

# **ANÁLISIS DE LA MANUFACTURA ADITIVA CON MODELOS DE PROGRAMACIÓN DINÁMICA: CASO DE ESTUDIO**

## *ANALYSIS OF ADDITIVE MANUFACTURING WITH DYNAMIC PROGRAMMING MODELS*

**Jesús Vicente González Sosa**

Universidad Autónoma Metropolitana, México  
*jvgs@azc.uam.mx*

**Yadira Zavala Osorio**

Universidad Autónoma Metropolitana, México  
*yzo@azc.uam.mx*

**José Ángel Hernández Rodríguez**

Universidad Autónoma Metropolitana, México  
*hrja@azc.uam.mx*

**Recepción:** 29/octubre/2021

**Aceptación:** 20/diciembre/2021

### **Resumen**

La manufactura aditiva se caracteriza por ser un proceso mediante el cual se obtienen parámetros de control estrictos para la fabricación de modelos, permitiendo estandarizar la elaboración de productos por medio de una secuencia de pasos durante la deposición del material con el que se trabaja. En este trabajo se obtienen las rutas críticas por medio de diagramas de red y programación dinámica en la elaboración de un producto en específico, con la intención de mejorar el proceso de la manufactura aditiva con la impresión 3D. Se analizan los parámetros a controlar y el seguimiento del proceso. Con este procedimiento se logran identificar las rutas específicas en la elaboración con manufactura aditiva de productos para un análisis con las herramientas de programación dinámica. Se obtienen bases de datos para implementar procedimientos en la programación como apoyo en el aprendizaje de la ingeniería aplicada. El resultado que ofrece el análisis optimiza el proceso utilizado en la manufactura aditiva y permite estandarizar el desarrollo de la tecnología con impresión 3D.

**Palabras Clave:** Dinámica, impresión 3D, manufactura, modelos, programación.

## **Abstract**

*Additive manufacturing is characterised by being a process through which strict control parameters are obtained for the manufacture of models, which allow the standardisation of the elaboration of products through a sequence of steps during the deposition of the material being worked with, so in this work the critical routes in the production of a specific product are obtained, improving the process of additive manufacturing with 3D printing. The parameters to be controlled and the monitoring of the process are analysed. With this procedure it is possible to identify the specific routes to produce models with additive manufacturing. Databases are obtained to implement procedures in dynamic programming as a support for learning applied engineering. The result of the analysis optimises the process used in additive manufacturing and allows standardisation the development of technology with 3D printing.*

**Keywords:** 3D printing, dynamics, manufacturing, modelling, programming.

## **1. Introducción**

Los sistemas o procesos industriales que permiten el análisis de tiempos y recorridos son alternativas de estudio que permiten ofrecer nuevas opciones en la aplicación de metodologías involucradas con la programación dinámica.

Una de las características esencial de utilizar la programación dinámica, radica en establecer los mismos objetivos en cada uno de los casos al igual que mantener constantes las restricciones y parámetros de control, independientemente de los estados y tiempos que se obtengan y analicen [Moreno, 2006].

El análisis aplicado a un estudio de caso tiene como objetivo proporcionar modelos que se pueden predecir a partir de la programación dinámica, formulándola como metodología. De acuerdo con [Demirovic, 2020], se manifiestan progresos significativos y óptimos en los algoritmos del problema.

El control de los procesos de manufactura aditiva tiene un aspecto sistemático que permite involucrar los modelos de programación para ofrecer la solución a un problema con fundamentos puramente teóricos traducidos cualitativamente para analizarse con métodos cuantitativos a través de un algoritmo, describiendo en todo

momento cálculos a través de un número limitado de condicionantes [Sampurno, 2018].

Un aspecto importante de mencionar es que la programación dinámica, es un procedimiento por etapas para identificar la optimización de cada una de ellas en función de los componentes de las etapas, análisis y aplicación específica en los casos de estudio, logrando un procedimiento óptimo para la toma de decisiones del sistema [Lazzari, 2016].

Además, se debe considerar que los modelos deterministas permiten analizar los parámetros de procesos que en ciertas ocasiones son indeterminados con respecto a la experimentación que se lleve a cabo [Acosta, 2019], en diferentes entornos del análisis del producto espécimen.

