

# **OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA MULTI-OBJETIVO DE CICLOS DE POTENCIA RANKINE, UTILIZANDO TÉCNICAS DE DISEÑO DE EXPERIMENTOS DE TAGUCHI**

*MULTI-OBJECTIVE PARAMETRIC OPTIMIZATION OF RANKINE POWER CYCLES, USING TAGUCHI EXPERIMENT DESIGN TECHNIQUES*

**José Martín Medina Flores**

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México  
*martin.medina@itcelaya.edu.mx*

**Jesús Humberto Tinajero Campos**

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México  
*M1903033@itcelaya.edu.mx*

**Arnoldo Maeda Sánchez**

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México  
*arnoldo.maeda@itcelaya.edu.mx*

**José Alberto Zavala Bustos**

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México  
*jose.zavala@itcelaya.edu.mx*

**Martínez Nolasco Juan José**

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México  
*juan.martinez@itcelaya.edu.mx*

**Recepción:** 25/septiembre/2019

**Aceptación:** 14/noviembre/2019

## **Resumen**

En el presente trabajo se planteó optimizar los ciclos de potencia Rankine (simple, recalentado, regenerativo) variando los parámetros de operación más significativos del ciclo, según las fuentes literarias que se consultaron.

Con el objetivo de poder mejorar sus características de calidad que en este caso de estudio son la eficiencia y la destrucción de exergía del ciclo.

Primero se realizaron los modelos matemáticos de los tres diferentes ciclos Rankine. Enseguida se obtuvieron las combinaciones de los parámetros de los ciclos, usando un diseño de experimentos con un enfoque de Taguchi, en donde se

seleccionó un arreglo ortogonal  $L_9 (3^4)$ , el cual cumple con la necesidad de cubrir tres factores a tres niveles y un número mínimo de siete experimentos. Posteriormente al tener la combinación de los parámetros se insertaron en el software Engineering equation solver (EES) para hacer la simulación de los sistemas con cada combinación obtenida y ver el comportamiento de la eficiencia y la destrucción de energía a los tres ciclos. Al tener los resultados del comportamiento de cada combinación se analizó el diseño de Taguchi para obtener la mejor combinación de parámetros para aumentar la eficiencia y disminuir la destrucción de exergía. Al tener los parámetros de optimización se realizó un experimento de confirmación donde en los tres casos de los ciclos Rankine se obtuvo un aumento en los parámetros de calidad. respecto a los parámetros iniciales del ciclo.

**Palabras clave:** ANOVA, optimización, Rankine, Taguchi.

### **Abstract**

*In the present work it was proposed to optimize Rankine power cycles (simple, reheated, regenerative) by varying the most significant operating parameters of the cycle, according to the literary sources that were consulted.*

*With the aim of improving its quality characteristics, which in this case study are the efficiency and destruction of exergy of the cycle.*

*First the mathematical models of the three different Rankine cycles were made. Next, the combinations of the cycle parameters were obtained, using an experiment design with a Taguchi approach, where an orthogonal arrangement  $L_9 (3^4)$  was selected. Which meets the need to cover three factors at three levels and a minimum number of seven experiments. Subsequently, having the combination of the parameters, they were inserted into the Engineering equation solver (EES) software to simulate the systems with each combination obtained and see the performance of efficiency and the destruction of energy at three cycles. Having the results of the behavior of each combination, Taguchi's design was analyzed to obtain the best combination of parameters to increase efficiency and decrease the destruction of exergy. Having the optimization parameters, a confirmation experiment was carried out where in the*

*thee cases of the Rankine cycles an increase in the quality parameters was obtained. regarding the initial parameters of the cycle.*

**Keywords:** ANOVA, optimization, Rankine, Taguchi.

## **1. Introducción**

Una de las áreas de aplicación más importantes de la termodinámica es la producción de potencia eléctrica mediante plantas de potencia de vapor. Las plantas de potencia de vapor de agua trabajan fundamentalmente con el mismo ciclo básico, tanto si el suministro de energía proviene de la combustión de combustibles fósiles (carbón, gas o petróleo) como si procede de un proceso de fisión en un reactor nuclear.

