

APLICACIÓN DEL MÉTODO NOBA PARA LA GENERACIÓN DE DISEÑOS FRACCIONADOS DE DOS NIVELES

APPLICATION OF THE NOBA METHOD FOR THE GENERATION OF TWO-LEVEL FRACTIONAL DESIGNS

Alfredo Domínguez Sánchez

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México
alfredo.itcelaya@gmail.com

Armando Javier Ríos Lira

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México
armando.rios@itcelaya.edu.mx

Moisés Tapia Esquivias

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México
moises.tapia@itcelaya.edu.mx

José Antonio Vázquez López

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México
antonio.vazquez@itcelaya.edu.mx

Recepción: 20/noviembre/2021

Aceptación: 5/abril/2022

Resumen

El diseño de experimentos es crucial en la optimización de un proceso, en ocasiones el diseño puede tener muchos factores para analizar, así que se utiliza un diseño factorial fraccionado, que permite analizar una fracción del diseño completo. El método NOBA es un método diseñado para fraccionar diseños de niveles mixtos. El propósito de esta investigación es verificar si es factible generar diseños fraccionados de dos niveles mediante la aplicación del método NOBA y compararlos con diseños factoriales fraccionados de dos niveles. Primero se seleccionaron los diseños fraccionados de dos niveles a los cuales se les aplica el método NOBA, se muestra un ejemplo aplicado del método para el diseño 2^{5-1} y finalmente con el criterio D-óptimo escalado comparamos los diseños.

Palabras Clave: Diseño de experimentos, diseño fraccionado, diseño de dos niveles, método NOBA.

Abstract

The design of experiments is crucial in the optimization of a process, sometimes the design may have many factors to analyze, so a fractional factorial design is used, which allows to analyze a fraction of the full design. The NOBA method is a method designed to fractionate mixed-level designs. The purpose of this research is to verify whether it is feasible to generate two-level fractional designs by applying the NOBA method and to compare them with two-level fractional factorial designs. First, the two-level fractional designs to which the NOBA method is applied were selected, then an example of the method applied to the 2^{5-1} design is shown, and finally, using the scaled D -optimal criterion, the designs are compared.

Keywords: *Design of experiments, fractional design, two-level design, NOBA method.*

1. Introducción

El uso del diseño de experimentos es una herramienta que permite entender y optimizar procesos. Actualmente, cuando se desea reducir los efectos negativos en un producto o un proceso, la mayoría de los elementos que lo constituyen son costosos [Maldonado, Ríos, & Jiménez, 2020].

En general, los experimentos se utilizan para estudiar el rendimiento de los procesos y sistemas. Normalmente se puede visualizar el proceso como una combinación de operaciones, máquinas, métodos, personas y otros recursos que transforman una entrada (a menudo un material) en una salida que tiene una o más variables de respuesta observables [Montgomery, 2012]. En el campo de la industria es frecuente hacer experimentos o pruebas con la intención de resolver un problema o comprobar una idea (conjetura, hipótesis); por ejemplo, hacer algunos cambios en los materiales, métodos o condiciones de operación de un proceso, probar varias temperaturas en una máquina hasta encontrar la que da el mejor resultado o crear un nuevo material con la intención de lograr mejoras o eliminar algún problema [Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008]. El diseño de experimentos es aquel que se refiere al proceso de planificar, diseñar y analizar el experimento para poder extraer conclusiones válidas y objetivas de manera eficaz y eficiente [Antony, 2003].

Diseño de experimentos con dos niveles

El diseño de experimentos con dos niveles es aquel que toma en cuenta todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores, es en este donde se consideran todos los tratamientos del diseño.

Para ilustrar, el ejemplo más sencillo de un diseño factorial sería un diseño de 2^2 un diseño con dos factores, cada uno con dos niveles. Este diseño casi nunca se utilizaría en la práctica, pero tiene un valor ilustrativo considerable debido a su simplicidad. En general, los diseños factoriales se representan con la forma s^k , donde s denota el número de niveles y k denota el número de factores. Cuando $s=2$, los dos niveles suelen denominarse "alto" y "bajo" si el factor es cuantitativo, como la temperatura [Ryan, 2007]. Por ejemplo, el tratamiento a significaría que el factor A está en el nivel alto y el factor B en el nivel bajo tal como se muestra en tabla 1. En un diseño 2^2 existen 4 combinaciones de niveles, los niveles bajos se colocan como -1 y los niveles altos como 1.