Una de las perspectivas que se tiene con la programación dinámica, aplicable en las industrias, es fortalecer la minimización de costos e ingresos [Alvarado, 2009], con lo cual se logra mejorar cada uno de los procesos en donde se involucre la programación tanto lineal como dinámica, que van ligadas a los procesos y sistemas de desarrollo.

Un aspecto importante al aplicar la programación dinámica radica en obtener datos que dificultan inferir la red adecuada en los casos de estudio, por ello la sinergia con la teoría de redes para obtener una posible solución [Nakajima, 2012].

Una de las secciones de este trabajo se enfoca en realizar una investigación directa e indirecta de literatura con enfoque trascendental en la programación dinámica, buscando mantener la innovación en metodologías y ofrecer soluciones tangibles a través de la programación dinámica. En ese sentido, una perspectiva conceptual, facilita priorizar la realidad del sistema y lograr la solución palpable como parte del análisis de estudio [Cattaneo, 2019].

El presente trabajo muestra la aplicación de un algoritmo por medio de una metodología vinculada a la programación dinámica [Jaramillo, 2010], en donde se observan las ventajas de esta herramienta en un proceso de manufactura aditiva, para identificar los problemas de tipo secuencial y que se logran captar para una mejora en las impresiones 3D con diferentes arreglos y con la misma densidad de relleno para el espécimen designado en esta investigación.

En los siguientes párrafos se describe la metodología utilizada con la programación dinámica, al igual que los resultados y las conclusiones que permite el análisis para ubicar las tendencias en el rubro de la programación dinámica y su innovación como metodología en casos de estudio.

## 2. Métodos

El método a utilizar en este trabajo se enfoca en el análisis del proceso de manufactura aditiva por medio de impresión 3D, con las herramientas de investigación de operaciones, identificando la ruta específica y óptima para el desarrollo de prototipos. Conceptualmente se tienen los términos de modelación de la ruta crítica (teoría de redes) y programación dinámica, con el propósito de identificar la relación existente entre los elementos teóricos, elementos prácticos y tangibles como lo es la manufactura aditiva. El procedimiento para aplicar la metodología de análisis se describe de manera general en el diagrama de figura 1.

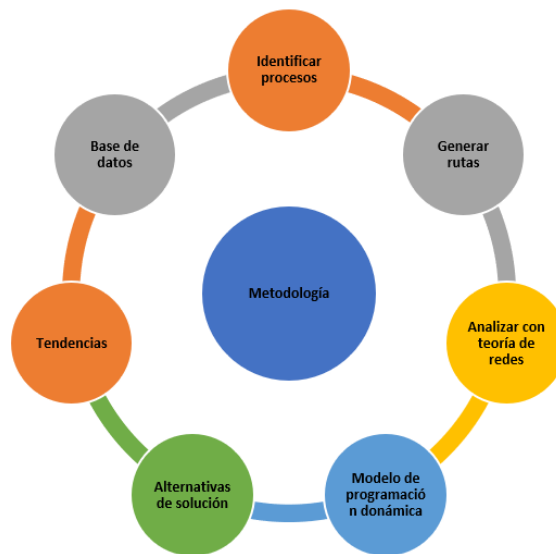


Figura 1 Metodología de análisis en la manufactura aditiva.

La figura 1 muestra, de manera general, los pasos a seguir y desarrollar dentro del análisis de programación dinámica en la manufactura aditiva, que en su momento se podrá aplicar a diferentes casos de la ingeniería que muestren interés en la aplicación de temas involucrados con investigación de operaciones.

La parte fundamental de la metodología es identificar el proceso y los pasos que intervienen en él, para formular los objetivos del caso de estudio y obtener la factibilidad de la metodología aplicada.

El caso de estudio para analizar por medio de la programación dinámica es una pieza fabricada por impresión 3D como parte de la manufactura aditiva que sirve como soporte de elementos mecánicos, mismos que permiten fijación de pequeñas placas de ensamble. La figura 2 muestra el espécimen elaborado para su análisis con programación dinámica.

