

ANÁLISIS DEL AJUSTE RACIONAL DE LA IMPEDANCIA DE PENETRACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

*ANALYSIS OF THE RATIONAL APPROXIMATION OF THE
PENETRATION IMPEDANCE OF TRANSMISSION LINES*

Karlos Velázquez Moreno

Tecnológico Nacional de México / IT de Tuxtla Gutiérrez, México
karlos.vm@tuxtla.tecnm.mx

Avisai Sánchez Alegría

Tecnológico Nacional de México / IT de Tuxtla Gutiérrez, México
avisai.sa@tuxtla.tecnm.mx

Miguel Ángel Ruíz Lira

Tecnológico Nacional de México / IT de Tuxtla Gutiérrez, México
L19270844@tuxtla.tecnm.mx

Recepción: 27/mayo/2024

Aceptación: 24/agosto/2024

Resumen

Para el correcto modelado de la línea de transmisión, es necesario considerar la dependencia frecuencial de la resistencia y la conductancia. El cálculo de ambos parámetros, están bien definidos en el dominio de la frecuencia, sin embargo, es imposible aplicar una transformación algebraica que permita trabajar en el dominio del tiempo, por tanto, se utiliza la aproximación en funciones racionales que permiten una fácil transformación. La técnica ampliamente utilizada recientemente es la de Vector Fitting publicada por investigadores a finales del siglo XX, la técnica ofrece 3 posibles ajustes, ajuste estrictamente propio, ajuste propio y ajuste impropio. El objetivo de este trabajo, es analizar la precisión de cada tipo de ajuste en el modelado de los parámetros de una línea de transmisión, el costo computacional estará condicionado al método de simulación del transitorio electromagnético.

Palabras Clave: Dependencia Frecuencial, Impedancia de penetración, Línea de Transmisión, Vector Fitting.

Abstract

For the correct modeling of the transmission line, it is necessary to consider the frequency dependence of resistance and conductance. The calculation of both parameters are defined in the frequency domain, however, it is impossible to apply an algebraic transformation that allows working in the time domain, therefore, the approximation in rational functions is used. The recently widely used technique is Vector Fitting, published by researchers at the end of the 20th century, the technique offers 3 possible fits, Strictly proper, Proper and Improper. The goal of this work is to analyze the precision of adjustments in the modeling of transmission lines parameters, the computational cost will be conditioned to the simulation method of the electromagnetic transient.

Keywords: *Frequency dependance, Penetration Impedance, Transmission Lines, Vector Fitting.*

1. Introducción

Los modelos de líneas de transmisión son utilizados en diversos campos de la ingeniería eléctrica. Para establecer el modelo de línea es necesario el cálculo de sus parámetros eléctricos: resistencia (R), inductancia (L), capacitancia (C) y conductancia (G); el formato más común para representar los parámetros es agruparlos en una impedancia (Z) que comprende la suma de R y L , y una admitancia (Y) que es la suma de C y G , advirtiendo que debe considerarse la dependencia frecuencial de R y G principalmente para el análisis en estado transitorio, comúnmente conocido como transitorios electromagnéticos (TEMs).

Las ecuaciones del telegrafista son un sistema de ecuaciones en el dominio del tiempo que considera los 4 parámetros de la línea de transmisión, sin embargo, en transmisión aérea la G suele despreciarse al ser muy pequeña.

En los primeros estudios de TEMs en el dominio del tiempo, la R se calculaba sin dependencia frecuencial debido a la extrema complejidad de las expresiones matemáticas para convertirlas al dominio del tiempo. Una de las primeras metodologías propuestas para el modelado de una LT en miras de la simulación de transitorios electromagnéticos es el Método de Solución Nodal, publicado en 1974,

define el modelo de una LT tanto monofásica como trifásica, aunque no toma en cuenta la dependencia frecuencial de R [Dommel, 1974].

En años posteriores, se comenzó a considerar a $R(s)$, por medio de ajustes que generan expresiones matemáticas más simples de convertir al dominio del tiempo. Uno de los más importantes es el modelo de línea de J. Martí para análisis transitorio mediante descomposición modal, propuesto en 1982, esta metodología toma en cuenta una LT con parámetros dependientes de la frecuencia [Martí, 1982]; Y, en 1988, se aplica el modelo J. Martí a una LT subterránea [Martí, 1988]. Este método continúa siendo el predilecto para el análisis de transitorios electromagnéticos en softwares como PSCAD, EMTP/ATP.

