

# **EVALUACIÓN DE LAS FRACCIONES DEL MÉTODO NOBA CONTRA EL FACTORIAL COMPLETO MEDIANTE LA GENERACIÓN DE DATOS POR SIMULACIÓN**

*EVALUATION OF THE FRACTIONS OF THE NOBA METHOD  
AGAINST THE COMPLETE FACTORIAL BY GENERATING  
SIMULATION DATA*

**Juan Gerardo Maldonado Sánchez**

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México  
*m1903070@itcelaya.edu.mx*

**Armando Javier Ríos Lira**

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México  
*armando.rios@itcelaya.edu.mx*

**José Alfredo Jiménez García**

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México  
*alfredo.jimenez@itcelaya.edu.mx*

**Recepción:** 2/junio/2020

**Aceptación:** 16/agosto/2020

## **Resumen**

Este trabajo pretende mostrar los tres tipos de errores que se pueden presentar en un diseño fraccionado. Para esto se pretende comparar las fracciones del método NOBA frente a un factorial completo. La principal contribución de esta investigación es la identificación de los tipos de errores que pueden presentarse al fraccionar un diseño para generar conocimiento acorde a las condiciones que existen hoy de mejora de procesos y productos en el sector industrial.

**Palabras Clave:** Diseño fraccionado, factorial completo, identificación de los tipos de errores, método NOBA.

## **Abstract**

*This work tries to show the three types of errors that can appear in a fractional design. For this, the intention is to compare the fractions of the NOBA method against a full factorial. The main contribution of this research is the identification of the types of errors that can occur when fractioning a design to generate knowledge*

*according to the conditions that exist today for the improvement of processes and products in the industrial sector.*

**Keywords:** *Fractional design, full factorial, identification of the types of errors, NOBA method.*

## **1. Introducción**

Actualmente, cuando se desea reducir los efectos negativos en un producto o un proceso, la mayoría de los elementos que lo constituyen son costosos. Es importante minimizar los errores y costos, para esto es necesario tener un procedimiento que permita conocer los efectos que influyan directamente en la mejora y optimización que satisfaga la necesidad de reducir el costo y tiempo.

DOE consiste en planear y llevar a cabo un conjunto de pruebas con el fin de obtener datos, para posteriormente ser analizados estadísticamente y así obtener un grado de certeza que permitan solucionar las interrogantes planteadas sobre una determinada situación [Izquierdo et al., 2007].

En el diseño de experimentos se estudian procesos en los que ingresan variables para producir un resultado, a dichas variables se les denominan factores, conocer el efecto de los factores sobre la variable de respuesta es el objetivo principal [Medina & López, 2011].

### **Diseño de niveles mixtos**

El uso de diseños factoriales de niveles mixtos predispone el incremento del número de niveles y factores, por lo cual el incremento del tamaño de la matriz aumenta [Cortés & Ruiz, 2013]. Esto incrementa los costos y llevar a cabo las corridas totales se vuelve ineficiente. Para evitarlo, se debe tomar solamente una fracción de las corridas del modelo, asegurando que cumpla con un buen grado de ortogonalidad y balance que permita conocer los efectos.

### **El método NOBA**

Este método está orientado a la construcción de diseños factoriales de niveles mixtos. Este método usa vectores permutados para crear una tabla que contenga

segmentos y posiciones. Los segmentos y posiciones se utilizan para extraer corridas factoriales completas para crear una fracción. NOBA utiliza reglas simples para generar diseños equilibrados de nivel mixto permitiendo que el método no sea complejo.

El método utilizado para esta investigación está basado en el algoritmo del análisis genético utilizado para generar matrices eficientes construido por [Guo, 2007]. “Se detectó un patrón y esto condujo a la generación de un algoritmo capaz de construir fracciones de una manera simple con la característica de ser diseños balanceados y ortogonales” [Pantoja, Ríos, & Tapia, 2019]. Al fraccionar un diseño se pierde información debido a que hay efectos que no se estiman y esto genera confusión entre los efectos involucrados. Es por esta pérdida de información que es necesario comparar los resultados de las fracciones del método NOBA frente al factorial completo para identificar tipo de error puede caer el método.