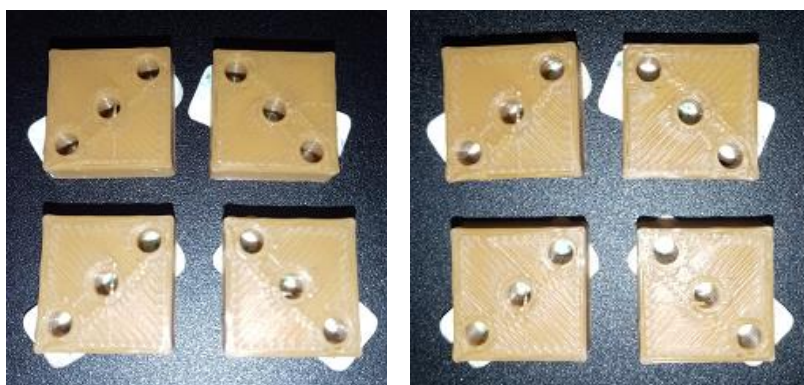


Figura 2 Especímen de evaluación elaborado con impresión 3D.

Las muestras presentadas en la figura 2 tienen configuraciones diferentes en su elaboración para la deposición del material, por medio de equipos de impresión 3D, dado que la configuración cuenta con una variación específica y que se puede considerar como óptimo para la reproducción de las piezas y reducción de costos en la fabricación de estas piezas. En la tabla 1 se describen las configuraciones y los parámetros que controlan al sistema en la elaboración de los especímenes.

Tabla 1 Configuración de los especímenes con impresión 3D.

Especímen	Arreglo	Tiempo de fabricación [min]	Cantidad de material [g]
1	Relleno 3D	10	1.71
2	Triangular	11	1.81
3	Hexagonal	11	1.80
4	Lineal	11	1.79

En la tabla 1 se han identificado los principales parámetros en la fabricación de la pieza del caso de estudio, para la evaluación con programación dinámica. Uno de los parámetros para la fabricación de los especímenes es el relleno con el 15% para todas las piezas. La cantidad de especímenes para la aplicación de la programación dinámica fue de 25 piezas por cada arreglo, acumulando con ello 100 piezas fabricadas con manufactura aditiva en impresión 3D como caso de estudio en la investigación correspondiente.

En la figura 3 se observa la geometría para cada uno de los arreglos utilizados en la impresión 3D de los especímenes, identificando las etapas de deposición de material fundido.

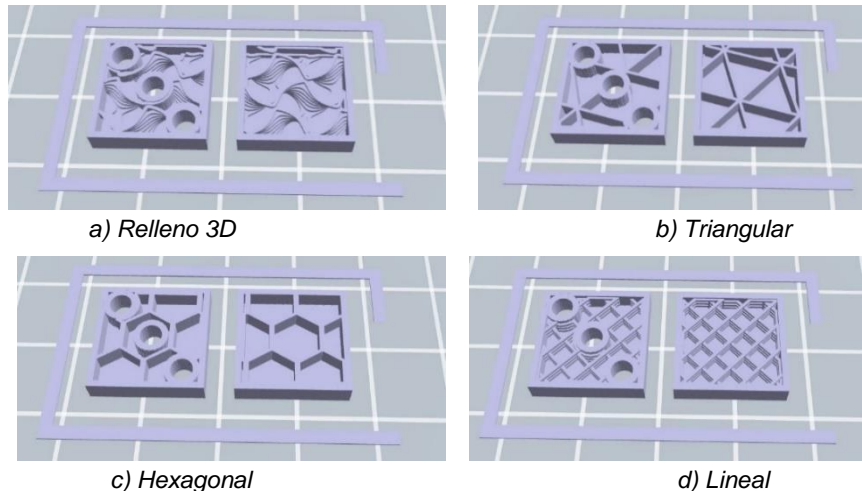


Figura 3 Arreglos en la fabricación de los especímenes.

De la figura 3 se observa la configuración para cada caso el cual se deposita con diferentes trayectorias sobre la superficie y con lo observado en la tabla 1, los tiempos de impresión tienen una variación mínima que se validará con el análisis de la programación dinámica.

### **Aplicación de la metodología al caso de estudio**

En este apartado se describe de manera puntual la aplicación de la metodología al caso de estudio, con lo cual se analizarán posteriormente los resultados, mostrando la viabilidad de la programación dinámica con un proceso de

manufactura aditiva, logrando con ello, la optimización del proceso de impresión 3D, para implementar la estandarización en un producto único.

