

ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE SERVICIO CON TEORÍA DE COLAS Y SIMULACIÓN

ANALYSIS OF A SERVICE SYSTEM WITH QUEUEING THEORY AND SIMULATION

Sheila Natalié Alejandro Pérez

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México
m1803069@itcelaya.edu.mx

Salvador Hernández González

Tecnológico Nacional de México/ IT de Celaya, México
salvador.hernandez@itcelaya.edu.mx

José Alfredo Jiménez García

Tecnológico Nacional de México / IT de Celaya, México
alfredo.jimenez@itcelaya.edu.mx

Vicente Figueroa Fernández

Tecnológico Nacional de México/ IT de Celaya, México
vicente.figueroa@itcelaya.edu.mx

Recepción: 7/noviembre/2019

Aceptación: 18/febrero/2020

Resumen

La finalidad del artículo es analizar mediante fórmulas de teoría de colas el comportamiento del sistema de servicio. En este artículo, se analiza el comportamiento de la demanda en el trabajo en proceso y en el tiempo ciclo de un sistema de servicios, mediante el uso del modelo analítico de teoría colas M/M/C el cual asume que tanto los tiempos entre llegadas como los de servicio tienen distribución exponencial y que el número de servidores es c (cualquier entero positivo).

Los datos fueron analizados en Minitab, igualmente se utilizaron hojas de cálculos en Excel y el software Arena para realizar el análisis y simulación del sistema de servicio. Además, se generó un modelo de simulación representativo del sistema de servicio. Se encontró que, al aumentar un servidor en la última estación del sistema, se agilizará el desempeño de la tienda de servicio.

Palabras Clave: simulación, teoría de colas, tiempo de ciclo, trabajo en proceso.

Abstract

The purpose of the article is to analyze the behavior of the service system through queueing theory. This article analyzes the behavior of the demand in the work in process and in the cycle time of a service system, through the use of the analytical model of theory queues M/M/C which assumes that the time of arrivals and the time of service have exponential distribution and that the number of servers is c (any positive integer). The data was studied in Minitab, Excel and Arena software to perform the analysis and simulation of the service system. In addition, a representative simulation model of the service system was generated. It was found by simulation that the results of the analytical study with M/M/C are reliable.

Keywords: *cycle time, queueing theory, simulation, work in process.*

1. Introducción

En la industria y los servicios, los sistemas de suministro tienen un alto grado de complejidad, debido a la existencia de las múltiples relaciones que cada elemento tiene con otros dentro del mismo sistema. A lo largo de dicha red, no solo circula material sino también información [Bhaskar & Lallement, 2010].

Baccarini [1996] define como complejidad a muchos elementos distintos interrelacionados y se operacionaliza en términos de diferenciación e interdependencia. En el presente trabajo se tomará en cuenta la complejidad de un sistema, el cual genera incertidumbre en dos formas:

- Estructural (número de elementos e interdependencia de 2 elementos).
- En metas y métodos [Williams, 1999].

La complejidad e incertidumbre de un sistema de producción produce variabilidad en los flujos de producción [Horman, 2000]. Variabilidad es la calidad de no-uniformidad de una clase de entidades. Está muy relacionada con la aleatoriedad de un fenómeno. La desviación estándar y la varianza son medidas de variabilidad en una muestra o proceso [Hopp & Spearman, 1996]. Koskela [2000] también afirma que hay dos tipos de variabilidad en los flujos de producción: variabilidad en los tiempos de proceso y variabilidad en el flujo. La variabilidad en los tiempos de

proceso se refiere al tiempo requerido para procesar una tarea en una estación de trabajo. Este tipo de variabilidad consiste en variabilidad natural (fluctuación debido a diferencias entre operadores, máquinas y material), detenciones aleatorias, preparaciones, disponibilidad de operadores y trabajo rehecho (debido a calidad inaceptable). Por otro lado, la variabilidad en el flujo significa variabilidad en la llegada de trabajos a una estación de trabajo. Tomando como referencia la ley de Little, la cual es un modelo de líneas de espera fundamental para calcular los parámetros principales de una línea de espera como son tiempo de ciclo, tasa de producción y trabajo en proceso. [Chase & Jacobs, 2013]. Se calcula el Trabajo en proceso, que es el número de tareas o trabajos dentro de un sistema ya sea que se están ejecutando al momento o que se encuentran esperando en una línea de espera para ser procesados. Asimismo, el trabajo en proceso promedio es denotado por WIP [Curry & Feldman, 2010].