En 1998 se introduce la técnica de ajuste racional conocida como “Vector Fitting” (VF), la cual permite ajustar una expresión matemática cualquiera a una sumatoria de expresiones racionales; en ese año se dan los primeros pasos para el desarrollo de la técnica y se publica una breve comparación con el clásico método de descomposición modal de J. Martí [Gustavsen, 1998]. La técnica ha sido gradualmente mejorada, siendo publicada la versión actual en 2006, donde se realiza una modificación al procedimiento, mejorando la habilidad del método para recolocar los polos en mejores posiciones [Gustavsen, 1999].

VF es ampliamente utilizada para ajustar las difíciles expresiones de la impedancia de penetración a expresiones racionales que son fácilmente convertidas al dominio del tiempo para su uso en la solución de las ecuaciones del telegrafista [Gustavsen, 2006] y [Moreno, 2012]. La técnica ofrece 3 posibles ajustes conocidos como ajuste estrictamente propio, ajuste propio y ajuste impropio incrementando exactitud, complejidad y costo computacional respectivamente. La base de los ajustes es una sumatoria de polos y ceros, y la cantidad de ellos es elegida por experiencia del usuario. A mayor número de pares de polos y ceros, más exacta es la aproximación, pero el costo computacional también es mayor.

En este trabajo se presenta un análisis de los 3 tipos de ajustes cuando se varía el número de pares de polos y ceros, buscando la mejor alternativa donde se obtenga un compromiso entre exactitud y complejidad que eviten trabajo computacional innecesario y conserve exactitud aceptable del modelo de líneas de transmisión.

2. Métodos

El cálculo de los parámetros en este trabajo, se basan en la publicación de Pablo Moreno en 2012 [Moreno,2012]. En la ecuación 1, se observa que la impedancia de una línea de transmisión se compone de la sumatoria de la impedancia geométrica (L_G) y la impedancia de penetración ($Z(s)$). Claramente se observa que L_G es la inductancia y $Z(s)$ representa la resistencia de la que se habló en la introducción.

$$Z = L_G + Z(s) \quad (1)$$

L_G se calcula con la ecuación 2

$$L_G = \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{11}}{r} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \ln \frac{D_{13}}{d_{13}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{D_{22}}{r} & \ln \frac{D_{23}}{d_{23}} \\ \ln \frac{D_{31}}{d_{31}} & \ln \frac{D_{32}}{d_{32}} & \ln \frac{D_{33}}{r} \end{bmatrix} \quad (2)$$

D_{mn} y d_{mn} se calculan con las ecuaciones 3 y 4 respectivamente

$$D_{mn} = \sqrt{(h_m + h_n)^2 + s_{mn}^2} \quad (3)$$

$$d_{mn} = \sqrt{(h_m - h_n)^2 + s_{mn}^2} \quad (4)$$

Donde:

r : radios de los conductores

h_m : altura del conductor m

h_n : altura del conductor n

s_{mn} : Separación entre conductores m y n

Claramente se observa que L_G no depende de la frecuencia, por lo que su inclusión en las ecuaciones del telegrafista no representa ninguna complicación.

La $Z(s)$ se expresa como la suma de la impedancia interna del conductor ($Z_C(s)$) y la impedancia de retorno por tierra ($Z_T(s)$). Estas impedancias dependen de la frecuencia, debido al efecto Skin y efecto de proximidad.

En la ecuación 5, se muestra como calcular la impedancia interna de los conductores que depende de la resistencia de corriente directa (R_{CD}) e impedancia de corriente alterna (Z_{AF}).

$$Z_C(s) = \sqrt{R_{CD}^2 + Z_{AF}^2(s)} \quad (5)$$

Donde R_{CD} y Z , están definidas por ecuaciones 6 y 7, respectivamente, σ_c es la conductividad del conductor y μ_c la permeabilidad del conductor

$$R_{CD} = \frac{\sigma_c}{\pi r^2} \quad (6)$$

$$Z_{AF} = \frac{s\mu_c\sigma_c}{2\pi r} \quad (7)$$

Se observa que $Z_c(s)$ no depende de factores externos, si no que únicamente del conductor en sí mismo, por tanto, para un sistema trifásico ABC, se construye una matriz diagonal como la de la ecuación 8.

$$Z_c(s) = \begin{bmatrix} Z_{CA}(s) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{CB}(s) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{CC}(s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para la impedancia de retorno por tierra $Z_T(s)$ de una línea trifásica, ecuación 9.

