

EFEECTO DE FILTRADO EN LAS SEÑALES ELECTROCARDIOGRÁFICAS POR MEDIO DE LA APLICACIÓN DE FILTROS BASADOS EN MODELOS POLINOMIALES

*FILTERING EFFECT ON ECG SIGNALS THROUGH THE
APPLICATION OF FILTERS BASED ON POLYNOMIAL MODEL*

Carlos Mauricio Lastre Domínguez

Tecnológico Nacional de México / IT de Oaxaca
carlos.lastre@itoaxaca.edu.mx

Aldo Eleazar Pérez Ramos

Tecnológico Nacional de México / IT de Oaxaca
dr.aldo@itoaxaca.edu.mx

Rubén Doroteo Castillejos

Tecnológico Nacional de México / IT de Oaxaca
ruben.doroteo@itoaxaca.edu.mx

Roberto Tamar Castellanos Baltazar

Tecnológico Nacional de México / IT de Oaxaca
roberto.castellanos@itoaxaca.edu.mx

Víctor Manuel Jiménez Ramos

Tecnológico Nacional de México / IT de Oaxaca
victor.jimenezr@itoaxaca.edu.mx

Virginia Ortiz Méndez

Tecnológico Nacional de México / IT de Oaxaca
virginia.ortiz@itoaxaca.edu.mx

Recepción: 26/septiembre/2023

Aceptación: 20/diciembre/2023

Resumen

De acuerdo con la Organización Mundial de la Salud las enfermedades cardiovasculares (ECV) son la principal causa de muerte en todo el mundo. Por lo tanto, desde hace varias décadas se han diseñado e implementado estrategias para prevenir y/o controlar los factores de riesgo. Recientemente, se han propuesto dispositivos inteligentes que procesan señales de electrocardiografía (ECG) con el propósito de detectar enfermedades cardíacas. Sin embargo, la adquisición y

procesamiento de las señales de ECG sigue siendo un tema relevante porque las señales son afectadas por ruido eléctrico y artefactos de movimiento. Por lo tanto, se requieren filtros precisos para eliminar el ruido en estas señales. Este trabajo propone un estudio de aplicar filtros UFIR p-Shift y Savitzky-Golay (S-G) y filtros convencionales en señales ECG con ruido. Los resultados obtenidos indican un rendimiento superior de los filtros basados en modelos polinomiales en comparación con los filtros convencionales, evidenciado por valores promedio de error cuadrático medio de 12.64 y una desviación estándar de 1.49.

Palabras Clave: Estructuras UFIR, Filtro Savitzky-Golay, Señales ECG.

Abstract

According to the World Health Organization (WHO), cardiovascular diseases (CVD) are the leading cause of global mortality. As a result, comprehensive strategies have been devised and implemented over the course of several decades to prevent and/or manage risk factors associated with these conditions. Recently, there have been proposals for smart devices that process electrocardiography (ECG) signals to detect heart diseases. However, the acquisition and processing of ECG signals continue to pose significant challenges due to the interference of electrical noise and motion artifacts. Consequently, the implementation of accurate filters becomes imperative to eliminate noise from these signals. This research puts forth a study that explores the application of UFIR p-Shift and Savitzky-Golay (S-G) filters, as well as conventional filters, on ECG signals contaminated with noise. The findings obtained demonstrate that filters based on polynomial models exhibit superior performance in terms of mean squared error when compared to conventional filters with values 12.64 and a standard deviation of 1.49.

Keywords: ECG signals, Savitzky-Golay filter, UFIR filtering.

1. Introducción

El electrocardiograma (ECG) es un registro que representa la actividad eléctrica del corazón y con el análisis a detalle de este registro por parte de médicos especialistas, es posible detectar patologías cardíacas como las arritmias

[Goldberger, 2013]. La detección temprana de arritmias es crucial para predecir y prevenir ataques cardíacos, por lo que un correcto análisis de los ECG es fundamental para salvar vidas. Además, su implementación en sistemas embebidos biomédicos asequibles por la población impacta en la seguridad humana.

Las ondas P-QRS-T que componen la señal de ECG proporcionan información valiosa, y el complejo QRS juega un papel importante en la identificación de arritmias cardíacas [Punjabi, 2017]. Sin embargo, la precisión de la detección de arritmias puede verse comprometida por el ruido y por artefactos de movimiento, lo que puede dar lugar a diagnósticos incorrectos. Para abordar este problema, el preprocesamiento de las señales biomédicas es esencial. El preprocesamiento es un proceso ampliamente utilizado e indispensable para el análisis de señales de ECG, destinado a reducir el ruido y mejorar la calidad de la señal de ECG para garantizar una extracción de características adecuada que apoye en la determinación de diagnósticos confiables.