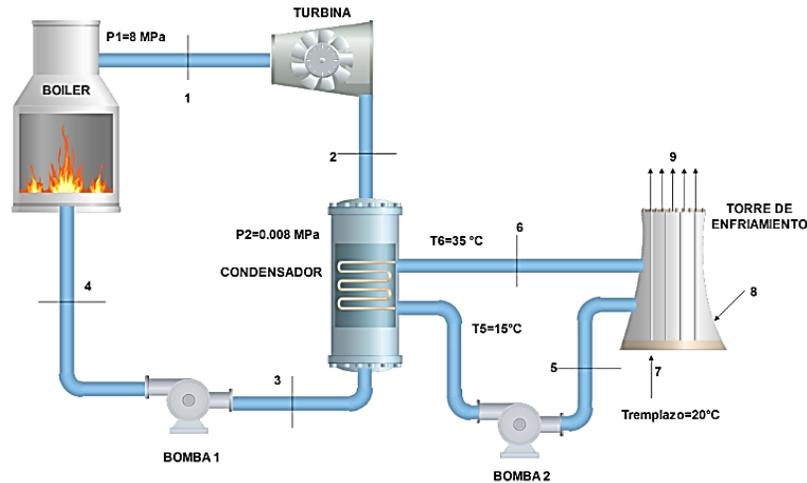
Un ciclo de potencia eléctrica moderno a gran escala resulta bastante complicado en cuanto a los flujos de masa y energía. Para simplificar la naturaleza de estos ciclos se estudian en profundidad tomando como referencia modelos sencillos que contiene procesos idealizados. La ventaja que presentan estos modelos es que proporcionan una información cualitativa importante sobre la mayoría de los parámetros que afectan al funcionamiento del ciclo en conjunto [Wark y Richards, 2001].

Para el estudio primero se tuvieron que realizar los modelos matemáticos de la generación de entropía y la destrucción de exergía de cada elemento de cada variante del ciclo de vapor Rankine, ciclo básico, ciclo con recalentamiento y ciclo regenerativo. Se realizaron los modelos matemáticos de cada ciclo donde posteriormente se calculó la información termodinámica de cada ciclo, así como el cálculo de la eficiencia y destrucción de exergía. Posteriormente se aplicó la metodología de experimentos de Taguchi para obtener las mejores combinaciones de los parámetros de los ciclos, Finalmente, con los parámetros óptimos de cada ciclo se realizó un análisis de varianza para ver si los niveles afectaban en el resultado del cálculo de la eficiencia y la destrucción de exergía y realizar un experimento de comprobación donde se ilustrará que las combinaciones de los parámetros obtenidos fueran correctas.

## 2. Métodos

### Modelo Matemático del Ciclo de Potencia Rankine Real Básico

La figura 1 muestra el diagrama de componentes del ciclo básico Rankine.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 1 Diagrama del ciclo Rankine básico.

El balance de materia para el ciclo se expresa con la ecuación 1 [Wark y Richards, 2001].

$$\frac{dm_{VC}}{dt} = \sum \dot{m}_{entran} - \sum \dot{m}_{salen} \quad (1)$$

Donde  $m_{VC}$  es la masa que se tiene dentro del volumen de control seleccionado para su estudio,  $\dot{m}$  es la razón de flujo másico que entra y sale a través de la frontera del volumen de control. Considerando estado estable o estacionario se obtiene la ecuación 2.

$$\sum \dot{m}_{entran} - \sum \dot{m}_{salen} = 0 \quad (2)$$

El balance de energía para el ciclo se expresa con la ecuación 3.

$$\frac{dE_{CV}}{dt} = \dot{Q}_{CV} - \dot{W}_{CV} + \sum_i \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) - \sum_e \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) \quad (3)$$

Donde  $E_{CV}$  es la energía almacenada dentro del volumen de control seleccionado para su estudio,  $\dot{Q}_{CV}$  y  $\dot{W}_{CV}$  es la cantidad de energía que entra y sale del volumen

de control en forma de calor y trabajo respectivamente,  $h_i$  y  $h_e$  son los valores de entalpía de la corriente a la entrada y salida del volumen de control,  $\left(\frac{V_i^2}{2} - \frac{V_e^2}{2}\right)$  es el cambio en la energía cinética por unidad de masa y  $(gz_i - gz_e)$  energía potencial por unidad de masa de la corriente a la entrada y salida del volumen de control. Considerando estado estable o estacionario, el cambio en la energía cinética y potencial es despreciable; por lo tanto, se obtiene la ecuación 4.

$$\dot{Q}_{CV} - \dot{W}_{CV} + \sum_i \dot{m}_i h_i - \sum_e \dot{m}_e h_e = 0 \quad (4)$$

El balance de entropía para el ciclo se expresa con la ecuación 5.

$$\frac{dS_{CV}}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_i \dot{m}_i s_i - \sum_e \dot{m}_e s_e + \dot{\sigma}_{CV} \quad (5)$$

Donde  $S_{CV}$  es la cantidad de entropía almacenada dentro del volumen de control,  $\dot{Q}_j$  es la transferencia de energía en forma de calor a través de la frontera del volumen de control,  $T_j$  es la temperatura a la cual se encuentra la frontera del volumen de control por donde se transfiere el calor  $\dot{Q}_j$ ,  $s_i$  y  $s_e$  son los valores de entropía de la corriente a la entrada y salida del volumen de control,  $\dot{\sigma}_{CV}$  es la generación de entropía dentro del volumen de control. Considerando estado estable o estacionario, se tiene:

$$\sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_i \dot{m}_i s_i - \sum_e \dot{m}_e s_e + \dot{\sigma}_{CV} = 0 \quad (6)$$

Los balances de materia se basan en la ecuación 2, los de energía en la ecuación 4 y los de entropía en la ecuación 6 tomando como base la figura 1:

- Caldera:
  - ✓ Balance de materia, ecuación 7.