La descripción de la metodología aplicada al caso de estudio se especifica en la tabla 2. En la tabla 2 se tiene la descripción breve para aplicar la metodología al caso de estudio, identificando cada uno de los pasos o etapas que competen al uso de esta herramienta de análisis en un proceso tangible de aplicación, como lo es la manufactura aditiva por medio de la impresión 3D.

Tabla 2 Desarrollo de la metodología al caso de estudio.

Etapa	Descripción
Identificar procesos	El proceso de impresión 3D, se realiza por medio de la deposición de material fundido capa por capa en diferente dirección, de acuerdo con el arreglo seleccionado (lineal, triangular, relleno 3D y hexagonal). Las trayectorias identificadas se realizan con movimientos laterales, ascendentes y descendentes.
Generar rutas	Las rutas se identificaron por medio de videos en cada una de las impresiones del modelo, mostrando la cantidad de capas generadas, el tiempo y la trayectoria acorde con los arreglos para la deposición del material.
Análisis con teoría de redes	Se realiza la evaluación de los diagramas de ruta crítica, identificando cada etapa del proceso.
Modelo de programación dinámica	Posteriormente se realiza el análisis de programación dinámica, utilizando los diagramas de red identificados en la etapa anterior.
Alternativas de solución	De acuerdo con la solución que ofrece la programación dinámica y los datos de cada proceso, se obtiene una posible solución.
Tendencias	Se analizan las alternativas de solución, validando cada etapa del proceso y determinando en que sección se puede mejorar el análisis de acuerdo con los resultados que se obtienen.
Bases de datos	Los resultados obtenidos a través de los cálculos, tablas y gráficas se colocan en una hoja colaborativa para mostrar los datos y enriquecer la investigación de esta índole para otros investigadores y docentes, posiblemente interesados en utilizar los resultados de este caso de estudio en futuros trabajos.

El equipo utilizado para obtener los especímenes de prueba para este trabajo se muestra en la figura 4, se observa el equipo utilizado para el desarrollo de los especímenes correspondientes al caso de estudio. En la imagen se tiene un equipo de la marca Flashforge Adventurer 3, en donde se utiliza material PLA (Ácido Poliláctico) en la elaboración del producto. Los parámetros de control utilizados para el desarrollo del caso de estudio se muestran en la tabla 3, se muestran los valores en la elaboración de las piezas para el caso de estudio.



Figura 4 Impresora utilizada para obtener el espécimen de prueba.

Tabla 3 Parámetros utilizados en la impresora 3D.

Parámetro	Valor
Temperatura de impresión	195 [°C]
Velocidad de impresión	60 [mm/s]
Tipos de arreglo	Lineal, triangular, relleno 3D, hexagonal
Velocidad de trayectoria	80 [mm/s]
Densidad	15 [%]

Con respecto a la etapa en la generación de las rutas y el análisis de redes para el proceso de impresión, se tiene la figura 5.

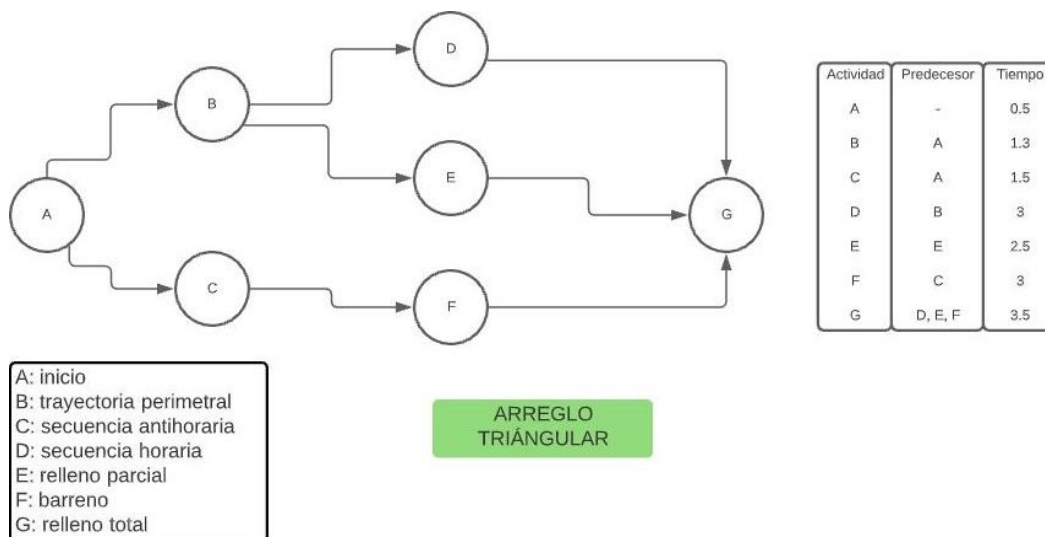


Figura 5 Diagrama de red (PERT) para el caso de estudio.