El método NOBA tiene la capacidad para llevar acabo la construcción de diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos de un costo computacional y complejidad bajos. Además, estos diseños poseen la característica de crear fracciones con un grado de balance y ortogonalidad que permiten conocer los efectos.

“Un diseño esta balanceado cuando sus niveles de cada factor aparecen el mismo número de veces para cada una de las columnas en caso contrario el diseño es no balanceado” [Pantoja, Ríos, & Tapia, 2019].

Una matriz se dice que es ortogonal cuando el nivel de un factor es comparado con todos los niveles del resto de los factores es la misma. “Los diseños ortogonales son columnas pares e independientes, útiles para evaluar la importancia de cada factor” [Xu, 2002].

“La importancia de preservar el balance radica en el hecho de que ejecutar el mismo número de veces cada nivel del factor en un experimento da como resultado una distribución uniforme de la información para cada nivel de un factor” [Guo, 2007].

## **ANOVA**

Un análisis de varianza engloba un conjunto de técnicas estadísticas cuya finalidad es analizar simultáneamente información referente a varias variables para

cada elemento estudiado [Ordan Sanz & Melgar Hiraldo, 2010]. Entre los propósitos de esta técnicas, podemos citar, por ejemplo:

- Resumen de la información.
- Reunir observaciones.
- Asociar variables.
- Explicar comportamientos.

### **Tipos de error**

Se define de la siguiente forma a los errores estudiados para este artículo [Gutiérrez Pulido & De la Vara Salaz, 2012]:

- Error tipo I: Se presenta cuando el resultado considera coeficientes significativos y en realidad no deberían ser significativos.
- Error tipo II: Se presenta cuando en el resultado no se presentan coeficientes significativos que en realidad si son significativos.
- Error tipo III: Se presentan el error tipo I y el tipo II al mismo tiempo.

Los diseños factoriales de nivel mixto son diseños que tienen por característica diferentes números de niveles en sus factores. Este tipo de diseño es útil en experimentos que involucran a la vez factores cualitativos y cuantitativos.

En estos diseños se buscan las mayores combinaciones de los niveles de factores. Sin embargo, como el número de niveles aumenta, el número de experimentos también lo hace.

Los diseños mixtos proporcionan una herramienta poderosa para el análisis de datos, que surgen en muchas áreas diversas. La popularidad de los diseños mixtos se explica por qué ofrecen la correlación presente en datos agrupados, mediante el manejo de datos balanceados y no balanceados [Pinheiro & Bates, 2000].

## **2. Métodos**

El procedimiento empleado en la elaboración de esta investigación fue:

- ✓ Diseño del factorial completo.
  - Especificar el modelo base para la generación de datos.

- Generar datos por simulación.
- ✓ Diseño del factorial fraccionado.
  - Aplicar el método NOBA en el factorial completo.
- ✓ Interpretar los resultados del factorial completo frente al factorial fraccionado.
  - Identificar los errores presentes en el factorial fraccionado.

### Diseño del factorial completo

Para este proyecto se considera un experimento  $2^1 3^1 5^1 7^1$ . Donde se busca un aumento en la dureza final (SHA) de una pieza de plástico.

Los factores para considerar son 2 niveles de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ), 3 niveles de presión de inyección (PSI), 5 niveles de tiempo de inyección (Minutos) y 7 niveles de tiempo de curado (Minutos). La tabla 1, expresa 30 corridas con los factores ya mencionados.

Tabla 1 Modelo base del factorial completo.