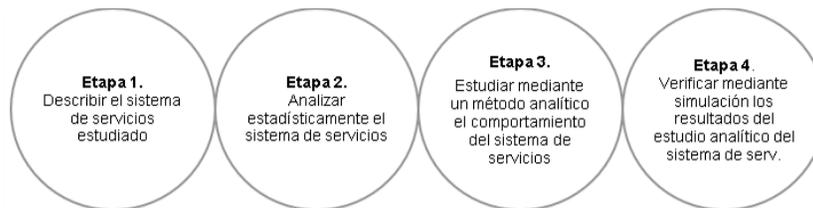
Muchos sistemas de manufactura y cadenas de suministro pueden ser modelados como sistemas complejos de redes de líneas de espera, en las cuales la salida del proceso fluye hacia otros procesos de líneas de espera, a veces con rutas probabilísticas o rutas determinísticas [Feldman & Valdéz-Flores, 2009].

El estudio se realizó mediante modelos analíticos de línea de espera. Un modelo de cola de espera es aquel en el que usted tiene una secuencia de elementos, tales como las personas, que llegan a una instalación en busca de su servicio [Eppen, 2000]. El análisis de líneas de espera se realizó con el apoyo de la herramienta de simulación. De acuerdo con [García Dunna, García Reyes, & Cárdenas Barrón, 2006] simulación es el desarrollo de un modelo lógico-matemático de un sistema, de tal forma que se obtiene una imitación de la operación de un proceso de la vida real o de un sistema a través del tiempo. La simulación de sistemas es similar a los juegos de negocios en el sentido de que les permite a los usuarios probar varias políticas y decisiones administrativas a fin de evaluar su efecto en el entorno operativo [Render, Stair, & Hanna, 2006]. Algunos ejemplos de las decisiones que deben tomar los administradores de estos sistemas son: la cantidad de producto que se debe fabricar o la cantidad que se debe enviar desde cada lugar de trabajo a la estación de la cadena de suministro [Kulweic, 2004]. Un administrador debe

determinar el tiempo de servicio o la cantidad de servidores que reducen el tiempo de ciclo en el sistema [Hernández-González, 2017]. Por lo anterior, en este artículo se presenta un modelo simulado de un sistema de servicio, el cual da a conocer con agilidad los cálculos del trabajo en proceso en el sistema actual, así como también el tiempo de ciclo de cada estación y el tiempo ciclo total del sistema. Igualmente, se observa el comportamiento de la demanda en cada una de las estaciones que compone el sistema de servicio. Así también, se generó un modelo de simulación del sistema de servicios que valida los resultados del estudio analítico realizado con el modelo M/M/C. Por lo tanto, se comprueba la confiabilidad de los resultados obtenidos.

2. Métodos

La figura 1 muestra las etapas del método de investigación del presente artículo, se pueden observar 4 etapas que expresan los pasos a seguir para obtener los resultados esperados.



Fuente: Elaboración propia

Figura 1 Método de la Investigación.

Las etapas que se desarrollaron a fin de obtener el producto del presente artículo son las siguientes:

- Primeramente, se describió los componentes del sistema en serie estudiado junto con ello sus actividades a desempeñar en cada estación de trabajo. Igualmente, se elaboró un esquema gráfico del diseño de sus instalaciones.
- Segundo, se realizó el análisis estadístico del sistema en serie con apoyo del software Minitab. El cual incluye histograma de tiempo entre llegadas y tiempo de servicio de las 3 estaciones de la tienda de servicio, así como la prueba de bondad de ajuste de cada una con el fin de identificar el

comportamiento de las variables. Tercero, se estudió el sistema de servicios mediante el método analítico M/M/C, basado en teoría de colas. Se realizaron los cálculos de las medidas de desempeño con apoyo de hojas de cálculo en Excel. Cuarto, se verificó mediante simulación en el software Arena los resultados del estudio realizado con el método analítico M/M/C y se determinó la confiabilidad de los resultados obtenidos.