En la literatura reciente se ha propuesto el uso de filtros digitales basados en wavelets y filtros convencionales para reducir el ruido en las señales biomédicas digitalizadas con sistemas embebidos. Por ejemplo, en [Amri, 2016] se propone un método para procesar señales ECG aplicando técnicas basadas en transformadas wavelets con dispositivos inalámbricos IoT (del inglés Internet of Things) para monitorear el comportamiento del corazón. Otro trabajo propuesto por [Tripathy, 2023], propone la transformada wavelet adaptativa de dominio de Fourier-Bessel (FBDAWT) para la detección automática de etapas de ansiedad utilizando la señal del sensor de electrocardiograma (ECG) portátil de un solo canal. Los autores en [Basu, 2020], presentan una evaluación del desempeño de los filtros pasa bajas tipo Butterworth configurados con cuarto y octavo orden comparados con otros filtros tales como tipo Chebyshev.

El filtro propuesto por [Hou, 2023] aplica técnicas de inteligencia artificial fundamentadas en aprendizaje profundo para reducir el ruido asociado con señales ECG. También en [Kiranyaz, 2022] proponen la aplicación de redes neuronales generativas adversarias (del inglés *generative adversarial networks* GANs) para restauración ciega de señales ECG.

El trabajo en [Wasimuddin, 2020] se realiza un estudio general de las etapas de procesamiento de señales ECG para aplicar técnicas de aprendizaje máquina (del inglés *machine learning*). Otras técnicas están basadas en la descomposición de las señales ECG tales como la descomposición empírica dinámica propuesta por [Niyigena, 2022].

Los trabajos antes mencionados tienen beneficios notables, no obstante, tienen limitaciones asociadas a su estructura. En el caso de la transformada wavelet, encontrar una función wavelet madre y sus parámetros óptimos es un proceso que conlleva tiempo computacional. Para el caso de los filtros convencionales mencionados, la señal filtrada tiende a producir retrasos en el dominio del tiempo. Es una característica inherente en estos tipos de filtros. Finalmente, las aproximaciones basadas en aprendizaje profundo, a pesar de que pueden reducir el ruido de una señal, su eficiencia computacional aún no es suficiente comparada con otras técnicas de filtrado. Además, no se puede comprender explícitamente el proceso de filtrado de señal ECG utilizando técnicas de aprendizaje profundo. Por tal motivo, en este trabajo se propone un estudio sobre el efecto de los filtros con estructura UFIR basados en modelos polinomiales para reducir el ruido en las señales ECG. El cual son estructuras en las cuales se pueden desarrollar operaciones de convolución por medio de sus coeficientes representados en forma polinomial. Entre estos filtros se encuentran el filtro UFIR p-Shift [Shmaliy, 2022] y el filtro de Savitzky-Golay (SG) propuesto por Savitzky y Golay [Savitzky, 1964] y unas décadas más tarde se define de una manera más intuitiva en [Schafer, 2011]. Es importante mencionar que este trabajo es un estudio preliminar que busca las técnicas más apropiadas para reducir el ruido asociado a las señales ECG.

2. Métodos

Modelo polinomial para señales ECG

En este trabajo las señales de Electrocardiograma (ECG) se analizan en ventanas de muestras llamadas horizontes, tal y como se presenta en la figura 1. El inicio de cada horizonte se determina con la ecuación 1.

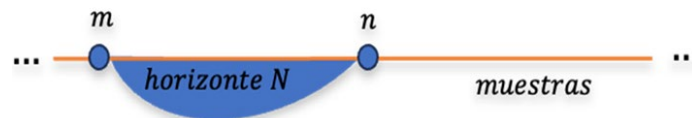
$$m = n - N + 1 \tag{1}$$

Donde:

m : Es el índice de la muestra inicial.

n : Es el índice de la muestra final.

N : Es el horizonte de muestras.



Fuente: elaboración propia.

Figura 1 Horizonte de muestras de la señal de ECG.