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_1 \quad (7)$$

- ✓ Balance de energía, ecuación 8.

$$\dot{Q}_{in} + \dot{m}_4 h_4 = \dot{m}_1 h_1 \quad (8)$$

- ✓ Balance de entropía, ecuación 9.

$$\dot{m}_4 S_4 - \dot{m}_1 S_1 + \frac{\dot{Q}_{in}}{T_b} + \dot{\sigma}_{vc} = 0 \quad (9)$$

- Turbina:

- ✓ Balance de materia, ecuación 10.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad (10)$$

- ✓ Balance de energía, ecuación 11.

$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_1 h_1 + \dot{W}_T \quad (11)$$

- ✓ Balance de entropía, ecuación 12.

$$\dot{m}_1 S_1 - \dot{m}_2 S_2 + \dot{\sigma}_{vc} = 0 \quad (12)$$

- Condensador:

- ✓ Balance de materia, ecuación 13.

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad (13)$$

- ✓ Balance de energía, ecuación 14.

$$\dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 + \dot{Q}_{out} \quad (14)$$

- ✓ Balance de entropía, ecuación 15.

$$\dot{m}_2 S_2 - \dot{m}_3 S_4 - \frac{\dot{Q}_{out}}{T_c} + \dot{\sigma}_{vc} = 0 \quad (15)$$

- Bomba:

- ✓ Balance de materia, ecuación 16.

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 \quad (16)$$

- ✓ Balance de energía, ecuación 17.

$$\dot{m}_3 h_3 + \dot{W}_p = \dot{m}_4 h_4 \quad (17)$$

- ✓ En la bomba también puede emplearse ecuación 18 [Wark y Richards, 2001].

$$\dot{W}_p = v_3 (P_4 - P_3) \quad (18)$$

- ✓ Balance de entropía, ecuación 19.

$$\dot{m}_3 S_3 - \dot{m}_4 S_4 + \dot{\sigma}_{vc} = 0 \quad (19)$$

- Torre de enfriamiento

- ✓ Balance de materia:

- Para el aire seco, ecuación 20.

$$\dot{m}_{air8} = \dot{m}_{air9} \quad (20)$$

- Para el agua, ecuación 21.

$$\dot{m}_6 + \dot{m}_7 + \dot{m}_{v8} = \dot{m}_5 + \dot{m}_{v9} \quad (21)$$

- ✓ Balance de energía, ecuación 22.

$$\dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_7 h_7 + \dot{m}_{v8} h_8 + \dot{m}_{air8} h_8 - \dot{m}_{air9} h_9 - \dot{m}_5 h_5 - \dot{m}_{v9} h_9 = 0 \quad (22)$$

- ✓ Balance de entropía, ecuación 23.

$$\dot{m}_{air9} S_9 + \dot{m}_5 S_5 + \dot{m}_{v9} S_9 - \dot{m}_6 S_6 - \dot{m}_7 S_7 - \dot{m}_{v8} S_8 - \dot{m}_{air8} S_8 = \dot{\sigma}_{vc} \quad (23)$$

- Eficiencias:

- ✓ Eficiencia iso-entrópica de la bomba, ecuación 24.

$$\eta_P = \frac{h_{4s} - h_3}{h_4 - h_3} \quad (24)$$

Donde  $h_{4s}$  es la entalpía iso-entrópica del punto 4 evaluada al valor de la entropía del punto 3.

- ✓ Eficiencia iso-entrópica de la turbina, ecuación 25.

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad (25)$$

Donde  $h_{2s}$  es la entalpía iso-entrópica del punto 2 evaluada al valor de la entropía del punto 1.

- ✓ Eficiencia térmica del ciclo, ecuaciones 26 y 27.

$$\eta = \frac{\dot{W}_t - \dot{W}_p}{\dot{Q}_{in}} \quad (26)$$

$$\eta = \frac{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)}{h_1 - h_4} \quad (27)$$

### Validación del modelo termodinámico del ciclo

La tabla 1 muestra los parámetros utilizados para la validación del modelo termodinámico del ciclo. La tabla 2 presenta la comparación entre los resultados del

caso de estudio tomados de la literatura abierta [Moran y Shapiro, 2006] y el modelo desarrollado en el software “Engineering Equation Solver” (EES).