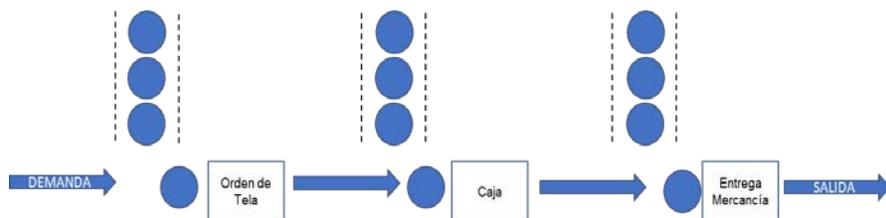
3. Resultados

Etapa 1 Descripción del sistema de servicios

El sistema en serie que se eligió para estudiar es una tienda de servicios que se dedica a la venta de telas. El sistema cuenta con una única entrada de clientes, posteriormente se realiza la recepción de pedido donde se corta la tela que elige el cliente por alguno de los 4 servidores disponibles, quienes entregan un ticket al cliente para que se dirija a pagar su orden a la siguiente estación, "Caja".

En esta estación se encuentra solamente una cajera, la cual recibe el monto de dinero especificado en el ticket y le proporciona un ticket de pago para posteriormente ir a recoger la orden en la siguiente estación, "Entrega de mercancía". Donde se encargan 2 empleadas de recibir el ticket de pago, así como la entrega de lo que corresponde a la orden de telas del cliente.

La figura 2 muestra cómo se encuentra la distribución de las 3 estaciones con las que cuenta el sistema en serie a analizar, así como la única entrada al sistema.



Fuente: Elaboración propia

Figura 2 Sistema de colas llegadas en serie.

Etapa 2 Análisis estadístico del sistema de servicios

La tabla 1 muestra el resumen estadístico del sistema, realizado en Minitab. Donde t_s se refiere a tiempo de servicio, σ_s se refiere a desviación estándar del

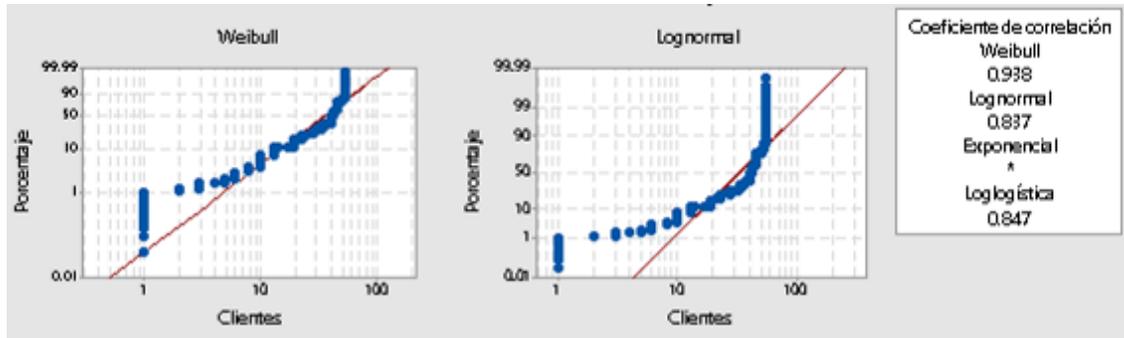
tiempo de servicio, t_a se refiere a tiempo entre llegadas y σ_a se refiere a desviación estándar del tiempo de llegadas.

Tabla 1 Resumen de análisis estadístico de datos.

Métricas de desempeño	Orden de Tela	Caja	Entrega de Mercancía
t_s	2.1353 min	0.3753 min	0.9014 min
σ_s	58.0874	16.4996	26.7059
t_a	0.5343 min	0.5343 min	0.5343 min
σ_a	60.1759	60.1759	60.1759

Fuente: Elaboración propia

La figura 3 muestra la prueba de bondad de ajuste realizada al tiempo entre arribos. La distribución de probabilidad que representa mejor el fenómeno del sistema, de acuerdo a la observación del comportamiento de los datos es la “Weibull” con una r^2 de 0.938 esto quiere decir que el modelo explica en un 0.938 al fenómeno.