De acuerdo con lo anterior, es posible representar una señal de ECG por medio de ecuaciones en diferencias suponiendo un modelo lineal determinístico con coeficientes constantes, [Shmaliy, 2006], [Shmaliy, 2010]. Este tipo de modelos son conocidos como sistemas lineales invariantes en el tiempo. Considerando este modelo, la ecuación de estados se define como la ecuación 2.

$$x_n = Ax_{n+1} \quad (2)$$

Donde:

x_n : Es el vector de estado o del proceso de la muestra n .

x_{n+i} : Es el vector de estado o del proceso de la muestra $n + i$.

A : Es la matriz del sistema o transición.

En este trabajo la matriz A del sistema se define por la ecuación 3.

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & \tau i & \frac{(\tau i)^2}{2} & \dots & \frac{(\tau i)^{K-1}}{(K-1)!} \\ 0 & 1 & \tau i & \dots & \frac{(\tau i)^{K-2}}{(K-2)!} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \frac{(\tau i)^{K-3}}{(K-3)!} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde:

A_i : Es la matriz de transición o del proceso con índice i .

τi : Paso i que se determina por la frecuencia de muestreo de la señal ECG.

K : Es la representación del orden y define el tamaño de A .

Por ejemplo, si $K = 3$, la ecuación 3 quedaría como una matriz 3 x 3 indicada en la ecuación 4.

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & \tau_i & \frac{(\tau_i)^2}{2} \\ 0 & 1 & \tau_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Por otra parte, la ecuación de salida se expresa con la ecuación 5.

$$y_n = Hx_{n+1} + v_n \quad (5)$$

Donde:

y_n : Es la variable de medición de la señal de ECG.

H : Matriz de observación expresada como $H = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$.

v_n : Ruido con media cero y función de distribución de probabilidad desconocida.

Es importante mencionar que la ecuación 3 es una representación matricial de una serie de Taylor con la cual se puede modelar la señal asociada con la ecuación 2. Como se puede observar, la ecuación 2 hace parte del modelo de espacio de estado que no considera ruido, por tanto, cumple la propiedad llamada deadbeat explicada en [Shmaliy, 2022]. Esta propiedad hace parte de los estimadores UFIR, óptimo FIR y filtros basados en máxima verosimilitud (del inglés Maximum-Likelihood), la cual consideran una aproximación del ruido igual a cero en el modelo de espacio de estados. Con esta condición, despreciando el ruido, los estimadores mencionados anteriormente son estimadores determinísticos. Cabe aclarar que dicha condición determinista, se cumple para la estructura UFIR siempre y cuando se considere el horizonte óptimo N_{opt} de muestras. Es decir, el estimador es dependiente del horizonte óptimo el cual es capaz de reducir el error cuadrático medio (RMSE por sus siglas en inglés) considerablemente. Por lo tanto, para la estimación de la señal ECG, el estimador UFIR seguirá estimando la señal ante la existencia de variabilidades en su frecuencia cardiaca. Otra característica importante está asociada con la matriz de transición A determinada en la ecuación 3, dicha matriz

es constante en el tiempo. Esto indica que el modelo de la estructura UFIR es invariante en el tiempo. En este trabajo se considera $\tau = 1$. Además, se asume que la medición de la señal de ECG está afectada por ruido blanco Gaussiano con desviación estándar desconocida [Shmaliy, 2022]. Con las consideraciones antes mencionadas, se puede desarrollar un algoritmo que tenga un proceso recursivo y estime los estados del proceso similar al filtro de Kalman [Shmaliy 2017]. Este tipo de filtros también se pueden definir en estructuras polinomiales, con lo que se consigue una aproximación en forma de convolución donde los filtros tienen respuesta al impulso finito en forma polinomial.

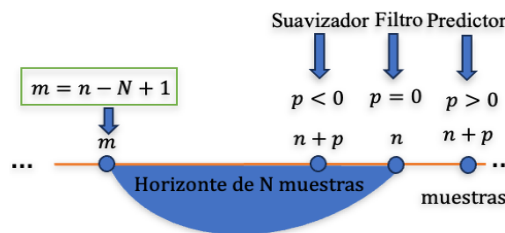
A continuación, se abordará sobre los filtros basados en modelos polinomiales: UFIR p-shift y filtro Savitzky-Golay (SG).