Tabla 1 Parámetros del ciclo termodinámico Rankine real básico.

Parámetro	Valor
Presión a la entrada de la turbina [ $P_1, kPa$ ]	8000
Presión a la salida del condensador [ $P_3, kPa$ ]	8
Potencia neta producida por el ciclo [ $\dot{W}_{neto}, kW$ ]	100000
Eficiencia térmica de la turbina [ $\eta_T$ ]	0.85
Eficiencia térmica de la bomba [ $\eta_B$ ]	0.85
Porcentaje de humedad relativa a la entrada de la torre de enfriamiento [ $\phi$ , %]	95
Porcentaje de humedad relativa a la salida de la torre de enfriamiento [ $\phi$ , %]	25
Temperatura del agua de reemplazo de la torre de enfriamiento [°C]	20
Temperatura del agua a la entrada a la torre de enfriamiento [°C]	35
Temperatura del agua a la salida de la torre de enfriamiento [°C]	15
Temperatura del aire a la entrada a la torre de enfriamiento [°C]	25
Temperatura del aire a la salida de la torre de enfriamiento [°C]	35
Presión a la entrada y salida de la torre de enfriamiento [ $P_8, kPa$ ]	101.325

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2 Comparación de resultados Ciclo Rankine real básico.

Parámetro	Caso tomado literatura abierta [Moran y Shapiro, 2006]	Modelo en el software EES
Eficiencia térmica [ $\eta$ ] [%]	31.4	31.43
Flujo másico de vapor [ $\dot{m}$ ] [kg/h]	4.449X10 <sup>5</sup>	4.4496X10 <sup>5</sup>
Calor de entrada a la caldera [ $\dot{Q}_{in}$ ] [kW]	318200	318129
Calor de salida condensador [ $\dot{Q}_{out}$ ]	218200	218129
Flujo másico agua del condensador [ $\dot{M}_{wr}$ ] [kg/h]	93.92X10 <sup>5</sup>	93.88X10 <sup>5</sup>
Flujo másico agua de remplazo [ $\dot{M}_{reemplazo}$ ] [kg/h]	2.73168 X10 <sup>5</sup>	2.73276 X10 <sup>5</sup>
Flujo másico aire torre de enfriamiento [ $\dot{M}_{air}$ ] [kg/h]	105.805 X10 <sup>5</sup>	105.732X10 <sup>5</sup>
Destrucción de exergía [ $\dot{X}_{total}$ ]	98581	98620

Fuente: Elaboración propia.

Para los ciclos de potencia regenerativo y recalentado (figura 2) se siguió la misma metodología, usando sus respectivos modelos.

La tabla 3 muestra los parámetros tanto del ciclo termodinámico Rankine real con recalentamiento y ciclo Rankine regenerativo. La comparación de resultados real y teórico de ambos ciclos se muestra en tabla 4.

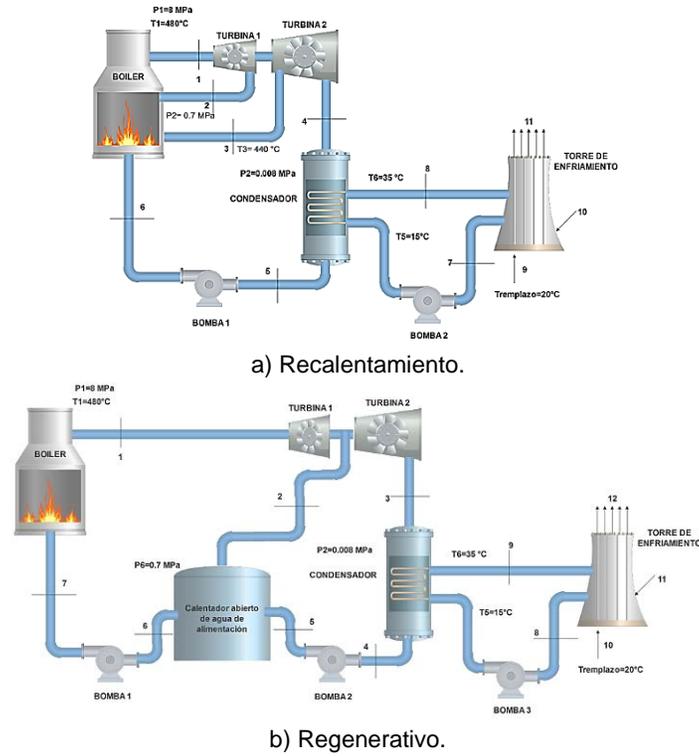


Figura 2 Ciclo Rankine.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3 Parámetros del ciclo termodinámico Rankine real con recalentamiento.