La figura 5 muestra el diagrama de red (PERT) para el proceso de impresión 3D con el arreglo triangular y la descripción para determinar la ruta crítica. En este diagrama se tienen 3 rutas a seguir:

$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G$

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$

$A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G$

Para los siguientes arreglos, lineal, relleno 3D y hexagonal las rutas se presentan en la tabla 4. Se describen las rutas críticas para cada caso en la deposición del material para la impresión 3D:

- **Arreglo lineal**

A: inicio

B: trayectoria perimetral

C: trayectoria vertical

D: trayectoria diagonal

E: trayectoria perimetral

F: trayectoria diagonal

G: relleno total

Tabla 4 Rutas críticas para los arreglos.

Arreglo	Ruta
Lineal	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$ $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$
Relleno 3D	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$
Hexagonal	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$

- **Arreglo relleno 3D**

A: inicio

B: trayectoria perimetral

C: relleno interno

D: trayectoria horizontal

E: relleno interno

F: trayectoria horizontal

G: relleno total

- **Arreglo hexagonal**

A: inicio

B: trayectoria perimetral

C: relleno interno

D: relleno barreno

E: trayectoria vertical

F: trayectoria perimetral

G: relleno total

Cada uno de los arreglos tiene rutas diferentes, de acuerdo con los movimientos ejecutados por el equipo de impresión y su programación y en función al software para la simulación del proceso de impresión.

La ecuación 1, es utilizada para obtener los resultados correspondientes a la evaluación con la programación dinámica en los diferentes tipos de arreglo para la impresión de los especímenes.

$$f_i(x_i) = \min\{d(x_i, x_i + 1) + f_{i+1}(x_i + 1)\}, i = 1,2,3,\dots,n \quad (1)$$

Donde:

$x_i$ : Variables en cada una de las etapas de la programación dinámica

$f_i$ : Función de cada variable

$i$ : Cantidad de variables que se analizan

La ecuación se aplica para cada uno de los arreglos estudiados, descritos anteriormente, apoyándose de los diagramas de red correspondientes a cada etapa del proceso. La tabla 5 contiene los datos obtenidos al aplicar la ecuación 1. Lo observado en la tabla 5 determina la tendencia para aplicar la programación dinámica en los procesos de manufactura aditiva en el correspondiente arreglo triangular, que se dividió en tres etapas, mismo que conlleva la deposición de material en dicho procedimiento, obteniendo un tiempo de recorrido igual a 7.3

minutos. Se lleva a cabo el mismo procedimiento para los arreglos faltantes de la impresión 3D, que se identifican en la tabla 6, 7 y 8.

Tabla 5 Programación dinámica para el arreglo triangular.

$x_3$	$x_4 = G$	$f_3(x)$	$x_4^*$	$x_2$	$x_3 = D$	$x_3 = E$	$x_3 = F$	$f_2(x)$	$x_3^*$
D	3.5	3.5	G	B	65	6	-	6	E
E	3.5	3.5	G	C	-	-	6.5	6.5	F
F	3.5	3.5	G	-	-	-	-	-	-
$x_1$	$x_2 = B$	$x_2 = C$	$f_1(x)$		$x_2^*$				
A	7.3	8	7.3		B				
-	-	-	-		-				
-	-	-	-		-				

Tabla 6 Programación dinámica para el arreglo hexagonal.

$x_5$	$x_6 = G$	$f_5(x)$	$x_6^*$	$x_4$	$x_5 = F$	$f_4(x)$	$x_5^*$	$x_3$
F	2	2	G	E	3.3	3.3	F	C
-	-	-	-	-	-	-	-	D
$x_2$	$x_3 = C$	$x_3 = D$	$f_2(x)$	$x_3^*$	$x_1$	$x_2 = B$	$f_1(x)$	$x_2^*$
B	6.1	5.6	5.6	D	A	6.9	6.9	B

Tabla 7 Programación dinámica para el arreglo lineal.