	2 niveles de Temperatura del molde	3 niveles de Presión de inyección	5 niveles de Tiempo de inyección	7 niveles de Tiempo de curado	Dureza final de la pieza
	$^{\circ}\text{C}$	PSI	Minutos	Minutos	SHA
RUN	A	B	C	D	Y
1	45	2400	2.46	3.22	45
2	40	2400	2.46	3.22	41
3	45.0	2500	2.46	3.22	47
4	40.0	2500	2.46	3.22	48
5	45.0	2600	2.46	3.22	48
6	40.0	2600	2.46	3.22	44
7	45.0	2400	2.00	3.22	43
8	40.0	2400	2.00	3.22	45
9	45.0	2500	2.00	3.22	46
10	40.0	2500	2.00	3.22	46

Fuente: Elaboración propia.

### Simulación de datos

En las investigaciones de las cuales se obtengan datos de diferentes variables; es fundamental determinar algún tipo de relación entre las variables con el fin de

hacer predicciones o pronósticos de eventos futuros de acuerdo con el comportamiento de ellas.

El procedimiento estadístico que se utiliza para este fin se conoce como análisis de regresión que permite establecer la relación funcional o ecuación matemática que relaciona las variables, así como la fuerza de esa relación.

En la terminología de la regresión, la variable a predecir se llama dependiente simple o de respuesta. Las variables que se usan para predecir el valor de la variable dependiente se llaman independientes o regresores.

Es posible analizar la relación entre dos o más variables a través de ecuaciones, lo que se denomina regresión múltiple o regresión lineal múltiple.

Para la generación de datos se utilizó la ecuación de regresión obtenida mediante Design-Expert, esta se expresa por ecuación 1.

$$y = 54.2 + 0.145A - 0.00472B + 2.12C - 2.84D \quad (1)$$

La tabla 2, expresa el resultado de la aplicación de la ecuación lineal para generar un total de 210 corridas.

Tabla 2 Modelo del factorial completo con datos simulados.

2 niveles de temperatura del molde (°C)	3 niveles de presión de inyección (PSI)	5 niveles de tiempo de inyección (min)	7 niveles de Tiempo de curado (min)	Dureza final de la pieza (SHA)
A	B	C	D	y
45	2400	2.46	3.22	45
40	2400	2.46	3.22	41
45.0	2500	2.46	3.22	47
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
40.0	2500	2.15	3.39	41
45.0	2600	2.15	3.39	45
40.0	2600	2.15	3.39	48

*Fuente: Elaboración propia, datos generados mediante la ecuación 2.1*

### Diseño del factorial fraccionado

Mediante el algoritmo del método NOBA expresado en [Pantoja, Ríos, & Tapia, 2019], se fracciona el factorial completo.

Las corridas seleccionadas mediante el método son: 6, 11, 16, 21, 26, 31, 42, 47, 52, 57, 61, 68, 78, 83, 88, 92, 99, 103, 114, 119, 124, 128, 133, 141, 150, 155, 160, 163, 170, 177, 185, 190, 193, 201 y 206.

### 3. Resultados

El ANOVA del factorial completo se expresa en la tabla 3.

Tabla 3 ANOVA factorial completo.

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F Value	p-value Prob > F
A	13.38	1	13.38	1.98	0.1660
B	11.47	2	5.73	0.85	0.4346
C	18.88	4	4.72	0.70	0.5971
D	71.59	6	11.93	1.76	0.1265
AB	10.32	2	5.16	0.76	0.4716
AC	4.93	4	1.23	0.18	0.9464
AD	52.92	6	8.82	1.30	0.2733
BC	106.15	8	13.27	1.96	0.0419
BD	83.87	12	6.99	1.03	0.4349
CD	168.46	24	7.02	1.04	0.4424
ABC	21.01	8	2.63	0.39	0.9215
ABD	94.48	12	7.87	1.16	0.3347
ACD	190.93	24	7.96	1.18	0.3085
BCD	177.51	48	3.70	0.55	0.9805
Residual	324.52	48	6.76		
Cor Total	1350.42	209			

*Fuente: Creación propia adaptada de Design-Expert a partir de los datos simulados.*

El análisis para optimizar la dureza del factorial completo se expresa en la tabla 4, en el cual la mejor combinación es la corrida 12, con 40 °C, 2600 psi, 2 minutos de inyección y 3.22 minutos de tiempo de curado. El ANOVA del factorial fraccionado se expresa en la tabla 5.