Parámetro	Valor	
Presión a la entrada de la turbina 1 [ $P_1, kPa$ ]	8000	8000
Temperatura a la entrada de la turbina 1 [ $T_1, c^\circ$ ]	480	480
Presión a la entrada de la turbina 2 [ $P_2, kPa$ ]	700	---
Presión de operación del calentador abierto de agua de alimentación	---	700
Temperatura a la entrada de la turbina 2 [ $T_3, c^\circ$ ]	440	---
Presión a la salida del condensador [ $P_3, kPa$ ]	8	8
Potencia neta producida por el ciclo [ $\dot{W}_{neto}, kW$ ]	100000	100000
Eficiencia térmica de la turbina [ $\eta_T$ ]	0.85	0.85
Eficiencia térmica de la bomba [ $\eta_B$ ]	0.85	0.85
Porcentaje de humedad relativa a la entrada de la torre de enfriamiento [ $\phi, \%$ ]	25	25
Porcentaje de humedad relativa a la salida de la torre de enfriamiento [ $\phi, \%$ ]	95	95
Temperatura del agua de reemplazo de la torre de enfriamiento [ $^\circ C$ ]	20	20
Temperatura del agua a la entrada a la torre de enfriamiento [ $^\circ C$ ]	35	35
Temperatura del agua a la salida de la torre de enfriamiento [ $^\circ C$ ]	15	15
Temperatura del aire a la entrada a la torre de enfriamiento [ $^\circ C$ ]	25	25
Temperatura del aire a la salida de la torre de enfriamiento [ $^\circ C$ ]	35	35
Presión a la entrada y salida de la torre de enfriamiento [ $P_{10}, kPa$ ]	101.32	101.32

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4 Comparación de resultados Rankine real con recalentamiento.

Parámetro	Caso tomado de la literatura abierta [Moran y Shapiro, 2006]		Modelo en el software EES	
	Recalentamiento	Regenerativo	Recalentamiento	Regenerativo
$[\eta]$ (%)	35.06	36.85	35.07	0.3688
$[\dot{m}]$ (kg/h)	2.786X10 <sup>5</sup>	3.70 X10 <sup>5</sup>	2.785X10 <sup>5</sup>	3.69 X10 <sup>5</sup>
$[\dot{m}_3]$ (kg/h)		2.97 X10 <sup>5</sup>		2.96 X10 <sup>5</sup>
$[\dot{Q}_{in}]$ (kW)	285245.316	271357.727	285152	271149
$[\dot{Q}_{out}]$ (kW)	185242.44	171357.727	185152	171149
$[\dot{M}_{wr}]$ (kg/h)	79.74X10 <sup>5</sup>	73.728 X10 <sup>5</sup>	79.704 X10 <sup>5</sup>	73.656 X10 <sup>5</sup>
$[\dot{M}_{reemplazo}]$ (kg/h)	2.32X10 <sup>5</sup>	2.146 X10 <sup>5</sup>	2.32X10 <sup>5</sup>	2.144 X10 <sup>5</sup>
$[\dot{M}_{air}]$ (kg/h)	89.78 X10 <sup>5</sup>	83.052 X10 <sup>5</sup>	89.75 X10 <sup>5</sup>	82.98 X10 <sup>5</sup>
$[\dot{X}_{total}]$	78080	56188	78047	56178

Fuente: Elaboración propia.

### 3. Resultados

#### Diseño de Experimentos Estadístico

La investigación experimental estadística conducida en este trabajo se fundamentó en el cálculo de la eficiencia térmica y destrucción de exergía de los ciclos de potencia de Rankine (básico, recalentado y regenerativo), el cual, se pretende optimizar los ciclos variando los parámetros de operación de la turbina y del condensador. En el presente trabajo se consideraron para el estudio Tres factores con tres niveles de evaluación para cada tipo de ciclo como se muestran en las tablas siguientes. Por lo tanto, se debe de conducir por lo menos siete experimentos para poder estimar el efecto de cada factor sobre la característica de calidad. De los diez y ocho arreglos ortogonales base, el que cuenta con al menos nueve experimentos y máximo cuatro factores a tres niveles de evaluación cada uno, es el  $L_9 (3^4)$ , por lo tanto, es el idóneo para el caso de estudio que se plantea en este trabajo, a continuación se presentan los arreglos ortogonales de cada caso de estudio con los diferentes valores de la característica de calidad obtenidos con el modelo termodinámico presentado en la sección anterior para los diferentes experimentos llevados a cabo.

Se muestran en tablas 5 y 6 los factores y niveles del ciclo Rankine básico junto con el arreglo ortogonal con los resultados de las características de calidad, mientras que en tablas 7 y 8 los del ciclo Rankine con recalentamiento y en tablas 9 y 10 los factores y niveles del ciclo Rankine regenerativo.