$$Z_T = \frac{s\mu_o}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D'_{11}}{D_{11}} & \ln \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \ln \frac{D'_{13}}{D_{13}} \\ \ln \frac{D'_{21}}{D_{21}} & \ln \frac{D'_{22}}{D_{22}} & \ln \frac{D'_{23}}{D_{23}} \\ \ln \frac{D'_{31}}{D_{31}} & \ln \frac{D'_{32}}{D_{32}} & \ln \frac{D'_{33}}{D_{33}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

D_{mn} está dada por la ecuación 3, y D'_{mn} está por la ecuación 10 y p_T es la profundidad compleja de penetración calculada con la ecuación 11.

$$D'_{mn} = \sqrt{(h_m + h_n + 2p_T)^2 + S_{mn}^2} \quad (10)$$

$$p_T = \frac{1}{\gamma} \quad (11)$$

Donde γ se define por ecuación 12, y $\mu_T, \sigma_T, \varepsilon_T$ son permeabilidad, conductividad y permitividad del terreno, respectivamente.

$$\gamma = \sqrt{s\mu_T(\sigma_T + s\varepsilon_T)} \quad (12)$$

Agrupando ecuaciones 8 y 9, se obtiene la ecuación 13, que representa la expresión general para el cálculo de la impedancia de penetración de una línea de transmisión.

Claramente se observa la dificultad que representa convertir al dominio del tiempo la expresión 13. Por tanto, se hace uso de las técnicas de síntesis de redes para encontrar una expresión que sea más fácil convertirla en el dominio del tiempo como en trabajos previos [Ramírez, 2001] y [Sánchez, 2019].

$$Z(s) = Z_C(s) + Z_T(s) = \begin{bmatrix} Z_{CA} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{CB} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{CC} \end{bmatrix} + \frac{s\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D'_{11}}{D_{11}} & \ln \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \ln \frac{D'_{13}}{D_{13}} \\ \ln \frac{D'_{21}}{D_{21}} & \ln \frac{D'_{22}}{D_{22}} & \ln \frac{D'_{23}}{D_{23}} \\ \ln \frac{D'_{31}}{D_{31}} & \ln \frac{D'_{23}}{D_{23}} & \ln \frac{D'_{33}}{D_{33}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

La admitancia no se estudia en este trabajo, debido a que en líneas aéreas se desprecia la conductancia y únicamente se considera la admitancia geométrica que, de manera similar a la impedancia geométrica, no tiene dependencia frecuencial. Como se mencionó anteriormente la técnica más utilizada actualmente para la aproximación racional de la impedancia de penetración, es la de Vector Fitting [Gustavsen, 1999] que los autores lo definen como “un método numérico robusto para la aproximación racional en el dominio de la frecuencia utilizando polos y residuos”. La técnica ofrece tres opciones de ajuste que son: Estrictamente propio, propio e impropio. El ajuste estrictamente propio consta de una sumatoria de polos y ceros como se observa en la ecuación 14.

$$H(s) = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{s - p_i} \quad (14)$$

Donde:

$H(s)$: $Z(s)$ como una sumatoria racional de polos y ceros.

p : Polos de $H(s)$.

R : Residuos de $H(s)$.

N : Número de polos y ceros determinados por el usuario.

El ajuste propio, consta de la misma sumatoria que en la ecuación 14, solo que se le agrega un término independiente, real y constante D , ecuación 15.

$$H(s) = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{s - p_i} + D \quad (15)$$

Finalmente, el ajuste Impropio, a la ecuación 15 se le añade un término E proporcional, independiente real y constante que es multiplicado por la frecuencia resultando la ecuación 16.

$$H(s) = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{s - p_i} + D + sE \quad (16)$$

Para realizar el ajuste, es necesario elegir un rango de frecuencias en las que se evaluará la ecuación 13, generalmente se utiliza un vector de frecuencias logarítmicamente espaciadas, para abarcar un amplio intervalo sin tener demasiados puntos. En seguida, el usuario debe elegir un conjunto de polos y ceros iniciales, sobre los cuales VF deberá trabajar, dando como resultado final una de las ecuaciones 14, 15 o 16. Los códigos de ajustes presentados están programados en Matlab y son de dominio público disponibles en la web oficial de VF.