Filtro UFIR p-shift

Los filtros con estructura UFIR se han utilizado en investigaciones que abordan la estimación de señales de sistemas de posicionamiento global (GPS por sus siglas en inglés) [Shmaliy, 2022], estimación ciega asumiendo pérdida de información en redes de sensores inteligentes [Vazquez, 2017], reducción de ruido y estimación de las formas de ondas en señales biomédicas ECG [Lastre 2019] y EMG [Marquez, 2020]. A diferencia de los filtros óptimos como el filtro de Kalman, los filtros UFIR no necesitan información acerca del ruido y valores iniciales [Shmaliy, 2022]. Por lo tanto, el filtro UFIR es adecuado para procesamiento de señales donde no se consideran valores iniciales y solo se tiene información de la observación. El procesamiento de señales ECG reales es un ejemplo claro para aplicar adecuadamente el filtro UFIR. Debido a que desconocemos las características del ruido asociado a estas señales, solo se sabe que proviene de la suma de las diferencias de potencial producidas por los músculos del corazón. Por lo tanto, se desconoce un modelo apropiado para que reproduzca una trama de datos ECG considerando diferentes patologías. Lo único que se puede considerar son modelos matemáticos que producen una señal sintética aproximada a las formas de onda electrocardiográficas limitadas al ritmo sinusal normal [McSharry, 2023]. Aun así, estas señales son funcionales para efectos prácticos. En este trabajo, las señales

ECG sintéticas se consideran como señales de referencia. Entendido la utilidad del filtro UFIR en señales ECG, su funcionamiento se basa en la minimización del error cuadrático medio (MSE por sus siglas en inglés) por medio del uso de un horizonte óptimo de puntos N_{opt} (tamaño del número de muestras). En [Ramírez, 2014], se describe una metodología para determinar el horizonte óptimo en el sentido del error cuadrático medio o por medio del valor residual (esto cuando no se cuenta con señal de referencia).

Intuitivamente, en la figura 2 se describe la estructura UFIR sobre el intervalo $[m + p, n + p]$ para los casos de: suavizador con $p < 0$, filtrado $p = 0$ y predictor $p > 0$. Donde p se define como un retardo o delay. Para este trabajo se configuró la estructura UFIR como suavizador.



Fuente: elaboración propia.

Figura 2 Configuración de la estructura UFIR como suavizador, filtro y predictor.

La estimación de filtrado UFIR p-shift se puede definir mediante la ecuación 6.

$$\hat{x}_{n|n-p_n} = \sum_{k=p}^{N-1+p} h_n^{(i)}(p) y_{n-k} \quad (6)$$

Donde:

$\hat{x}_{n|n-p_n}$: Es la estimación de la señal.

$h_n^{(i)}$: Es la respuesta al impulso de grado polinomial.

y_{n-k_n} : Es la medición de la señal ECG.

Los coeficientes de $h_n^{(i)}(p)$ más utilizados son: uniforme, rampa y cuadrático. La respuesta al impulso para una función FIR uniforme es un promedio simple y se puede observar en la ecuación 7.

$$h_k^{(0)} = a_{ji} = a_{00} = \frac{1}{N} \quad (7)$$

Donde:

a_{ij} : Es el coeficiente asociado a las respuestas al impulso polinomiales,

N : Es el horizonte de muestras presentado en la figura 1.

La representación de forma uniforme del filtro UFIR también se puede configurar como el filtro promedio móvil. Para el caso de la función FIR con coeficiente tipo rampa se define con las ecuaciones 8, 9 y 10.

$$h_k^{(1)} = a_{01} + a_{11}k \quad (8)$$

$$a_{01} = \frac{2}{N(N^2 - 1)} \{ (2N - 1)(N - 1) + 6p(N - 1 + p) \} \quad (9)$$

$$a_{11} = \frac{6(N - 1 + 2p)}{N(N^2 - 1)} \quad (10)$$

La función FIR con coeficiente cuadrático se expresa con las ecuaciones 11 a 14.

$$h_k^{(2)} = a_{02} + a_{12}k + a_{22}k^2 \quad (11)$$

$$a_{02} = \frac{3}{N(N^4 - 5N^2 + 4)} \left\{ \begin{array}{l} [3N^4 - 12N^3 + 17N^2 - 12N + 4] + \dots \\ \dots + [12(N - 1)(2N^2 - 5N + 2)p] \end{array} \right\} \quad (12)$$

$$a_{12} = \frac{-18}{N(N^4 - 5N^2 + 4)} \left\{ \begin{array}{l} [2N^3 - 7N^2 + 7N - 2] + \dots \\ \dots + [2(7N - 15N + 7)p] + \dots \\ \dots + [30(N - 1)p^2 + 20p^3] \end{array} \right\} \quad (13)$$

$$a_{22} = \frac{30[2N^2 - 3N + 6(N - 1)p + 6p^2]}{N(N^4 - 5N^2 + 4)} \quad (14)$$