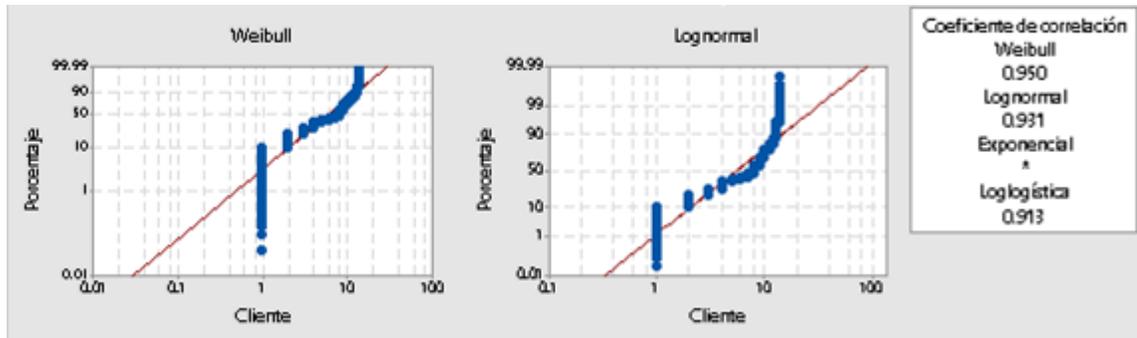


Fuente: Elaboración propia

Figura 3 Prueba de bondad de ajuste tiempo entre llegadas.

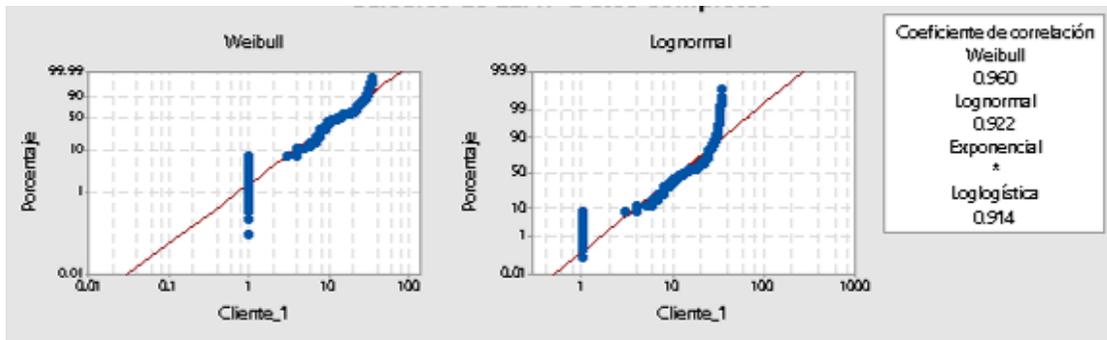
La figura 4 muestra la prueba de bondad de ajuste realizada al tiempo de servicio de la orden de tela. La distribución de probabilidad que representa mejor el fenómeno de la estación, de acuerdo a la observación del comportamiento de los datos es la “Weibull” con una r^2 de 0.95, esto quiere decir que el modelo explica en un 0.95 al fenómeno. Igualmente, la figura 5 muestra la prueba de bondad de ajuste realizada al tiempo de servicio de la orden de caja. La distribución de probabilidad que representa mejor el fenómeno de la estación es la “Weibull” con una r^2 de 0.96, esto quiere decir que el modelo explica en un 0.96 al fenómeno. La

figura 6 muestra la prueba de bondad de ajuste realizada al tiempo de servicio de la orden de entrega de mercancías. La distribución de probabilidad que representa mejor el fenómeno de la estación, de acuerdo con la observación del comportamiento de los datos es la “Weibull” con una r^2 de 0.974, esto quiere decir que el modelo explica en un 0.974 al fenómeno.