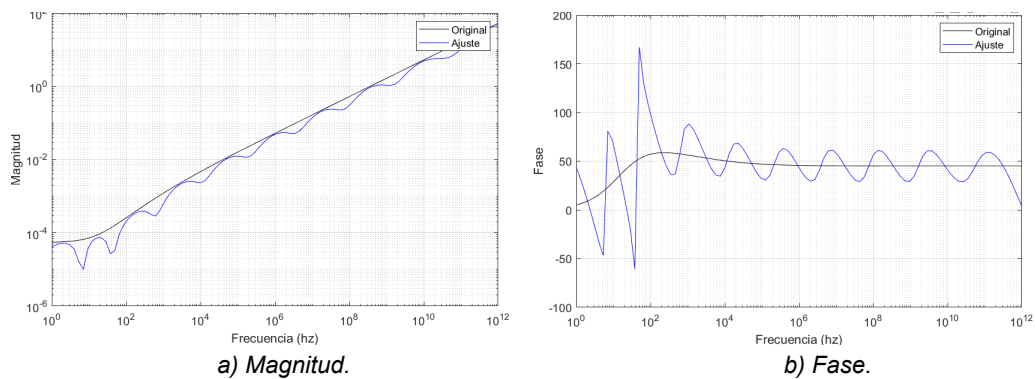
Es claro que la técnica de “Vector Fitting” ofrece una mejora sustancial para el ajuste racional de la impedancia de penetración. En los primeros estudios de transitorios en líneas de transmisión el parámetro a ajustar era la resistencia transitoria [Ramírez, 2001]; Sin embargo, en años posteriores se optó por utilizar la impedancia de penetración [García, 2016], esto evita el uso de análisis modal al momento de utilizar el método de las características, lo que ha proporcionado una ventaja numérica en el análisis de transitorios electromagnéticos [Sánchez, 2019].

En los trabajos anteriormente mencionados solo se hace uso del VF en configuración de ajuste “propio”, hasta el momento no se tienen registros del impacto que puede tener el uso de las otras dos configuraciones. Por tanto, es necesario realizar un estudio para cuantificar las ventajas y desventajas que hay entre las 3 opciones de ajuste; el objetivo de este trabajo es determinar la mejor opción para el ajuste de la impedancia de una LT aérea.

3. Resultados

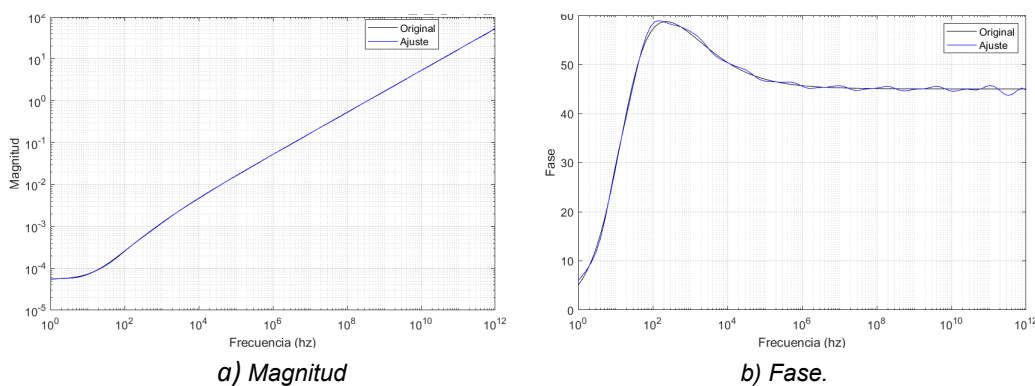
En primer lugar se analiza un hipotético caso monofásico de un conductor de cobre desnudo de 1 cm de radio, que pasa a 30 metros sobre un río. Para el ajuste se elige un rango de frecuencias de 0 a 1 THZ, si bien es cierto que un TEM en una

LT de potencia llegan a frecuencias del orden de MHZ, los modelos de línea son utilizados en otras áreas de la ingeniería donde se trabajan a frecuencias mas altas. Por experiencia y recomendación de los creadores de VF, se inicia con un ajuste de 20 polos y ceros. En las figuras 1 a la 3 se observa la gráfica para los ajustes estrictamente propio, propio e impropio comparados con la gráfica original respectivamente. De la figura 1 es evidente que el ajuste estrictamente propio, tiene un error sumamente perceptible, de hecho, también se hizo la gráfica utilizando 40 polos y el error sigue siendo demasiado evidente. Por tanto, se descarta el ajuste estrictamente propio para el caso de líneas de transmisión aéreas y se analizarán los otros 2 tipos de ajustes correspondientes a la figura 2 y figura 3, se inicia los ajustes utilizando 20 polos incrementando de 5 en 5 hasta los 40 polos. Claramente es impráctico incluir en el presente documento gráficas de cada análisis, por tanto, se presenta un resumen en la tabla 1.