Analizando lo antes presentado, se puede observar que la ecuación 6 es una representación de convolución en tiempo discreto determinado por coeficientes polinomiales de grado i y que, a su vez, dependen de p y N . Con dicha expresión, se estima la señal ECG, la cual es dependiente de un horizonte o tamaño de ventana N cuando tenemos una señal. En este trabajo, seleccionamos un p óptimo determinado por la ecuación 15.

$$p = \frac{N - 1}{2} - \sqrt{\frac{N^2 - 1}{12}} \quad (15)$$

Filtro Savitzky-Golay (SG)

El filtro Savitzky-Golay (SG) propuesto por Savitzky [Savitzky, 1964] puede considerarse como un caso especial del filtro de suavizado UFIR. La estimación suavizada basada en la convolución con un retraso se define con la ecuación 16.

$$p = -\frac{N-1}{2} \quad (16)$$

La estimación del filtro SG es definida por la ecuación 17. Donde φ_n .

$$\tilde{s}_{k|k+\frac{N-1}{2}} = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \varphi_n y_{k-n} \quad (17)$$

El φ_n es el coeficiente de convolución, determinado por el método de los mínimos cuadrados, cuyo objetivo es determinar sistemas de polinomios comúnmente de bajo grado para extraer la función de respuesta de impulso finita $h_n^{(i)}(-q)$.

El filtro SG sigue las siguientes restricciones:

- Para garantizar cálculos precisos, la longitud del horizonte N siempre debe ser un número impar. Si se usa un número par, los límites de la suma incluirían valores fraccionarios, lo cual no es deseable.
- Si bien el retraso fijo generalmente se establece como $q = \frac{(N-1)}{2}$, es importante tener en cuenta que las diferentes aplicaciones pueden requerir valores de retraso alternativos. El retraso óptimo puede no ser necesariamente igual a este valor predeterminado.
- Es importante mencionar que el filtro de suavizado UFIR explicado, extiende la funcionalidad del filtro SG para $N > 1$ arbitrarios y retrasa $0 < q < N - 1$. Sin embargo, en el caso específico de un N impar y $q = \frac{(N-1)}{2}$, el filtro UFIR corresponde al filtro SG.

3. Resultados

Procedimiento general del trabajo propuesto

En la figura 3 se describe un esquema del desarrollo del análisis de efecto del filtrado en señales ECG bajo diferentes técnicas de preprocesamiento.

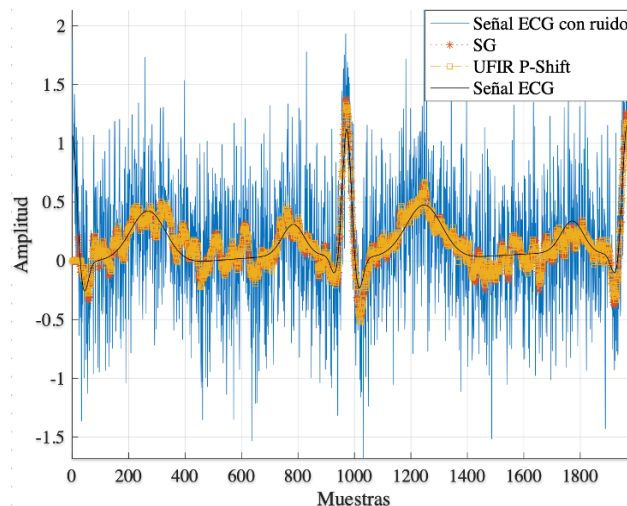


Fuente: elaboración propia.

Figura 3 Metodología general del estudio propuesto para señales de ECG.

Este esquema general está constituido por seis etapas. En la primera etapa se utiliza una señal ECG sintética con las características descritas en [McSharry, 2003]. La etapa 2 hace referencia a una señal ECG con ruido AWGN (del inglés additive white Gaussian noise) asociado con una potencia de -20 db a 10 dB. En la etapa siguiente, se aplican filtros suavizadores UFIR y SG a la señal con ruido. Para efectos prácticos, la ecuación 6 y 17 se consideraron para el desarrollo del filtro UFIR y SG sobre una señal ECG sintética con niveles de ruido AWGN asociado a las potencias en decibeles anteriormente descritas. En este trabajo se consideró el horizonte $N = 41$ y un p determinado por las ecuaciones 15 y 16. Las características del equipo de cómputo utilizado para la implementación y análisis de resultados Apple M2, 8 GB RAM con MATLAB 2019.