Tabla 1 Disposición del diseño 2^2 .

Combinación del tratamiento	A	B	AB
-1	-1	-1	1
a	1	-1	-1
b	-1	1	-1
ab	1	1	1

Fuente: Adaptada de [Ryan,2007]

Diseños Factoriales Fraccionados con dos niveles

Entre más factores existan en un diseño con dos niveles mayor será el número de corridas o tratamientos que tendrá que llevar a cabo el experimentador, cuando utilizas datos de un simulador o donde no tienes que realizar cambios en máquinas y procesos, no se incurre en un costo elevado al realizarlos, sin embargo en la práctica es difícil encontrar la manera de realizar un diseño con un alto número de factores a un bajo costo, es aquí donde entra el diseño factorial fraccionado, o métodos de fraccionamiento como el método NOBA (Near orthogonal balanced arrays). Necesitamos un diseño que conserve tantas ventajas como sea posible de los diseños factoriales pero que no utilice todas las combinaciones a nivel de factor.

Un diseño factorial fraccionario es una modificación de un factorial estándar que permite obtener información en los efectos principales y las interacciones de bajo orden sin tener que llevar a cabo un diseño factorial completo [Oehlert, 2010].

Método NOBA

Es un método diseñado para generar fraccionamientos en diseños de niveles mixtos, este tipo de diseños se caracterizan por tener un gran número de tratamientos al ser combinaciones de niveles, utiliza una tabla de vectores permutados y crea un orden de segmentos y posiciones que se utilizan para seleccionar los tratamientos para crear el fraccionamiento.

Los métodos para generar diseños fraccionarios de nivel mixto utilizan algoritmos complejos y técnicas de programación y consumen mucho tiempo de computación. El método NOBA utiliza reglas simples para crear unos diseños de niveles mixtos fraccionarios equilibrados casi ortogonales [Pantoja, Ríos, & Tapia, 2019]. Una de las mayores ventajas que propone el método NOBA es que no utiliza una programación compleja para crear las fracciones a los diseños de niveles mixtos. En los diseños de dos niveles existen generadores y criterios que permiten fraccionar sin utilizar una programación compleja, también existen múltiples programas para realizar este tipo de diseños, los diseños de dos niveles son los más utilizados en la industria, a diferencia de los diseños de niveles mixtos, otra de las ventajas es el tiempo de computación, en los diseños de niveles mixtos es alto, sin embargo con el método NOBA solo basta aplicar el método.

Para determinar su aplicabilidad, el método NOBA se aplicó a una amplia variedad de casos. Los resultados mostraron que en la mayoría de los casos el método puede ser aplicado y sólo un pequeño porcentaje de los diseños que fueron analizados son infraccionables. Los diseños infraccionables son más probables de ocurrir cuando tenemos tres factores [Pantoja, Ríos, & Tapia, 2019].

Criterio D-Optimalidad

El diseño D-óptimo emplea un criterio de selección de puntos de diseño que resulta en la minimización del volumen de la región de confianza conjunta de los

coeficientes de regresión. Estas técnicas no siempre garantizan un óptimo global, pero la eficiencia una métrica que cuantifica la calidad de un diseño óptimo, en términos del mejor diseño posible es informada por los programas informáticos [Montgomery, 2012]. Design expert es un programa que permite obtener diferentes métricas para comparar los diseños que se obtuvieron utilizando el método NOBA, se quiere comprobar si el diseño generado utilizando el método NOBA nos da mejores resultados que un diseño fraccionado de dos niveles, de manera que se pueda utilizar como una alternativa a la hora de fraccionar estos diseños, para esto se utilizara en el criterio D-óptimo. El criterio D establece que entre todas las matrices que se pueden elegir de la matriz de puntos candidatos es óptima aquella que conduce a una matriz modelo X que minimiza el determinante de la llamada matriz de dispersión $(X'X)^{-1}$ [de Aguiar, Bourguignon, Khots, Massart & Phan-Than Luu, 1995].

2. Métodos

Para la investigación se busca comprobar si se pueden generar diseños fraccionados de dos niveles mediante el uso del método NOBA y compararlos.

Etapa 1: Selección de diseños a generar

Para el uso del método NOBA se seleccionaron los diseños fraccionados de dos niveles más comunes y posibles desde 2^3 hasta el diseño 2^9 , lo cual nos da un total de 20 diseños a generar y comparar, se utilizará el método NOBA usando el valor de los segmentos de manera que se obtenga el mismo número de corridas que los diseños seleccionados, los cuales se muestran en la tabla 2.