Fuente: Elaboración propia

Figura 1 Ajuste estrictamente propio comparado con la función original.



Fuente: Elaboración propia

Figura 2 Ajuste propio comparado con la función original.

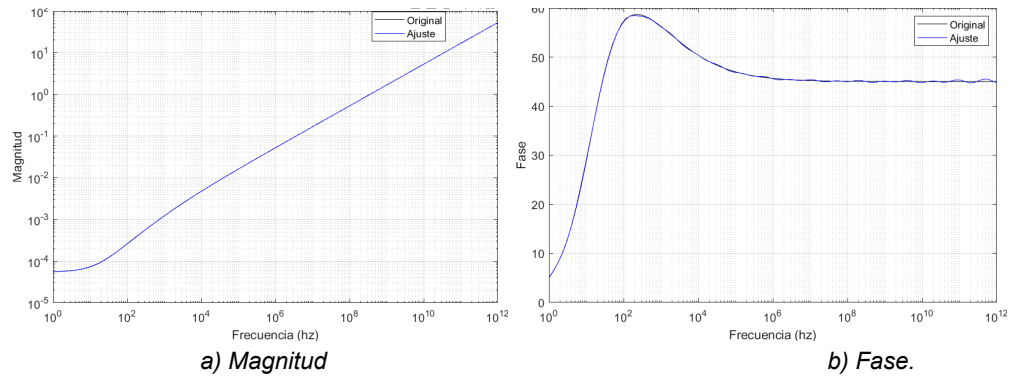


Figura 3 Ajuste impropio comparado con la función original.

Tabla 1 Errores absolutos.

No. Polos	Ajuste Propio	Ajuste Impropio
20	0.0530	0.0185
25	0.0242	0.0077
30	0.0099	0.0033
35	0.0044	0.0019
40	0.0028	0.0011

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 1, se observa que el ajuste impropio ofrece mejores resultados si consideramos el mismo número de polos, pero también es de notar que el error del ajuste propio con 40 polos, está un poco por debajo del ajuste impropio con 30 polos, es decir, 10 polos de diferencia. Para un mejor análisis, se presenta un segundo caso de estudio mas completo y real.

Como segundo caso de estudio se propone un sistema real trifásico especificado en la figura 4, los conductores son de aluminio, separación entre fases (s) de 12.7 m, altura (h) de 15 m sobre tierra negra, y radio (r) de los conductores de 1.58 cm.

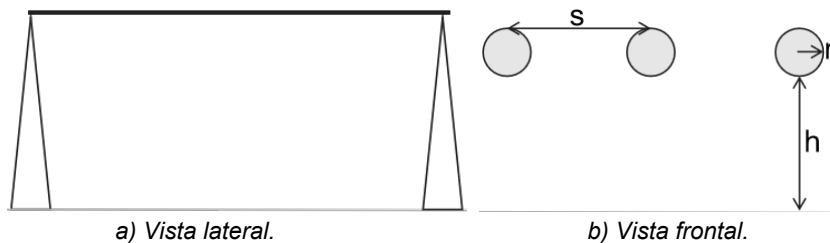


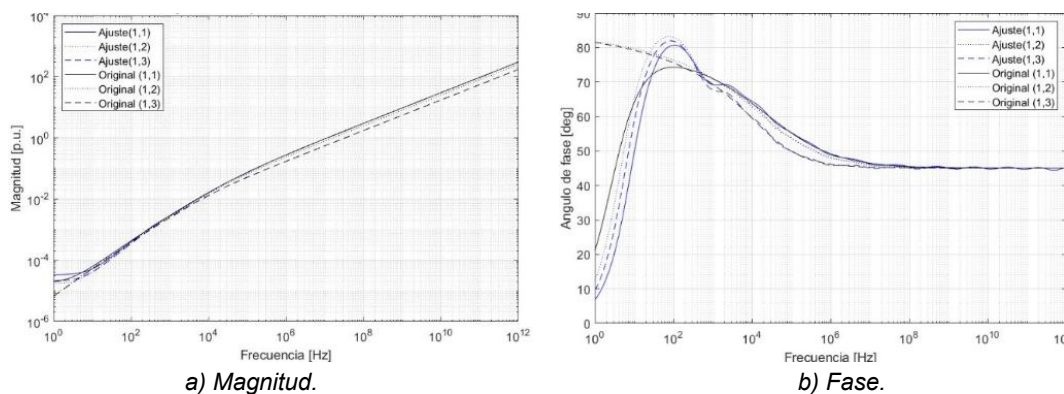
Figura 4 Configuración de la línea de transmisión trifásica.