$x_5$	$x_6 = G$	$f_5(x)$	$x_6^*$	$x_4$	$x_5 = F$	$f_4(x)$	$x_5^*$	$x_3$	$x_4 = E$	$x_4 = D$	$f_3(x)$	$x_4^*$
F	2.3	2.3	G	E	4.1	4.1	F	D	5.6	5.9	5.6	E
-	-	-	-	D	4.1	4.1	F	-	-	-	-	-
$x_2$	$x_3 = D$	$f_2(x)$	$x_3^*$	$x_1$	$x_2 = B$	$x_2 = C$	$f_1(x)$	$x_2^*$				
B	1.8	7.4	D	A	8.7	8.7	8.7	B, C				
C	1.8	7.4	D	-	-	-	-	-				

Tabla 8 Programación dinámica para el arreglo relleno 3D.

$x_6$	$x_7 = G$	$F_6(x)$	$x_7^*$	$x_5$	$x_6 = F$	$f_5(x)$	$x_6^*$	$x_4$	$x_5 = E$	$f_4(x)$	$x_5^*$	
F	1.9	1.9	G	E	3.4	3.4	F	D	4.6	4.6	E	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
$x_3$	$x_4 = D$	$f_3(x)$	$x_4^*$	$x_2$	$x_3 = C$	$x_3 = A$	$f_2(x)$	$x_3^*$	$x_1$	$x_2 = B$	$f_1(x)$	$x_2^*$
C	6.1	6.1	D	B	7.3	-	7.3	C	A	8.6	8.6	B
A	6.1	6.1	D	-	-	-	-	-	-	-	-	-

La tabla 6 muestra una disminución en los niveles de la impresión con el arreglo hexagonal, mostrando una variación mínima en el desarrollo de la programación dinámica, con el tiempo estimado de 6.9 minutos para el proceso con el arreglo hexagonal. De acuerdo con los datos representados en la tabla 7 se observa la existencia de dos posibles soluciones que alberga esta programación con el mismo

tiempo de procesamiento: 8.7 minutos, por lo cual se puede considerar cualquiera de las dos opciones como parte de la solución al caso de estudio con el arreglo lineal.

En el arreglo relleno 3D, de acuerdo con la tabla 8, se obtuvo un tiempo de 8.6 minutos con dos rutas, de las cuales se selecciona la adecuada con respecto a la trayectoria que se refleja en la tabla 8.

Se identifica en las tablas anteriores que el procedimiento de la programación dinámica direcciona con precisión la posible solución del problema, en este caso el estudio de la manufactura aditiva con la impresión 3D y el caso de estudio para mejorar las trayectorias en la deposición del material.

Con esta información se analiza la siguiente etapa de la metodología que es la representación de las alternativas de solución, que en primera instancia se obtienen de los diagramas de ruta crítica y posteriormente, con la programación dinámica, se mejora la secuencia en el proceso de la impresión 3D.

Posteriormente, se tienen las tendencias que surgen al aplicar la metodología y permite identificar las futuras investigaciones o trabajos con respecto al proceso de manufactura aditiva y la programación dinámica. Esta etapa es de gran importancia para las personas interesadas en mejorar las condiciones en el procesamiento de la impresión 3D, actualizar los programas que realizan la simulación y, por ende, la configuración para las trayectorias, en la deposición del material fundido.

La última etapa corresponde a la base de datos, la cual se pretende mantener activa en la nube, por medio de una página de internet para tener a disposición los datos recabados en el análisis, como apoyo a todos aquellos interesados en generar nuevas investigaciones, ligadas a esta temática de la programación dinámica.

### **3. Resultados**

Después de realizar el análisis de la programación dinámica para el caso de estudio, proceso de manufactura aditiva con impresión 3D, se logra identificar y desglosar diferentes configuraciones de los diagramas de la programación dinámica, derivadas de la alternativa de solución en la elaboración de prototipos con las características específicas del caso de estudio.

Cabe destacar que el proceso tiene un control en los parámetros para el desarrollo de los prototipos y en los resultados se determina de manera específica la secuencia con éxito, en donde se identificaran los parámetros que permiten mejorar las condiciones de procesamiento en futuros estudios vinculados con la programación dinámica en sistemas de interés con la impresión 3D.