En la figura 4 se presenta un pulso de señal ECG sintética (línea continua de color negro), la señal ECG con ruido (línea continua de color azul) y señales filtradas con UFIR (línea discontinua de color amarillo) y filtro SG (línea discontinua de color rojo). Se puede apreciar en dicha figura el efecto de suavización de los filtros evaluados.



Fuente: elaboración propia.

Figura 4 Estimación de las señales ECG aplicando técnicas UFIR y SG.

Evaluación del desempeño de filtros polinomiales y clásicos

La estimación de la señal ECG por parte de los filtros estudiados se compara en términos de RMSE. El error cuadrático medio se determina por la ecuación 18.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=0}^L (\tilde{x}_i - y_i)^2} \quad (18)$$

Donde:

\tilde{x}_i : Muestra de señal ECG estimada por los filtros,

y_i : Muestra señal de referencia ECG,

L : Tamaño de las muestras.

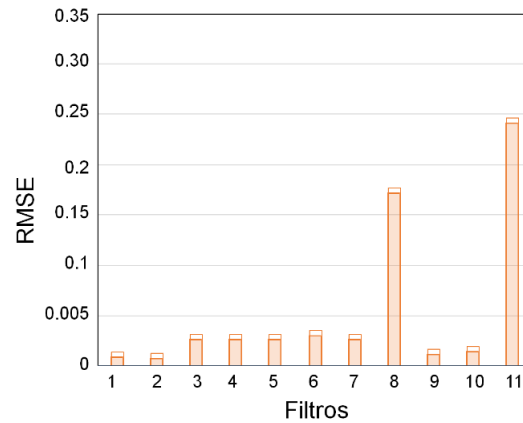
En la tabla 1 se presentan los resultados obtenidos al realizar 1000 veces un proceso de estimación utilizando la métrica RMSE expresada en la ecuación 18. La información presentada en la tabla 1 contiene un identificador del filtro analizado, el tipo de filtro, un valor promedio y la desviación estándar. Es importante mencionar que se utilizaron los filtros basados en waveletes Daubechies 6 (db6), Symlet (Sym4), Biorthogonal (Bior2.2), Coiflets (Coif2). Además, también se utilizaron otros tipos de filtros conocidos, pasa bajas, pasa banda y rechaza banda (Notch).

Tabla 1 Promedio y desviación estándar del desempeño de los filtros analizados.

Id	Filtro	Promedio	Desviación estándar
1	SG	13.9	1.65
2	UFIR p-Shift	12.64	1.49
3	db6	31.56	2.82
4	db14	31.55	2.85
5	Sym4	31.54	2.87
6	Bior2.2	35.26	3.1899
7	Coif2	31.55	2.84
8	Pasa banda	176.76	120.68
9	Pasa bajas	16.41	1.83
10	Filtro de media	18.81	2.18
11	Filtro rechaza banda	246.9	8.30

Fuente: elaboración propia.

En la figura 5 se presenta en un gráfico de barras del valor de RMSE obtenido al aplicar la ecuación 18, en donde, el eje vertical representa el valor de RMSE obtenido y el eje horizontal el tipo de filtro y características presentadas en tabla 1.

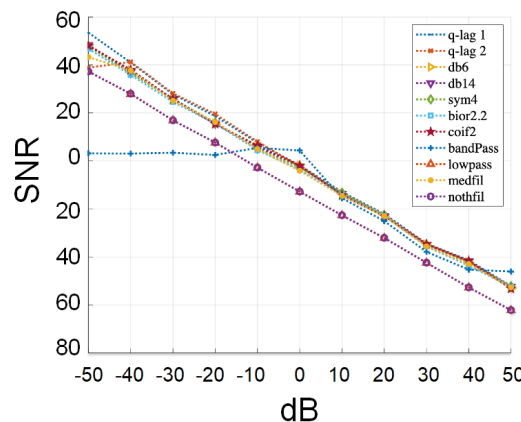


Fuente: elaboración propia.

Figura 5 Estimación de las señales ECG aplicando técnicas UFIR y SG.

Análisis de Relación Señal a Ruido (SNR)

El análisis de SNR con respecto al nivel de ruido asociado a las señales ECG se realiza para determinar el comportamiento de la salida de cada uno de los estimadores. En la figura 6, se describe un panorama general del comportamiento de los filtros en términos de la variación del ruido dentro del intervalo -50 dB a 50 dB.



Fuente: elaboración propia.