Si el sistema trifásico es balanceado y se cumple con las normatividades vigentes, se obtendrá la matriz de la ecuación 17 que representa la impedancia de penetración, en la que se cumplen las igualdades de la ecuación 18.

$$Z(s) = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \quad (17)$$

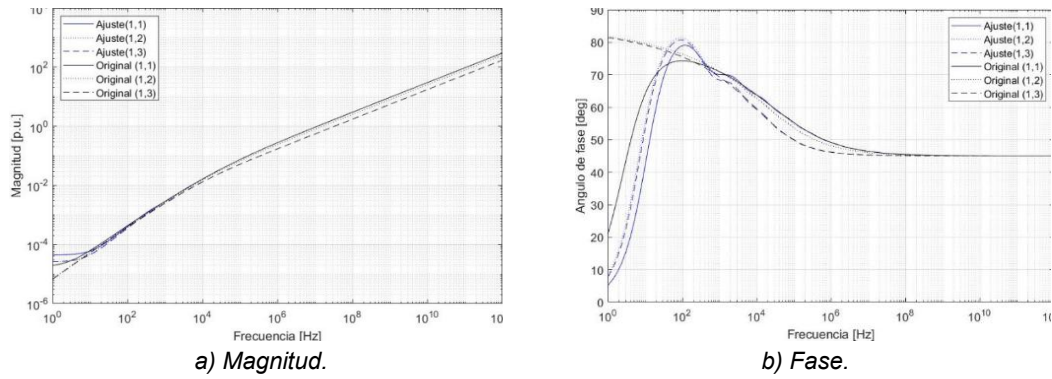
$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{22} = Z_{33} \\ Z_{12} &= Z_{21} = Z_{23} = Z_{32} \\ Z_{13} &= Z_{31} \end{aligned} \quad (18)$$

En la ecuación 18 es fácil observar que, en las 9 posiciones de la matriz, se repiten valores, por tanto, el análisis se centrará en las posiciones Z_{11}, Z_{12}, Z_{13} de la matriz $Z(s)$. Se elige un vector de frecuencias que inicia de 0 hz a 1 THZ con 100 puntos logarítmicamente espaciados. Los polos también se eligen logarítmicamente espaciados en un rango de 0 a 1 Tera. Para el estudio se compararon los 3 tipos de ajustes, variando el número de polos, se analizó un rango de 20 a 40 polos. De la figuras 5 a la 7, se muestra una comparación para cada uno de los 3 ajustes con la función original, se presentan las gráficas cuando el ajuste es de 20 polos. Por cuestiones de espacio es impráctico incluir las gráficas de cada polo en este documento, por tanto, al igual que en el caso 1 se presenta el ejemplo para 20 polos y posteriormente se tabula el promedio del error en la tabla 2, de donde es más fácil analizar los errores. En las gráficas de las figuras 5 a 7, es evidente que a bajas frecuencias el error es más grande.



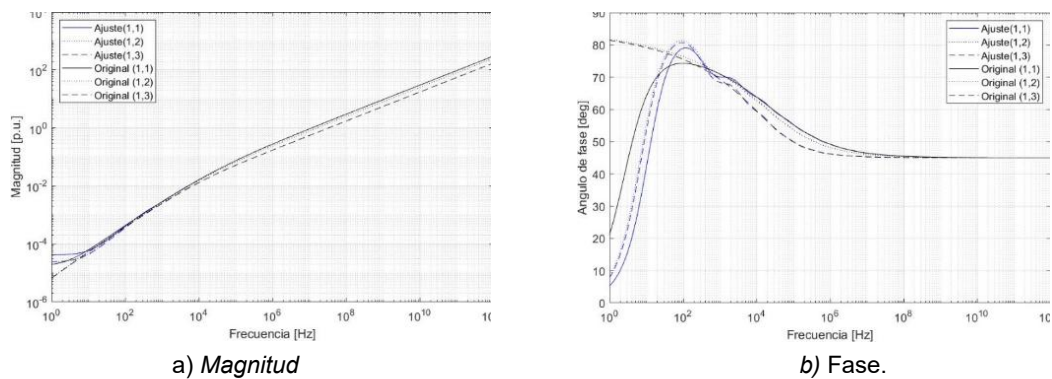
Fuente: Elaboración propia

Figura 5 Ajuste estrictamente propio comparado con la función original.