Tabla 2 Diseños fraccionados a generar y comparar.

Diseño de dos niveles						
2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9
2^{3-1}	2^{4-1}	2^{5-2}	2^{6-3}	2^{7-4}	2^{8-4}	2^{9-5}
		2^{5-1}	2^{6-2}	2^{7-3}	2^{8-3}	2^{9-4}
			2^{6-1}	2^{7-2}	2^{8-2}	2^{9-3}
				2^{7-1}	2^{8-1}	2^{9-2}
						2^{9-1}

Fuente: Elaboración propia.

Etapa 2: Plantear el Diseño

Se selecciona el diseño como ejemplo del método utilizado para resolver todos los diseños y la consideración que se hizo al ser un método diseñado para niveles mixtos mediante el algoritmo del método NOBA usado en [Pantoja, Ríos, & Tapia, 2019]. El diseño 2^5 es un diseño que cuenta con 32 corridas en su diseño completo, al seleccionar el fraccionamiento 2^{5-1} se busca obtener la mitad de las corridas es decir 16, en el método NOBA el fraccionamiento se selecciona mediante el valor s que es el factor divisor es decir en cuantos segmentos queremos dividir la fracción, para que el diseño se pueda fraccionar se deben cumplir con las dos condiciones que se muestran en tabla 3 donde debe ser mayor, ya que si s no es mayor al mínimo común múltiplo no se puede fraccionar.

Tabla 3 Tabla de información del diseño 2^{5-1} .

Diseño	2^5
Numero de corridas	32
Fraccionamiento	2^{5-1}
Corridas Fraccionamiento	16
mínimo común múltiplo	2
s	16
$s \geq \text{Efectos} + 1 + \text{error}$	SI
$s \geq \text{MCM}$	SI
p	2
m	8
¿Existe rotación?	SI

Fuente: Elaboración propia.

En algunos diseños fue necesario el uso de la rotación, es decir, cuando los valores de p y m no coincidían con el número de corridas disponibles, por ejemplo, en este diseño solo se tienen 2 corridas por segmento s , sin embargo, p y m daba valores 3, se debía seleccionar la corrida 3 la cual no existe, se procede a rotar el valor de 3 a 1 y en otros diseños aparecía un 4 así que se rota a un 2. De igual manera en algunos diseños se obtenían valores de m muy grandes que sobrepasan el valor de la tabla de permutación, por lo que al terminar el valor de m de la tabla se volvía a utilizar desde el principio, cuando por el contrario se obtiene un valor p muy grande, se utiliza el bloque de valores inferior como en el método.

Etapa 3: Generar diseño

Se seleccionan los corridas o tratamientos que indican los valores p y m como se muestra en la tabla 4. Se genera el diseño fraccionado con los tratamientos seleccionados, los tratamientos seleccionados fueron, 2, 3, 5, 8, 9, 11, 13, 15, 18, 19, 21, 24, 26, 27, 29, 32 tal como en la tabla 5.

Tabla 4 Selección de corridas para el fraccionamiento 2^{5-1} .

Tratamientos	Factor divisor	32	16	8	4	2
	Nivel	2	2	2	2	2
		A	B	C	D	E
1	1	-1	-1	-1	-1	-1
2	2	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	1	-1	-1	-1
4	2	1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	-1	-1
6	2	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1
8	2	1	1	1	-1	-1
9	1	-1	-1	-1	1	-1
10	2	1	-1	-1	1	-1
11	1	-1	1	-1	1	-1
12	2	1	1	-1	1	-1
13	1	-1	-1	1	1	-1
14	2	1	-1	1	1	-1
15	1	-1	1	1	1	-1
16	2	1	1	1	1	-1
17	1	-1	-1	-1	-1	1
18	2	1	-1	-1	-1	1
19	1	-1	1	-1	-1	1
20	2	1	1	-1	-1	1
21	1	-1	-1	1	-1	1
22	2	1	-1	1	-1	1
23	1	-1	1	1	-1	1
24	2	1	1	1	-1	1
25	1	-1	-1	-1	1	1
26	2	1	-1	-1	1	1
27	1	-1	1	-1	1	1
28	2	1	1	-1	1	1
29	1	-1	-1	1	1	1
30	2	1	-1	1	1	1
31	1	-1	1	1	1	1
32	2	1	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5 Diseño fraccionado 2^{5-1} .