Tabla 5 Factores y sus respectivos niveles de experimentación del ciclo básico

Factores	Unidad	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Presión de entrada de la turbina	MPa	8	11	14
Presión de entrada del condensador	MPa	0.001	0.004	0.008
Temperatura de entrada de la turbina	°C	295	400	500

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6 Arreglo Ortogonal L9 (34) [Roy, 2001], ciclo básico.

Experimento No.	Columnas			Característica de Calidad ( $\eta_c$ )	Característica de Calidad (Xe)
	Factor A	Factor B	Factor C		
1	1	1	1	0.2711	130158
2	1	2	2	0.3422	82437
3	1	3	3	0.3395	83919
4	2	1	2	0.3753	66381
5	2	2	3	0.3625	72247
6	2	3	1	0.2307	170431
7	3	1	3	0.3926	59089
8	3	2	1	0.2437	155966
9	3	3	2	0.3399	83675

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7 Factores y respectivos niveles de experimentación del ciclo con recalentamiento

Factores	Unidad	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Presión de entrada de la turbina	MPa	8	11	14
Presión de entrada del condensador	MPa	0.001	0.004	0.008
Temperatura de entrada de la turbina	°C	300	400	500

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8 Arreglo Ortogonal L9 (34) [Roy, 2001], ciclo con recalentamiento.

Experimento No.	Columnas			Característica de Calidad ( $\eta_c$ )	Característica de Calidad (Xe)
	Factor A	Factor B	Factor C		
1	1	1	1	0.3942	58437
2	1	2	2	0.3718	67982
3	1	3	3	0.3615	72718
4	2	1	2	0.4063	53760
5	2	2	3	0.3851	62176
6	2	3	1	0.3581	74386
7	3	1	3	0.4149	50576
8	3	2	1	0.3761	66040
9	3	3	2	0.3673	70033

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 9 Factores y sus respectivos niveles de experimentación del ciclo regenerativo.

Factores	Unidad	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Presión de entrada de la turbina	MPa	8	11	14
Presión de entrada del condensador	MPa	0.001	0.004	0.008
Temperatura de entrada de la turbina	°C	480	515	550

Fuente: Elaboración propia.

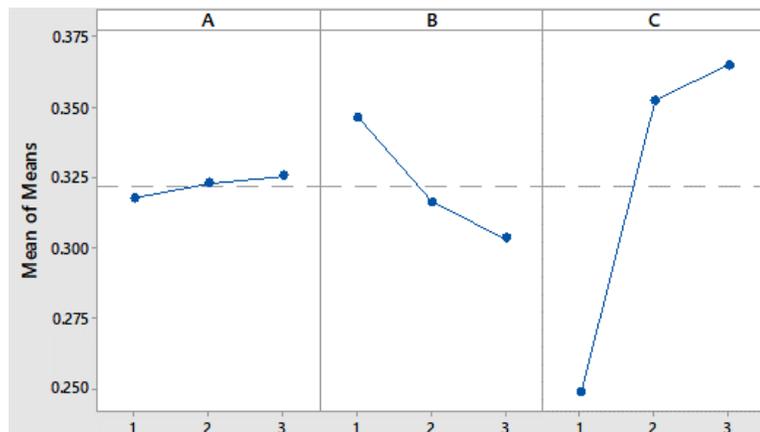
Tabla 10 Arreglo Ortogonal L9 (34) ciclo regenerativo.

Experimento No.	Columnas			Característica de Calidad ( $\eta_c$ )	Característica de Calidad (Xe)
	Factor A	Factor B	Factor C		
1	1	1	1	0.4269	31570
2	1	2	2	0.3947	44820
3	1	3	3	0.3798	51767
4	2	1	2	0.4416	27586
5	2	2	3	0.4103	39689
6	2	3	1	0.3800	51757
7	3	1	3	0.4532	24606
8	3	2	1	0.4079	40313
9	3	3	2	0.3927	47112

Fuente: Roy, 2001.

### Análisis del Efecto de los Factores sobre la Característica de Calidad

Para llevar a cabo el proceso de optimización de las características de calidad (eficiencia y destrucción de exergía) se analiza el efecto de los diferentes factores considerados en el estudio, con ayuda del software *Minitab* se encontraron los efectos principales para valores promedio de la eficiencia del ciclo Rankine básico real para cada factor en cada uno de los niveles de experimentación, figura 3.

