la utilización de funciones con cotas las ganancias variables quedan restringidas en un rango máximo.

Los datos sugieren que se alcanzan las posiciones deseadas para los tres eslabones en menos de 5 segundos, por lo que el controlador propuesto, así como el método de ganancias variables funciona de forma óptima.

7. Referencias

- [1] K. J. Åström, T. Hägglund, "PIF Controllers: theory, Design, and Tuning". Instrument Society of America. 1995.
- [2] J. S. Mijares, V. Santibanez, J. L. M. Medina, "A Globally Asymptotically Stable Nonlinear PID Regulator with Fuzzy Self-tuned PD Gains, for Robot Manipulators". World Automation Congress. 2014. 573-578 pp.
- [3] F. G. Salas, V. Santibanez, M. A. Llama, "Variable Gains PD Tracking Control of Robot Manipulators: Stability Analysis and Simulations". World Automation Congress. 2012. 1-6 pp.
- [4] R. Kelly, V. Santibáñez, Control de movimiento de robots manipuladores. Vol. I. 2003. México: Prentice Hall.
- [5] H. S. Liu, S. Q. Zhu, "A Generalized Trajectory Tracking Controller for Robot Manipulators with Bounded Inputs". Journal of Zhejiang University Science A. Vol. 10. No. 10. 2009. 1500-1508 pp.
- [6] F. R. Cortés, "Robótica, Control de Robots Manipuladores". 1° Edición. 2011. Alfaomega Grupo Editor. México.
- [7] J. M. Cervantes, F. Reyes, J. Bedolla, "Global Stability of A Regulator For Robot Manipulators". International Journal of Robotics and Automation. Vol. 3. 2012. 220-232 pp.
- [8] F. Reyes, J. Cid, M. A. Limon, M. Cervantes, "Square Root –The Control for Robot Manipulators". International Journal of Advanced Robotics Systems. Vol 10. No. 39. 2013.

8. Autores

Lic. Oscar Ramos Arroyo es Licenciado en Electrónica por la Facultad de Ciencias de la Electrónica, actualmente cursando la Maestría en Ciencias con Especialidad Automatización.

Dr. Fernando Reyes Cortés es Licenciado en Electrónica, por la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (1980-1984). Maestría en Ciencias, con Especialidad en Electrónica por el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE, 1989-1991). Doctor en Ciencias con Especialidad en Electrónica y Telecomunicaciones por el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE, 1994-1997).

Dr. María Aurora Diozcora Vargas Treviño es Licenciada en Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla FCE-BUAP, Maestría en Ciencias Especialidad en Optoelectrónica FCFM-BUAP, Doctorado en Ciencias Especialidad en Optoelectrónica FCFM-BUAP.

Dr. Sergio Vergara Limon es Licenciado en Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla FCE-BUAP, Maestría en Ciencias Especialidad en Optoelectrónica FCFM-BUAP, Doctorado en Ciencias Especialidad en Optoelectrónica FCFM-BUAP.