Tratamiento	Factores				
	A	B	C	D	E
1	1	-1	-1	-1	-1
2	-1	1	-1	-1	-1
3	-1	-1	1	-1	-1
4	1	1	1	-1	-1
5	-1	-1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	1	-1
7	-1	-1	1	1	-1
8	-1	1	1	1	-1
9	1	-1	-1	-1	1
10	-1	1	-1	-1	1
11	-1	-1	1	-1	1
12	1	1	1	-1	1
13	1	-1	-1	1	1
14	-1	1	-1	1	1
15	-1	-1	1	1	1
16	1	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Etapa 4: Evaluación del diseño

El diseño se introduce al software DesignExpert el cual permite obtener métricas sobre el diseño, se selecciona primeramente el diseño fraccionado que se busca evaluar y se acomodan los tratamientos en modo estándar, lo que nos permite sustituir nuestro diseño y poder evaluarlo, además se realizan los diseños factoriales fraccionados de dos niveles para obtener sus métricas y poder compararlos.

3. Resultados

Los resultados obtenidos se muestran en dos tablas los datos fueron generados mediante el uso de DesignExpert, donde se calculan cada uno de los 20 diseños y donde también se evaluaron también los diseños factoriales fraccionados.

Se muestran algunas métricas tales como, la eficiencia G, el criterio D-óptimo escalado, la I (Cuboidal), el número de condición de matriz de coeficiente, y la varianza máxima, mínima y promedio, además se colocaron en la tabla los diseños que no cumplieron con una condición del experimento, los resultados de los diseños se muestran en la tabla 6. Los resultados de los diseños factoriales fraccionados se muestran en la tabla 7.

Tabla 6 Resultados diseños de dos niveles generados con método NOBA.

	Número de Condición de Matriz de Coeficiente	Varianza Máxima Media	Promedio Varianza Media	Varianza mínima Media	G Eficiencia	Criterio D-óptimo escalado	Determinante de (X'X) ⁻¹	Traza de (X'X) ⁻¹	I (Cuboidal)
2 ³⁻¹	No se cumple una condición.								
2 ⁴⁻¹	5.82843	2.5	0.486526544	0.12539655	30	1.25992105	1.52588E-5	1.25	0.48611
2 ⁵⁻²	5.82843	1.75	0.388064365	0.125	50	1.10408951	9.53674E-7	1.125	0.38889
2 ⁵⁻¹	29.9666	7.875	0.643953644	0.08289653	11.904762	1.38191288	1.11022E-16	2.6875	0.64583
2 ⁶⁻³	1	0.625	0.263696635	0.125	100	1	3.05176E-5	0.625	0.26389
2 ⁶⁻²	34.3504	10.6666667	0.681354745	0.11314979	7.03125	1.49446988	4.40967E-13	2.3712	0.68519
2 ⁶⁻¹	32.1567	7.1875	0.413567419	0.08169745	11.304348	1.41421356	6.01853E-36	2.1875	0.41609
2 ⁷⁻⁴	No se cumple una condición.								
2 ⁷⁻³	13.9282	3.625	0.489874654	0.11556703	17.241379	1.31950791	1.45519E-11	1.375	0.48611
2 ⁷⁻²	411.411	81	2.460754512	0.10138598	1.0030864	1.97919103	3.75648E-32	11.688	2.39385
2 ⁷⁻¹	379.233	36.1875	0.728539988	0.04394531	2.6338515	1.57542132	7.31512E-99	7.1797	0.71947
2 ⁸⁻⁴	1	0.5	0.166693978	0.0625	100	1	2.32831E-10	0.5	0.16667
2 ⁸⁻³	221.89	34.945356	1.349395973	0.0663934	1.9673573	1.5374881	9.92109E-30	5.1103	1.36247
2 ⁸⁻²	1965483	95964.9245	1754.106717	0.10326884	0.0009932	2.35213117	3.03512E-88	12168	1754.69
2 ⁸⁻¹	924.411	78.4254201	0.837421474	0.04236642	1.0559395	1.57635361	3.86393E-203	10.219	0.84451
2 ⁹⁻⁵	1	0.5	0.166280476	0.0625	100	1	2.32831E-10	0.5	0.16667
2 ⁹⁻⁴	23.5576	3.09285714	0.489084645	0.0663168	17.176674	1.27044709	1.51256E-24	1.3777	0.48991
2 ⁹⁻³	511.141	37.8219912	1.829977496	0.0836459	1.7351017	1.75477071	2.4986E-66	7.7262	1.81994
2 ⁹⁻²	1.1E+07	439073.446	2066.305873	0.06027966	0.0002046	2.1139378	1.13882E-205	30622	2093.81
2 ⁹⁻¹	1024.14	64.9301994	0.469467335	0.02016417	1.431826	1.64065063	1.02973E-522	9.4575	0.47066

Fuente: Elaboración propia adaptada de DesignExpert.