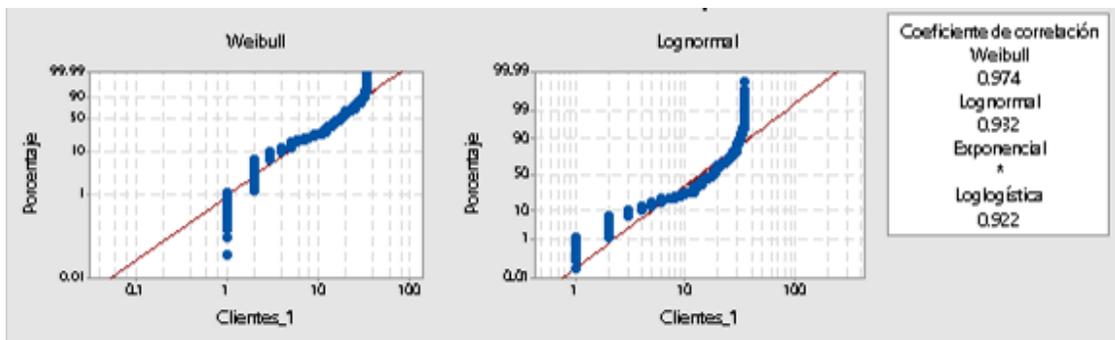
Fuente: Elaboración propia

Figura 4 Prueba de bondad de ajuste de orden de tela.



Fuente: Elaboración propia

Figura 5 Prueba de bondad de ajuste de caja.



Fuente: Elaboración propia

Figura 6 Prueba de bondad de ajuste de entrega de mercancías.

Etapa 3 Experimentación del sistema de servicios

Experimentar y mediante modelos analíticos estudiar el comportamiento del sistema sometiéndolo bajo diferentes escenarios de variabilidad. En la tabla 2 se muestran los resultados obtenidos de la hoja de cálculo para analizar el sistema por cada estación utilizando el modelo analítico M/M/C de Teoría de Colas, se asume que tanto los tiempos entre llegadas como los de servicio tienen distribución exponencial y que el número de servidores es c (cualquier entero positivo). Además, se tomó en cuenta un coeficiente cuadrático de variación de tiempo entre arribos y tiempo de servicio de 1, ($c_a^2 = c_s^2 = 1$).

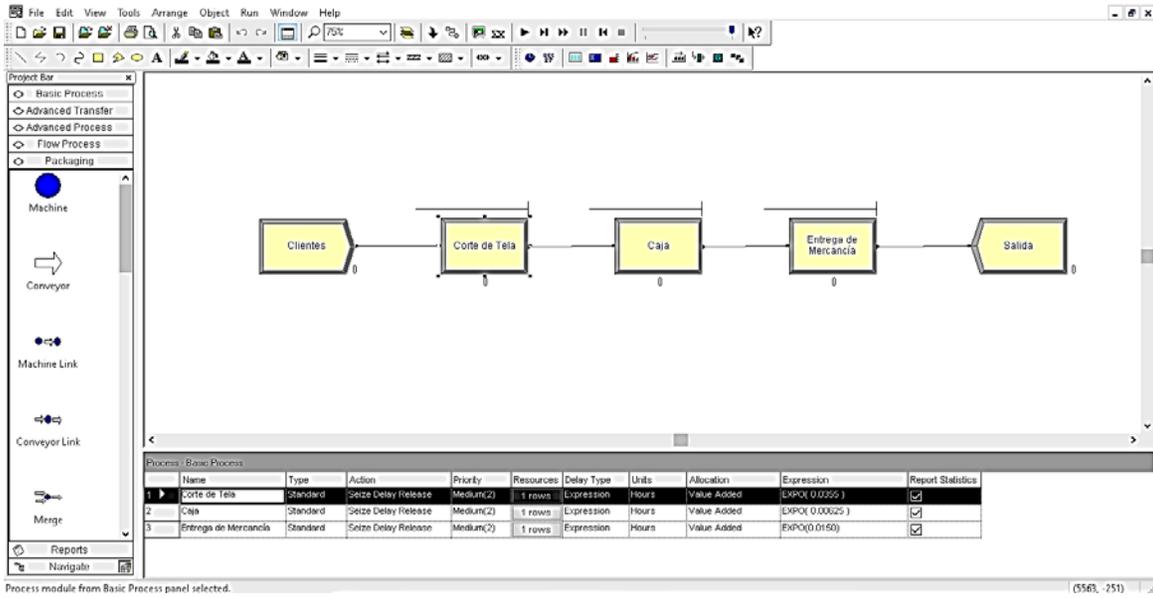
Tabla 2 Resumen de resultados del estudio con modelo analítico M/M/C.