A continuación, se tiene la tabla 9 que muestran los resultados complementarios con la tabla 4, agregando para ello una columna en donde se identifican los tiempos máximos de cada una de las rutas críticas extraídas de los diagramas de red.

Tabla 9 Datos del tiempo de proceso en el caso de estudio.

Arreglo impresión	Ruta crítica	Tiempo de proceso [min]
Lineal	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	9.0
	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$	
	$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	
	$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$	
Relleno 3D	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	9.1
	$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	
Hexagonal	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	7.9
	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	
Triangular	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G$	8.5
	$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$	
	$A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G$	

De la tabla 9 se logra identificar que la ruta crítica, denominada como óptima, para el arreglo lineal es la segunda ( $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$ ) o la cuarta ( $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$ ) con valor de tiempo de 9.0 minutos, en el estudio considerado para el procesamiento del espécimen en el caso de estudio. Mientras que para el caso de relleno 3D se tiene la segunda configuración ( $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ ) con tiempo de 9.1 minutos, para el arreglo hexagonal se toma en consideración la ruta ( $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ ) con tiempo de 7.9, y en el triangular, se selecciona la ruta ( $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ ) con tiempo de 8.5 minutos, siendo el dato de menor valor para el desarrollo de la impresión, dando como pauta un tiempo aceptable para el desarrollo del prototipo, sin embargo, solo es un paso en el análisis que deberá reforzarse con otros estudios para determinar su viabilidad como una alternativa de solución para el sistema.

Con respecto a los datos obtenidos hasta el momento, se analizan junto con lo calculado en la programación dinámica, y se determina de manera precisa, la ruta que debe aplicarse, dependiendo del arreglo en el caso de estudio descrito. Por lo tanto, en la tabla 10 se muestran los datos obtenidos al momento de aplicar la programación dinámica. Comparando la tabla 9 y 10 se observa que la programación dinámica permite reducir las rutas y mejorar los tiempos de procesamiento para el caso de estudio, permitiendo mantener un rango de variación máximo de 14.11% y mínimo 3.33% en la programación dinámica, con respecto al tiempo obtenido en la tabla 9.

Es necesario realizar nuevos procedimientos para disminuir o mantener constante el porcentaje de error en la programación dinámica en cada una de las etapas de la impresión 3D para el caso de estudio, involucrando nuevos arreglos que identifiquen el recorrido óptimo en la deposición del material fundido.

Como parte de los resultados, se logra identificar el apoyo de estas herramientas para el aprovechamiento de los procesos de manufactura aditiva en casos de estudio específicos, y con ello, formular las nuevas investigaciones involucradas con la impresión 3D, como parte de los procesos en la industria.

Tabla 10 Tiempo de procesamiento con programación dinámica.

Arreglo impresión	Ruta crítica	Tiempo de proceso [min]
Lineal	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	8.7
	$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	8.7
Relleno 3D	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	8.6
Hexagonal	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$	6.9
Triangular	$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$	7.3

#### 4. Discusión

La aplicación de la programación dinámica en los procesos de manufactura aditiva tiene como finalidad mejorar las condiciones de procesamiento y verificar que los tiempos establecidos por los programas de las impresoras 3D se encuentran en un rango específico para la elaboración de un prototipo, por ello en esta investigación se identifican las diferentes rutas para dicho proceso, validando y verificando que el procedimiento sea adecuado conforme a los casos de estudio.

En la investigación realizada se identifica, de manera puntual, que la manufactura aditiva, con el proceso de impresión 3D, tiene una variedad amplia de aplicaciones y análisis, que enriquecen tanto al sector académico como al sector empresarial, identificando con ello el potencial de los prototipos como elemento fundamental de la ingeniería. Además, los investigadores que hacen uso de la programación dinámica establecen, con certeza, el crecimiento del análisis de procesos industriales para mejorar las condiciones de procesamiento, en cada una de las áreas que desarrollan y aplican los conceptos de la ingeniería.

Es importante resaltar que conforme avanza la tecnología surgen nuevas metodologías de análisis o se adaptan, como fue el caso de este trabajo, en donde se utiliza una herramienta para ofrecer posibles alternativas de solución a casos específicos en la ingeniería.