Fuente: Elaboración propia

Figura 6 Ajuste propio comparado con la función original.



Fuente: Elaboración propia

Figura 7 Ajuste impropio comparado con la función original.

Tabla 2 Errores absolutos promedio

Número de polos	Error absoluto promedio					
	Propio			Impropio		
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,1)	(1,2)	(1,3)
20	0.0009678	0.0008179	0.0005686	0.0007439	0.0006291	0.0004383
21	0.0006987	0.0005902	0.00041	0.0005348	0.0004521	0.0003147
22	0.0004887	0.0004128	0.0002867	0.0003768	0.0003186	0.0002216
23	0.0003541	0.0002991	0.0002076	0.0002727	0.0002305	0.0001603
24	0.000253	0.0002137	0.0001483	0.0001939	0.0001638	0.0001139
25	0.0001823	0.000154	0.0001068	0.0001404	0.0001187	0.0000825
26	0.0001279	0.000108	0.0000749	0.0000995	0.000084	0.0000584
27	0.0000943	0.0000796	0.0000552	0.0000719	0.0000608	0.0000422
28	0.0000659	0.0000557	0.0000386	0.000051	0.0000431	0.00003
29	0.0000478	0.0000404	0.000028	0.0000364	0.0000308	0.0000214
30	0.0000335	0.0000283	0.0000196	0.0000258	0.0000218	0.0000151
31	0.0000243	0.0000206	0.0000143	0.0000188	0.0000159	0.000011
32	0.0000172	0.0000145	0.0000101	0.0000133	0.0000112	0.0000078
33	0.0000124	0.0000105	0.0000073	0.0000096	0.0000081	0.0000057
34	0.0000088	0.0000074	0.0000051	0.0000068	0.0000058	0.000004
35	0.0000063	0.0000054	0.0000037	0.0000049	0.0000041	0.0000029
36	0.0000044	0.0000037	0.0000026	0.0000034	0.0000029	0.000002
37	0.0000032	0.0000027	0.0000019	0.0000025	0.0000021	0.0000015
38	0.0000023	0.0000019	0.0000013	0.0000018	0.0000015	0.000001
39	0.0000016	0.0000014	0.0000009	0.0000013	0.0000011	0.0000007
40	0.0000011	0.0000009	0.0000007	0.0000009	0.0000007	0.0000005

Fuente: Elaboración propia

Un análisis de los números permitió observar que el error en el ajuste estrictamente propio es demasiado grande en comparación con los errores de los otros ajustes, por tanto, en la tabla 1 se presenta un análisis del ajuste propio comparado con el impropio.

En la tabla 3, tenemos una tabulación de los errores absolutos encontrados en los ajustes. Se hace la comprobación de 20 a 40 polos, además se comprueba para cada de las 3 posiciones de la primera fila de la matriz de la impedancia de penetración. Para una mejor visualización, en la tabla 3, la columna A muestra la cantidad de polos utilizados, la columna B muestra el porcentaje de mejora obtenido de agregar un polo al ajuste propio, la columna D muestra el porcentaje de mejora si pasamos del ajuste propio al impropio con el mismo número de polos, y la columna F es el porcentaje de mejora obtenido al agregar un polo al ajuste impropio.

Tabla 3 Porcentajes de mejora.

A	B	C	D	E	F
Número de polos	Mejora respecto al anterior	Error absoluto posición (1,1) [Propio]	Porcentaje de mejora	Error absoluto posición (1,1) [Impropio]	Mejora respecto al anterior
20	0	0.0009678	23.13%	0.0007439	0
21	27.81%	0.0006987	23.46%	0.0005348	28.11%
22	30.06%	0.0004887	22.90%	0.0003768	29.54%
23	27.54%	0.0003541	22.99%	0.0002727	27.63%
24	28.55%	0.0002530	23.36%	0.0001939	28.90%
25	27.94%	0.0001823	22.98%	0.0001404	27.59%
26	29.84%	0.0001279	22.20%	0.0000995	29.13%
27	26.27%	0.0000943	23.75%	0.0000719	27.74%
28	30.12%	0.0000659	22.61%	0.000051	29.07%
29	27.47%	0.0000478	23.85%	0.0000364	28.63%
30	29.92%	0.0000335	22.99%	0.0000258	29.12%
31	27.46%	0.0000243	22.63%	0.0000188	27.13%
32	29.22%	0.0000172	22.67%	0.0000133	29.26%
33	27.91%	0.0000124	22.58%	0.0000096	27.82%
34	29.03%	0.0000088	22.73%	0.0000068	29.17%
35	28.41%	0.0000063	22.22%	0.0000049	27.94%
36	30.16%	0.0000044	22.73%	0.0000034	30.61%
37	27.27%	0.0000032	21.88%	0.0000025	26.47%
38	28.13%	0.0000023	21.74%	0.0000018	28.00%
39	30.43%	0.0000016	18.75%	0.0000013	27.78%
40	31.25%	0.0000011	18.18%	0.0000009	30.77%

Fuente: Elaboración propia.