Modelo M/M/C	Orden de Tela	Caja	Entrega de mercancías
Servidores	6	1	2
Utilización del Sistema (ρ)	0.6654	0.7025	0.8435
P (0), Probabilidad de ocio	0.0168	0.2975	0.8435
L_q , Longitud esperada en la cola	0.5627 clientes	1.6590 clientes	4.1600 clientes
L, Número de clientes esperados en el sistema (WIP)	4.5553 clientes	2.3616 clientes	5.8469 clientes
W_q , Tiempo esperado en cola	0.3 min (18 s)	0.888 min (53.28 s)	2.22 min
W, Tiempo total esperado en el sistema (Tiempo Ciclo)	2.436 min (146.16 s)	1.26 min (75.6 s)	3.126 min
Probabilidad de que cliente espere	0.2829	0.7025	0.7719

Fuente: Elaboración propia

Etapa 4 Validación de resultados mediante la simulación del sistema

Verificar mediante simulación los resultados obtenidos mediante el análisis del sistema con modelos analíticos y determinar el efecto de la variabilidad en el sistema en serie. Se realizó una simulación en el software Arena para corroborar los resultados del sistema utilizando el modelo analítico M/M/C de Teoría de Colas. Se muestran los resultados de la simulación, la cual se corrieron 5 réplicas, con un periodo de calentamiento de 1 hora, una longitud de réplicas de 12 horas de la jornada laboral de 7 am a 7 pm, tomando en cuenta 24 horas que dura el día. Esto asegura que los resultados tienen un nivel de confianza del 0.95. En la figura 7 se muestra el modelo de la simulación realizada en el software Arena.



Fuente: Elaboración propia

Figura 7 Modelo de Simulación del Sistema en Serie en Software Arena.

La tabla 3 y 4 muestran los resultados obtenidos de la simulación realizada en el software Arena para analizar el sistema utilizando el modelo analítico M/M/C de Teoría de Colas. Es así, como se comparan las cifras de las medidas de desempeño del modelo M/M/C con las encontradas en el modelo simulado en Arena (tabla 5).

Tabla 3 Resultados de simulación de M/M/C con software Arena.

Medidas de desempeño	Promedio	Intervalo menor	Intervalo mayor
Tiempo de ciclo total (TCT)	6.402 min	5.3255	9.33
Trabajo en proceso del sistema (WIP)	12.0529 clientes	9.4722	18.1707

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4 Resultados en Cola de la simulación de M/M/C con software Arena.

	Orden de tela			Caja			Entrega de mercancías		
	Prom.	Interv. menor	Interv. mayor	Prom.	Interv. menor	Interv. mayor	Prom.	Interv. menor	Interv. mayor
Tiempo espera en cola (min)	0.7522	0.6960	0.8527	0.2259	0.1173	0.3031	2.0639	1.1755	5.0485
No. de clientes en cola	1.4083	1.2343	1.6021	0.4249	0.2081	0.5709	3.9258	2.1037	9.8267

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5 Comparación resultados M/M/C y Modelo de Simulación.