## **5. Conclusiones**

De acuerdo con todo lo mencionado:

- Las investigaciones realizadas permitieron establecer la tendencia que ofrece la programación dinámica con respecto al análisis desarrollado en el caso de estudio, encontrando con ello rutas específicas para controlar un proceso de manufactura aditiva, como lo es la impresión 3D.
- La metodología para aplicar la programación dinámica tiene una secuencia adecuada, dado que ofrece un objetivo y logra una tendencia, al establecer como parte final una base de datos, la cual vincula las temáticas con las investigaciones a futuro en función de los resultados que se presentaron en el caso de estudio.
- Se logra observar que los diagramas de ruta crítica dan pauta al análisis, tanto de los tiempos como recorridos, en este caso la deposición del material fundido para la elaboración del prototipo, visualizando que arreglo es el más conveniente para elaborar un producto con el prototipaje 3D y mantener constante la mejora en el procesamiento.
- La programación dinámica ofrece información para involucrar otras temáticas desde el punto de vista matemático como en el control del proceso de

manufactura aditiva. Los resultados que se ofrecen de esta programación se encuentran en un rango del 3 al 14% para la aplicación en los tiempos estimados para cada uno de los procesos correspondientes a los arreglos en la impresión 3D.

- Un factor predominante, como resultado de este trabajo, es el obtener bases de datos para ubicarlos en la nube y ofrecer la información tanto a docentes como a estudiantes y a su vez visualicen la importancia de la programación dinámica con las aplicaciones de ingeniería.
- Es recomendable ampliar el análisis con nuevos casos de estudio que permitan incrementar la cantidad de etapas en el proceso para la deposición del material fundido, con lo cual se busca identificar parámetros en el control del proceso.
- Además, la aplicación de la programación dinámica permitió identificar los cuellos de botella en el procesamiento de la manufactura aditiva por medio de la impresión 3D; en primer lugar, los tiempos de procesamiento fueron muy cortos, mismos que no permiten analizar, de manera profunda, la aplicación dinámica, provocando que las etapas de análisis disminuyeran. En segundo lugar, los datos recabados son pocos y no permite establecer modelos estadísticos.
- Los datos recabados dan pauta a mejorar e innovar en metodologías para la aplicación de la programación dinámica, ofreciendo, en su momento, el uso de software específico para los análisis de estas características.
- Por último, se realiza una invitación a los investigadores, docentes y estudiantes, a involucrarse cada vez con mayor ímpetu en estas temáticas y ampliar los vestigios de esta investigación.

## **6. Bibliografía y Referencias**

- [1] Acosta, A., Programación dinámica en el cálculo de la ruta óptima de una topología de red: Caso de estudio. *Revista Espacios*, No. 40, 14-22, 2019.
- [2] Alvarado, B. J., La programación lineal aplicación de la pequeñas y medianas empresas. *Revista Reflexiones*, No. 1, Volumen 8, 89-105, 2009.



- [3] Cattaneo, A. C, Bocchicchio, M. A., Dinámica sociorganizacional en el Sistema agroalimentario. *Revista Mexicana de Sociología*, No. 1, 7-35, 2019.
- [4] Demirovic, E., Stuckey, P. J., Dynamic Programming for Prdict+Optimise. The Thirty-Fourth AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2020.
- [5] Jaramillo, G. A., Restrepo, C. J. H., Aplicación de la programación dinámica para resolver el problema simple de balanceo de linea de ensamble. *Scientia et Technica*, No. 46, 62-67, 2010.
- [6] Lazzari, L. L., Moulia, P. I., Programación dinámica con números Z. *Investigación Operativa*, No. 39, 26-43, 2016.
- [7] Moreno, V., Aeyels, D., Minimización del tiempo de vuelo de satélites utilizando programación dinámica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. No. 3, 108-115, 2006.
- [8] Nakajami, N., Tamura, T., Yamanishi, Y., Horimoto, K., Akutsu, T., Network Completion Using Dynamic Programming and Least-Squares Fitting, 2012.
- [9] Sampurno, I., Sugiharti, G., Alamsyah, E., Comparison of Dynamic Programming Algorithm and Greedy Algorithm on Integer Knapsacks Problem in Freight Transportation. *Scientific Journal of Informatics*, No. 1, 40-49, 2018.