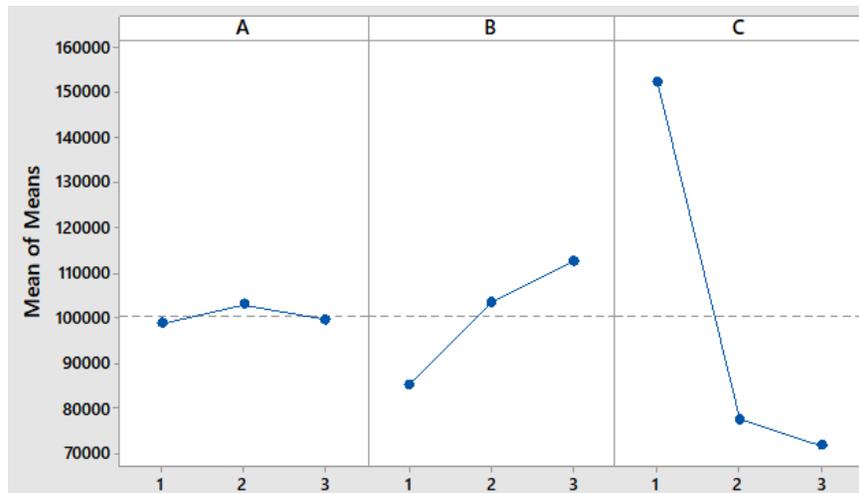


Fuente: Elaboración propia.

Figura 3 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad de la eficiencia del ciclo Rankine básico.

Como se pretende maximizar la característica de calidad de la eficiencia se debe seleccionar el nivel que mejore el valor promedio de dicha característica, se aprecia que existe un aumento en la eficiencia promedio del ciclo Rankine básico en el nivel 1 para el factor A, en el nivel 1 para el factor B, en el nivel 3 para el factor C; por lo tanto, la mejor combinación de los factores es A1B1C3, la cual no se encuentra dentro de lo nueve experimentos del arreglo ortogonal seleccionado (tabla 6), por lo que se debe llevar a cabo un experimento de confirmación del valor óptimo de la característica de calidad.

Así mismo en la figura 4 se muestra los efectos principales para los valores promedio de la destrucción de exergía del ciclo Rankine básico real para cada factor en cada uno de los niveles de experimentación.

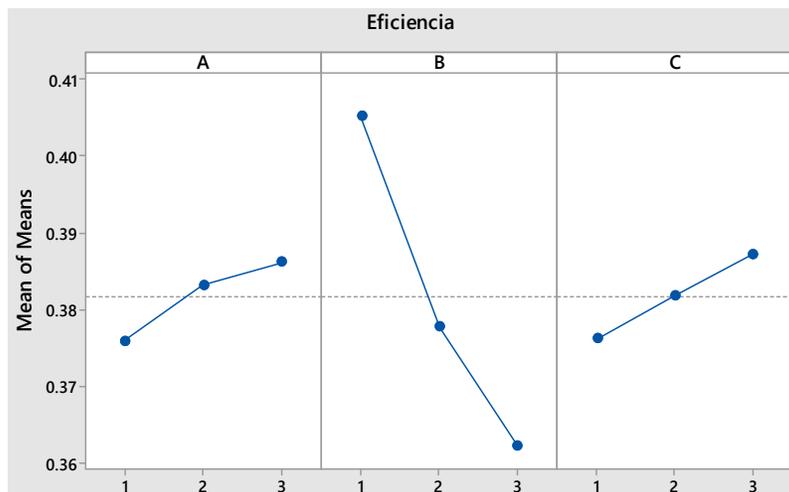


Fuente: Elaboración propia.

Figura 4 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad de la destrucción de exergía del ciclo Rankine básico.

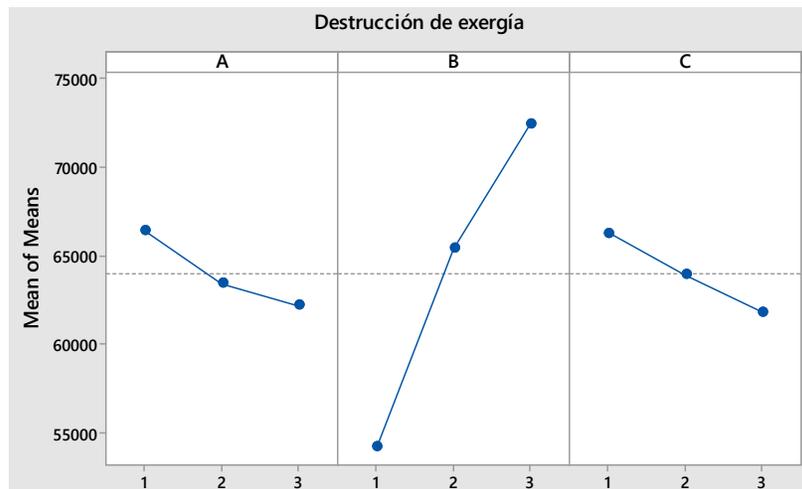
Como se pretende minimizar la característica de calidad de la destrucción de exergía se debe seleccionar el nivel que disminuya el valor promedio de dicha característica, se aprecia que existe una disminución en la destrucción de exergía promedio del ciclo Rankine básico en el nivel 1 para el factor A, en el nivel 1 para el factor B, en el nivel 3 para el factor C; por lo tanto, la mejor combinación de los factores es A1B1C3, al igual que en el caso de la eficiencia dicha combinación no se encuentra dentro de lo nueve experimentos del arreglo ortogonal seleccionado