Tabla 7 Resultados diseños factoriales fraccionados de dos niveles.

	Número de Condición de Matriz de Coeficiente	Varianza Máxima Media	Promedio Varianza Media	Varianza mínima Media	G Eficiencia	Criterio D-óptimo escalado	Determinante de (X'X) ⁻¹	Traza de (X'X) ⁻¹	I (Cuboidal)
2 ³⁻¹	1	1	0.500269697	0.25	100	1	3.90625E-3	1	0.5
2 ⁴⁻¹	1	1	0.334421682	0.125	100	1	5.96046E-8	1	0.33333
2 ⁵⁻²	1	1	0.362786047	0.125	100	1	5.96046E-8	1	0.36111
2 ⁵⁻¹	1	1	0.235036965	0.0625	100	1	5.42101E-20	1	0.23611
2 ⁶⁻³	1	1	0.390040462	0.125	100	1	5.96046E-8	1	0.38889
2 ⁶⁻²	1	1	0.24153374	0.0625	100	1	5.42101E-20	1	0.24074
2 ⁶⁻¹	1	1	0.157435472	0.03125	100	1	6.84228E-49	1	0.15741
2 ⁷⁻⁴	1	1	0.417345842	0.125	100	1	5.96046E-8	1	0.41667
2 ⁷⁻³	1	1	0.259733734	0.0625	100	1	5.42101E-20	1	0.25926
2 ⁷⁻²	1	1	0.174137027	0.03125	100	1	6.84228E-49	1	0.17361
2 ⁷⁻¹	1	1	0.107726256	0.015625	100	1	2.53794E-116	1	0.1088
2 ⁸⁻⁴	1	1	0.277551417	0.0625	100	1	5.42101E-20	1	0.27778
2 ⁸⁻³	1	1	0.187664993	0.03125	100	1	6.84228E-49	1	0.1875
2 ⁸⁻²	1	1	0.121918829	0.015625	100	1	2.53794E-116	1	0.12153
2 ⁸⁻¹	1	1	0.072249491	0.0078125	100	1	1.89288E-270	1	0.07253
2 ⁹⁻⁵	1	1	0.292607772	0.0625	100	1	5.42101E-20	1	0.29167
2 ⁹⁻⁴	1	1	0.199144945	0.03125	100	1	6.84228E-49	1	0.19907
2 ⁹⁻³	1	1	0.130856339	0.015625	100	1	2.53794E-116	1	0.13194
2 ⁹⁻²	1	1	0.080342958	0.0078125	100	1	1.89288E-270	1	0.08102
2 ⁹⁻¹	1	1	0.049040663	0.00390625	100	1	3.09435E-617	1	0.04948

Fuente: Elaboración propia adaptada de DesignExpert.

4. Análisis e interpretación de resultados

Dentro de los 20 experimentos realizados para los diseños de dos niveles que son mas comunes fue posible realizar 18 de ellos con el método NOBA, lo cual nos indica que es un método que no solo se puede aplicar a diseños de niveles mixtos, si no que se puede aplicar a los diseños de dos niveles. E en la tabla 8 se muestra información sobre las métricas obtenidas a través del software DesignExpert.

Tabla 8 Información métricas obtenidas a través del software DesignExpert.