4. Discusión

La columna D muestra una clara tendencia, entre mayor sea el número de polos, menor es el porcentaje de mejora al pasar del ajuste propio al impropio. En las columnas B y F no se tiene una tendencia clara del comportamiento del porcentaje

de mejora, pero lo que si es un hecho es que el porcentaje de mejora por adición de polo está muy por encima de la mejora por pasar del ajuste propio al impropio. El aumento de los polos disminuye de manera significativa el error. El porcentaje de mejora por adición de polo es variable, es decir, cada vez que se añade un polo el porcentaje de mejora puede ser de entre 26 y el 31%, correspondiendo el valor más bajo al uso de 27 polos, el porcentaje de mejora de 31% se presenta al pasar de 39 a 40 polos. El uso de E presenta una disminución más constante, aunque inversamente proporcional al número de polos, por lo que el uso de E es mayormente significativo cuando se trabaja con un número menor de polos. Es apreciable que la disminución del error por adición de polo es de entre el 27 y el 31%. Comparando ahora los ajustes entre sí, para un mismo número de polos, la disminución del error por la inclusión de E es de entre el 18 y el 23%.

5. Conclusiones

El primer hecho a notar es que el incremento de los polos reduce el error; la segunda observación es que existe una disminución considerable del error al incluir las constantes opcionales D y E , es decir, utilizando la configuración de ajuste "Propio" e "Impropio" respectivamente. Agregar un polo significa agregar al ajuste una expresión como de la ecuación 19, y pasar del ajuste propio al impropio, es agregar el término de la ecuación 20.

$$\frac{R}{s - p} \quad (19)$$

$$sE \quad (20)$$

Claramente la expresión 20 es más sencilla que la expresión 19, sin embargo, la ecuación 19 proporciona un mejor porcentaje de mejora. Para decidir que expresión utilizar en el ajuste racional para líneas de transmisión que necesite analizarse en el dominio del tiempo, dependerá del método de solución de las ecuaciones del telegrafista.

Una continuación del presente trabajo es acoplar el ajuste racional al método de solución del transitorio electromagnético, considerando que la ecuación 20 es más

sencilla, pero podría resultar que por el desarrollo del método como por ejemplo el método de las características, se agregó una complejidad extra a la solución.

6. Bibliografía y Referencias

- [1] Dommel, H. (1974). Computation of Electromagnetic Transients, Proceedings IEEE, VOL. 62, NO. 7, 983-993.
- [2] Martí, J. (1982). Accurate Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Simulations. PER-2(1), 29-30.
- [3] Martí, J. (1988). Simulation Of Transients In Underground Cables With Frequency -Dependent Modal Transformation Matrices. IEEE Transactions on Power Delivery, Volume 3, No. 3, 1099-1110.
- [4] Gustavsen, B., & Semlyen, A. (1998). Simulation Of Transmision Line Transients Using Vector Fitting And Modal Descomposition. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, 605-614.
- [5] Gustavsen, B., and Semlyen, A. (1999). Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 14, no. 3, pp. 1052-1061.
- [6] Gustavsen, B. (2006). Improving the Pole relocating Properties of Vector Fitting. IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY, VOL. 21, No. 3, 1587-1592.
- [7] Moreno, P. (2012). Análisis de Transitorios con la Transformada Numérica de Laplace. Editorial Académica Española.
- [8] Sánchez, A., Moreno, P., Loo-Yau, J., & Ortega, S. (2019). An alternative model for aerial multiconductor transmission lines. Electrical Engineering, Volume. 101, 719-731.
- [9] Ramirez, A., Naredo, J., Moreno, P., & Guardado, L. (2001). Electromagnetic transients in overhead lines considering frequency. Electrical Power and Energy Systems 23, 179-188.
- [10] Garcia, JL., Moreno, P. (2016). Aerial line model for power system electromagnetic transients simulation. IET Generation, Transmission & Distribution 10(7), pp. 1597–1604.