Tabla 4 Factores óptimos del factorial completo.

Number	A	B	C	D	Y
1	Level 1 of A	Level 3 of B	Level 1 of C	Level 4 of D	48.2429

*Fuente: Creación propia adaptada de Design-Expert a partir de los resultados.*

Tabla 5 Factores óptimos del factorial fraccionado.

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F Value	p-value Prob > F
A	0.038	1	0.038	0.40	0.9513
B	20.79	2	10.40	1.09	0.3934
D	31.56	6	5.26	0.55	0.7548
AD	38.46	6	6.41	0.67	0.6775
BD	85.71	12	7.14	0.75	0.6834
Residual	57	6	9.50		
Cor Total	220.74	33			

Fuente: Creación propia adaptada de Design-Expert a partir de los datos simulados

El análisis para optimizar la dureza del factorial fraccionado se expresa en la tabla 6. En el cual la mejor combinación es la corrida 68, con 40 °C, 2400 psi, 2 minutos de inyección y 3.17 minutos de tiempo de curado.

Tabla 6 Factores óptimos del factorial fraccionado.

Number	A	B	C	D	Y
1	Level 1 of A	Level 1 of B	Level 1 of C	Level 4 of D	47.75

Fuente: Creación propia adaptada de Design-Expert a partir de los resultados

## 5. Conclusiones

Para el ejercicio planteado se puede concluir que el error en que cae el factorial fraccionado es el error tipo II, donde en el resultado no se presenta un coeficiente significativo que en realidad si es significativo.

De acuerdo con el ANOVA del factorial completo, la interacción BC es la única significativa con un valor p iguala 0.0419. En este mismo ANOVA, se toman en cuenta 6 interacciones dobles para el análisis y 4 triples.

En el caso del factorial fraccionado, no toma en cuenta la interacción BC y solo considera 2 interacciones dobles.

En referencia al análisis del valor óptimo de dureza, ambos factoriales dan resultados cercanos, siendo 48.24 SHA para el factorial completo y 47.75 SHA para el factorial fraccionado.

En conclusión, el factorial completo es muy robusto y no cae en los errores ya mencionados, al contrario del factorial fraccionado que tiende a cometer errores.



## 6. Bibliografía y Referencias

- [1] Guo, Y., Simpson, J. R., & Pignatiello, J. J. (2007). Construction of Efficient Mixed-Level Fractional Factorial Designs. *Journal of Quality Technology*, 39(3), 241–257. doi:10.1080/00224065.2007.11917691
- [2] Gutiérrez Pulido, H., & De la Vara Salaz, R. (2012). *Análisis y diseño de experimentos*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- [3] I. Izquierdo, M. Tanco, E. Viles, A. Sánchez & J. María. (2007). *El diseño de experimentos como herramienta para la mejora de los procesos*. Bogotá: Tecnura: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2570/257021012011>
- [4] José C. Pinheiro & Douglas M. Bates (2000). *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. New York: Springer-Verlag. doi.org/10.1007/b98882.
- [5] Ordan Sanz, J. A., & Melgar Hiraldo, M. (2010). *Métodos estadísticos y econométricos en la empresa y para finanzas*. Sevilla: Universidad Pablo de Olavide.
- [6] P. D. Cortés & M.D. Ruiz 2013. *Máster Universitario en estadística aplicada*. Granada: Universidad de granada.
- [7] P. D. Medina & A. M. Lopez (2011). *Análisis crítico del diseño factorial 2k sobre casos aplicados*. Pereira: Scientia Et Technica: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=849/84921327018>.
- [8] Pantoja, Y. V., Ríos, A. J., & Tapia Esquivias, M. (2019). A method for construction of mixed-level fractional designs. *Quality and Reliability Engineering International*. doi:10.1002/qre.2466.