Número de Condición de Matriz de Coeficiente	Número de condición de la matriz de coeficientes (relación entre el máximo y el mínimo de valores propios, o raíces, de la matriz $X'X$): <ul style="list-style-type: none"> • $k = 1$ no hay multicolinealidad, es decir, ortogonal. • $k < 100$ la multicolinealidad no es grave. • $k < 1000$ multicolinealidad de moderada a fuerte. • $k > 1000$ multicolinealidad severa.
Varianza Máxima Media	Varianza de predicción media máxima, media y mínima de los puntos de diseño. Se estiman mediante la muestra de la Fracción del Espacio de Diseño. Son los multiplicadores de la varianza para el intervalo de predicción alrededor de la media.
Varianza Promedio Media	
Varianza mínima Media	
G Eficiencia	Se trata de una medida simple de la varianza media de la predicción como porcentaje de la varianza de predicción máxima. Si es posible, intentar obtener una eficiencia G de al menos el 50%.
Criterio D-óptimo escalado	Esta medida basada en la matriz evalúa un diseño de un modelo en términos de capacidad de predicción. El Criterio D-óptimo escalado minimiza la varianza asociada a los coeficientes del modelo. Cuando se escala la fórmula se convierte en $N((\text{determinante de } (X'X)^{-1})^{1/p})$ Donde N es el número de experimentos y p es el número de términos del modelo, incluyendo el intercepto y cualquier coeficiente de bloque. El escalado permite comparar diseños con diferentes números de ejecuciones. Cuanto menor sea el criterio D-óptimo escalado, menor será el volumen del intervalo de confianza conjunto de los coeficientes del modelo.
Determinante de $(X'X)^{-1}$	El determinante (relacionado con D-óptima) mide el volumen de el intervalo de confianza conjunto de los coeficientes del modelo.
Traza de $(X'X)^{-1}$	El trazo (relacionado con A-óptima) representa la varianza media de los coeficientes del modelo.
I (Cuboidal)	La I (relacionada con la I-óptima) mide la integral de la varianza de la predicción en el espacio de diseño.

Fuente: Stat-Ease (2019).

Analizando el número de condición de matriz de coeficiente el cual nos permite conocer la multicolinealidad de nuestro diseño, podemos observar que la mayoría

de los diseños generados mediante el método NOBA sufren de multicolinealidad y solo algunos llegan a ser ortogonales. En cambio, con los diseños de dos niveles fraccionados nos asegura ortogonalidad en cada uno de los diseños. Utilizando el Criterio D-óptimo escalado podemos observar que diseño nos permite evaluarlo en su capacidad de predicción, donde el diseño generado por NOBA a comparación de los diseños de dos niveles no tiene tan buena capacidad de predicción.

5. Conclusiones

Se puede concluir que, si se pueden generar diseños de dos niveles mediante el uso del método NOBA, sin embargo, como se pudo ver en los resultados no se pueden realizar todos los diseños, ya que no obtendríamos la información necesaria del experimento. Utilizando el criterio D-óptimo escalado podemos darnos cuenta de que solo en tres ocasiones de los 20 diseños se pudo obtener un valor igual al de los diseños factoriales fraccionados, además de que la mayoría de los diseños generados por el método no son ortogonales, por lo tanto, el método NOBA no es la mejor opción para realizar diseños fraccionados de dos niveles, existe ya una manera más efectiva que asegura ortogonalidad y una gran capacidad de predicción que son los diseños factoriales fraccionados.

6. Bibliografía y Referencias

- [1] Antony, J. (2003). *Design of Experiments for Engineers and Scientists*. New York: Elsevier.
- [2] Gutiérrez Pulido, H., & De la Vara Salazar, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. México, D.F: McGraw Hill.
- [3] Montgomery, D. (2012). *Diseño y Análisis de Experimentos*. México: John Wiley & Sons.
- [4] Oehlert, G. (2010). *A First Course in Design and Analysis of Experiments*. Minnesota: University of Minnesota.
- [5] Pantoja, Y., Ríos, A., & Tapia, M. (2019). A method for construction of mixed-level fractional designs. *Qual Reliab Engng Int*, 35(6), 1646– 1665. doi:<https://doi.org/10.1002/qre.2466>

- [6] Ryan, T. (2007). *Modern Experimental Design*. New Jersey: Wiley.
- [7] Maldonado, J. G., Ríos, A. J., & Jiménez, J. A. (2020). Evaluación de las fracciones del método NOBA contra el factorial completo mediante la generación de datos por simulación. *Pistas Educativas*, 42(136), 550-558.
- [8] de Aguiar, P. F., Bourguignon, B., Khots, M. S., Massart, D. L., & Phan-Than-Luu, R. (1995). D-optimal designs. *Chemometrics and intelligent laboratory systems*, 30(2), 199-210.
- [9] Stat-Ease. (2019). *Handbook for experimenters*. https://cdnm.statease.com/pubs/handbk_for_exp_sv.pdf.