Figura 6 SNR de los estimadores con respecto a la variación del nivel del ruido en dB.

4. Discusión

Los filtros basados en modelos polinomiales tales como el filtro Savitzky-Golay y el UFIR p-Shift proporcionan buenos desempeños comparados con técnicas basadas en otros enfoques.

Detalladamente, en el análisis del error cuadrático medio (RMSE) hay una diferencia visible en el desempeño por parte de los modelos polinomiales respecto a otras técnicas de filtrado. También, es importante resaltar el hecho de que los filtros propuestos tienen un comportamiento similar a la naturaleza del filtro pasa bajas convencional, lo cual se puede observar en el análisis de señal a ruido (SNR). Indiscutiblemente, bajo este escenario de simulación, los resultados demuestran que los filtros polinomiales son estables ante la perturbación producida por el ruido aleatorio. Cabe mencionar, bajo el estudio propuesto, el análisis de los filtros basados en modelos polinomiales se desarrolla en el dominio del tiempo. Esto conlleva la conveniencia de trabajar con estas aproximaciones sin la necesidad de manipular modelos matemáticos complejos, tales como los basados en espacio de tiempo y frecuencia. Los filtros basados en polinomios tienen parámetros fijos, en este caso el horizonte o ventana N . Esta característica es importante cuando el ruido proviene de una fuente con frecuencias altas. Sin embargo, cuando ocurren cambios rápidos en el dominio del tiempo de las señales ECG, en la región cercana al complejo QRS, si se mantiene el parámetro N se va a producir un sesgo. Este sesgo de estimación ocurre precisamente cuando el nivel de ruido asociado a la señal ECG es bajo, es decir, entre -50 dB a -20 dB aproximadamente. A pesar de esto, existe una gran oportunidad de hacer que estos filtros sean más robustos mediante la incorporación de parámetros variables y adaptativos que puedan ajustarse automáticamente a los cambios naturales en la señal cardiaca. Esta posibilidad plantea un desafío emocionante para futuras investigaciones, ya que podría mejorar significativamente la capacidad de los filtros para lidiar con diversas condiciones y escenarios en el análisis de señales ECG, potenciando así su utilidad en aplicaciones clínicas y diagnósticos más precisos.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto un estudio sobre el desempeño de los filtros basados en modelos polinomiales, tales como SG y el filtro UFIR p -shift, en comparación con otros enfoques que incluyen wavelets y filtros convencionales, como los filtros pasa bajas, pasa banda y suprime banda.

Los resultados obtenidos revelan la superioridad en el rendimiento de los filtros SG y los filtros p-shift en la estimación de señales ECG, lo que sugiere su utilidad y eficacia en aplicaciones clínicas y diagnósticos cardíacos. Es importante destacar que estos resultados abren una puerta hacia futuras investigaciones y aplicaciones prácticas. Como trabajo futuro, se planea implementar los filtros basados en modelos polinomiales en dispositivos programables de bajo costo que sean capaces de procesar señales ECG reales en tiempo real. Este enfoque tiene como objetivo reducir aún más el ruido presente en las señales y extraer características relevantes que puedan ser utilizadas para la detección temprana de anomalías cardíacas y la monitorización continua de la salud del corazón. Además, se pretende explorar la posibilidad de adaptar los parámetros de los filtros de modelos polinomiales de manera automática y adaptable para hacer frente a las variaciones naturales en las señales ECG, especialmente en situaciones donde el nivel de ruido es bajo. Este desafío promete mejorar la robustez y la capacidad de adaptación de estos filtros, lo que podría llevar a una mayor precisión en el diagnóstico de enfermedades cardíacas. Asimismo, se considera fundamental realizar pruebas y validaciones adicionales en entornos clínicos y de diagnóstico médico para evaluar la efectividad y la confiabilidad de los filtros propuestos en situaciones del mundo real. Esto incluirá la colaboración con profesionales de la salud y la recolección de datos de pacientes reales, lo que permitirá verificar la aplicabilidad clínica de los filtros de modelos polinomiales.

Por último, se contempla la posibilidad de ampliar este estudio para abordar otras áreas de la medicina y la biología donde el procesamiento de señales sea esencial, como la detección de patologías en otras áreas del cuerpo o la monitorización de funciones vitales en tiempo real. Esta expansión podría tener un impacto significativo en diversos campos médicos y mejorar la calidad de atención médica que se brinda a los pacientes.