Medidas de Desempeño	Modelo Analítico	Modelo de Simulación	Diferencia %
Lq, número de clientes esperados en la cola	6.3817 clientes	5.759 clientes	10.81
L, número de clientes esperado en el sistema (WIP, trabajo en proceso)	12.7638 clientes	12.0529 clientes	5.90
Wq, Tiempo esperado en la cola	3.408 min	3.0421164 min	12.03
W, Tiempo total esperado en el sistema (tiempo ciclo)	6.822 min	6.402 min	6.56

Fuente: Elaboración propia

La simulación del modelo M/M/C da en promedio de número de clientes esperados en el sistema es de 12.0529 clientes y se tiene un intervalo de confianza de 9.4722 y 18.1707, el resultado del modelo analítico es de 12.7638 clientes este se encuentra dentro del intervalo por lo que se acepta, es decir se validan los cálculos analíticos mediante el modelo simulado. La desviación estándar existente entre los resultados anteriores estadísticamente no es significativa porque se encuentran dentro del intervalo de confianza.

4. Conclusión y/o recomendaciones

Finalmente, se concluye que este sistema de servicios presenta un estado estable y que los tiempos de servicio que ofrecen son adecuados debido a que tienen la capacidad de cubrir la demanda de los clientes. Con los datos observados referente al WIP, por sus siglas en inglés Work In Process que hace referencia al número de clientes esperados en el sistema, se encontró que la estación más eficiente es la estación 1 “corte de tela” ya que tiene 6 servidores disponibles lo que genera una menor cantidad de trabajos en proceso a comparación de las otras estaciones. De acuerdo a los resultados obtenidos, el cuello de botella se encuentra en la entrega de mercancías, donde el tiempo ciclo es mayor en comparación con las demás estaciones, por lo que se propone aumentar en una unidad el número de servidores en esta estación, que sea quien localice a quienes se encargan de cortar las telas en sus respectivas mesas de trabajo y entregue el pedido en la estación 3 que es la entrega de mercancías. Esto permitirá eliminar demoras en el servicio al cliente. En la tabla 6 se muestra la comparación de las métricas correspondientes al cambio propuesto del sistema.

Tabla 6 Comparación de resultados M/M/C del estado actual y estado propuesto.

Métrica	Estado Actual del Sistema			Estado Propuesto del Sistema		
	Orden de Tela	Caja	Entrega de Mercancías	Orden de Tela	Caja	Entrega de Mercancías
Servidor(es)	6	1	2	6	1	3
Tiempo Ciclo	2.436 min	1.26 min	3.126 min	2.436 min	1.26 min	1.11 min
Trabajo en Proceso (WIP)	4.553 clientes	2.3616 clientes	5.8469 clientes	4.553 clientes	2.3616 clientes	2.0825 clientes
Utilización (ρ)	0.6654	0.7025	0.8435	0.6654	0.7025	0.5623
Costos (\$ MXN)	760.71	121.75	271.50	760.71	121.75	407.25
	Costo Total		1,153.96	Costo Total		1,289.71

Fuente: Elaboración propia

A través del modelo de simulación ejecutado se evidencia una muy buena representación de la realidad, debido a que la desviación estándar existente entre los resultados obtenidos, estadísticamente no es significativa ya que se encuentran dentro del intervalo de confianza. Esto quiere decir, que los resultados del estudio analítico con M/M/C son confiables. Con lo anterior se puede confirmar una vez más la importancia de la implementación de modelos de simulación, ya que estos permiten corroborar la veracidad de los resultados, además que permiten profundizar en el análisis del comportamiento del sistema estudiado.

5. Bibliografía y Referencia

- [1] Álvarez-Bárceñas, A., & Andrade-Herrejón, J. A. (2017). Modelos de Línea de Espera utilizados para hacer más eficiente el servicio en la tienda de autoservicio "Casco" para mantener un equilibrio entre el coste de servicio y los tiempos en la línea de espera. *Pistas Educativas*, 39(126).
- [2] Arifin, Z. M., Probowati, B. D., & Hastuti, S. (2015). Applications of Queuing Theory in the Tobacco Supply. *Agriculture and Agricultural Science Procedia*, 3(1), 255-261.
- [3] Baccarini, D. (1996). The Concept of Project Complexity-a review. *International Journal of Project Management*, 14(4), 201-204.
- [4] Bandi, C., Bertsimas, D., & Youssef, N. (2015). Robust Queueing Theory. *Operations Research*, 63(3), 676-700.

- [5] Aziziankohan, A., Jolai, F., Khalilzadeh, M., Solatani, R., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2017). Green supply chain management using the queuing theory to handle congestion and reduce energy consumption and emissions from supply chain transportation fleet. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 10(2), 213-236.
- [6] Bhaskar, V., & Lallement, P. (2010). Modeling a supply chain using a network of queues. *Applied Mathematical Modelling*, 34(8), 2074-2088.
- [7] Chase, R., & Jacobs, F. (2013). *Administración de Operaciones, Producción y Cadena de Suministros*. Ciudad de México: McGraw-Hill.
- [8] Curry, G. L., & Feldman, R. M. (2010). *Manufacturing systems modeling and analysis*. Springer Science & Business Media
- [9] Eppen, G. D. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa: construcción de modelos para la toma de decisiones con hojas de cálculo electrónicas*. Pearson educación.
- [10] Feldman, R. M., & Valdéz-Flores, C. (2009). *Applied probability and stochastic processes* (2 ed.). Springer Science & Business Media.
- [11] García Dunna, E., García Reyes, H., & Cárdenas Barrón, L. E. (2006). *Simulación y análisis de sistemas con ProModel* (1 ed.). Ciudad de México: Pearson Prentice Hall.
- [12] Ghimire, S., Thapa, G. B., Ghinire, R. P., & Silvestrov, S. (2017). A Survey on Queueing Systems with Mathematical Models and Applications. *American Journal of Operation Research*, 7(1), 1-14.
- [13] Hernández-González, S., Flores-de la Mota, I., Jiménez-García, J. A., & Hernández-Ripalda, M. D. (2017). Numerical Analysis of minimum cost network flow with queuing stations: the M/M/1 Case. *Nova Scientia*, 9(18), 257-289.
- [14] Hopp, W. J., & Spearman, M. L. (1996). *Factory Physics: Foundations of Manufacturing Management*. Boston: McGraw-Hill.
- [15] Koskela, L. (2000). *An Exploration Towards a Production Theory and its Application to Construction*. Ph D Dissertation, VTT Building Technology. Espoo, Finland.: Helsinki University of Technology.

- [16] Horman, M. J. (2000). *Process Dynamics: Buffer Management in Building Project Operations*. Ph D Dissertation, Faculty of Architecture, Building and Planning. Melbourne, Australia.: *Process Dynamics: Buffer Management in Building Project Operations*. Ph DThe University of Melbourne.
- [17] Izar Landeta, J. M., Ynzunza Cortés, C. B., & Garnica González, J. (2018). Análisis y optimización de dos sistemas de líneas de espera de empresas de logística y transporte de los Estados de Querétaro y Colima. *Investigación Administrativa*, 47(121).
- [18] Kulweic, R. (2004). Crossdocking as a supply chain strategy. *Target*, 20(3), 28-35.
- [19] Render, B., Stair, M. R., & Hanna, M. E. (2006). *Métodos Cuantitativos para los negocios*. México: Pearson Educación.
- [20] Roble-Marín, V., Díaz-Betancur, C., Muñoz-Estrada, D., & Dita-Díaz, H. F. (2017). Análisis y Mejoramiento del Sistema de Colas, en el Centro Industrial y del Desarrollo Tecnológico (SENA) Barrancabermeja. *RIDING*, 11(1), 1-5.
- [21] Rodríguez-Jaurégui, G. R., González-Pérez, A. K., Hernández-González, S., & Hernández-Ripalda, M. D. (2017). Análisis del Servicio de Urgencias aplicando teoría de líneas de espera. *Contaduría y Administración*, 62(3), 719-732.
- [22] Kelton, W. D., Sadowski, R. P., & Sturrock, D. T. (2008). *Simulación con software Arena*. McGraw-Hill.
- [23] Van Woensel, T., & Cruz, F. R. (2014). Optimal Routing in General Finite Multi-Server Queueing Networks. *PLoS ONE*, 9(7), 1-15.
- [24] Walton, M. (1985). *Cómo Administrar con el Método Deming*. Colombia: Norma.
- [25] Williams, T. (1999). The Need for New Paradigms for Complex Projects. *International Journal of Project Management*, 17(5), 269-273.