6. Bibliografía y Referencias

- [1] Amri, M. F., Rizqyaan, M. I., & Turnip, A. (2016). ECG signal processing using offline-wavelet transform method based on ECG-IoT device. 3rd International

- Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE), 1–6.
- [2] Basu, S., & Mamud, S. (2020). Comparative Study on the Effect of Order and Cut off Frequency of Butterworth Low Pass Filter for Removal of Noise in ECG Signal. 2020 IEEE 1st International Conference for Convergence in Engineering (ICCE), 156–160.
- [3] Goldberger A. (2013). Goldberger's clinical electrocardiography: a simplified approach. Elsevier, 8th, Philadelphia.
- [4] Hou, Y., Liu, R., Shu, M., Xie, X., & Chen, C. (2023). Deep Neural Network Denoising Model Based on Sparse Representation Algorithm for ECG Signal. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 72, 1–11.
- [5] Kiranyaz S. et al., (2022) Blind ECG Restoration by Operational Cycle-GANs, in *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 69, no. 12, pp. 3572-3581.
- [6] Lastre-Dominguez, C., Shmaliy, Y. S., Ibarra-Manzano, O., & Vazquez-Olguin, M. (2019). Denoising and features extraction of ecg signals in state space using unbiased fir smoothing. *IEEE Access*, 7, 152166–152178.
- [7] Márquez-Figueroa, S., Shmaliy-Yuriy S., & Ibarra-Manzano, O. (2020) Optimal extraction of EMG signal envelope and artifact removal assuming colored measurement noise, *Biomedical Signal Processing and Control*, 57
- [8] McSharry, P. E., Clifford, G., Tarassenko D. L., & Smith L. A. (2003). "A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals," in *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 50, no. 3, pp. 289-294, doi: 10.1109/TBME.2003.808805.
- [9] Niyigena, H. et al., (2022). Analysis of ECG Signals by Dynamic Mode Decomposition," in *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 26, no. 5, pp. 2124-2135.
- [10] Punjabi, N. P., Sahdev, N., & Punjabi, P. P. (2017). Book review: Goldberger's Clinical Electrocardiography. 9 th Edition. A Simplified Approach. *Perfusion*, 32(8), 709–709.
- [11] Savitzky, A. & Golay, M. J. (1964). *Analytical Chemistry* 36 (8), 1627-1639.

- [12] Ramirez-Echeverria, F., Sarr, A., & Shmaliy, Y. S. (2014). Optimal memory for discrete-time FIR filters in state-space. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(3), 557–561.
- [13] Schafer, R. (2011). What Is a Savitzky-Golay Filter? [Lecture Notes]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 28(4), 111–117.
- [14] Shmaliy, Y. S. (2006). An unbiased FIR filter for TIE model of a local clock in applications to GPS-based timekeeping. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 53(5), 862–869.
- [15] Shmaliy, Y. S., & Morales-Mendoza, L. J. (2010). FIR smoothing of discrete-time polynomial signals in state space. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(5), 2544–2555.
- [16] Shmaliy, Y., & Zhao, S. (2022). *Optimal and Robust State Estimation: Finite Impulse Response and Kalman Approaches*. John Wiley & Sons, Inc – IEEE Press, Hoboken, NJ.
- [17] Shmaliy, Y. S., S. Zhao & C. K. Ahn, (2017), Unbiased Finite Impulse Response Filtering: An Iterative Alternative to Kalman Filtering Ignoring Noise and Initial Conditions, in *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 37, no. 5, pp. 70-89, Oct. doi: 10.1109/MCS.2017.2718830.
- [18] Tripathy, R. K., Dash, D. K., Ghosh S. K. & Pachori R. B., (2023) Detection of Different Stages of Anxiety From Single-Channel Wearable ECG Sensor Signal Using Fourier–Bessel Domain Adaptive Wavelet Transform, in *IEEE Sensors Letters*, vol. 7, no. 5, pp. 1-4, Art no. 7002304.
- [19] Vazquez-Olguin, M., Seemenovich Shmaliy, Y., Ki Ahn, C., & Ibarra-Manzano, O. G. (2017). Blind Robust Estimation With Missing Data for Smart Sensors Using UFIR Filtering. *IEEE Sensor Journal*, 17(January), 1819–1827.
- [20] Wasimuddin, M., Elleithy K., Abuzneid A. -S., Faezipour M. & Abuzaghle O., (2020) Stages-Based ECG Signal Analysis From Traditional Signal Processing to Machine Learning Approaches: A Survey, in *IEEE Access*, vol. 8, pp. 177782-177803.