(tabla 6), por lo que también se debe llevar a cabo un experimento de confirmación del valor óptimo de la característica de calidad. Con el software *Minitab* se encontraron los efectos principales para los valores promedio de las características de calidad de los ciclos Rankine con recalentamiento y regenerativo para cada factor en cada uno de los niveles de experimentación. Las figuras 5 y 6 muestran las combinaciones de los factores que aumentan le eficiencia y disminuyen la destrucción de exergía respectivamente, para el ciclo Rankine con recalentamiento.



Fuente: Elaboración propia.

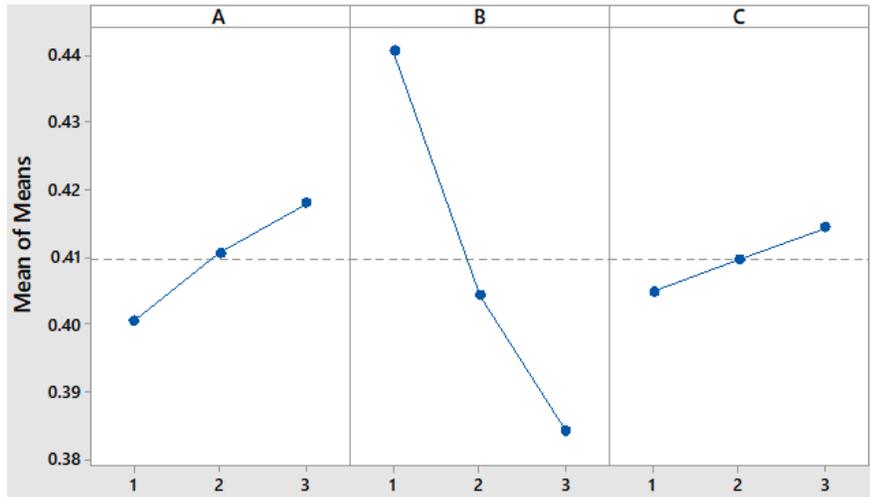
Figura 5 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad de la eficiencia del ciclo Rankine con recalentamiento.



Fuente: Elaboración propia.

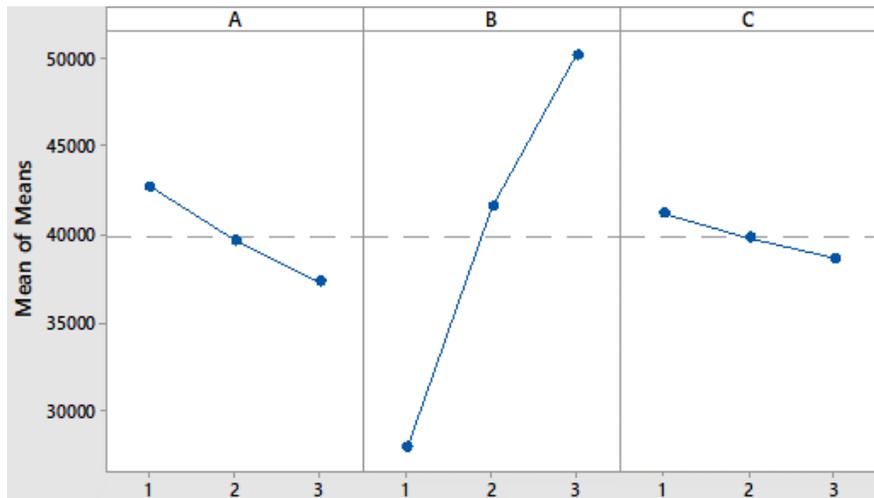
Figura 6 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad de la destrucción de exergía del ciclo Rankine con recalentamiento.

Figuras 7 y 8 muestran las combinaciones de los factores que aumentan la eficiencia y disminuyen la destrucción de exergía respectivamente, para el ciclo Rankine regenerativo.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 7 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad de la eficiencia del ciclo Rankine regenerativo.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 8 Efectos principales de los diferentes factores sobre la característica de calidad de la destrucción de exergía del ciclo Rankine regenerativo.

### Análisis de Varianza

El análisis de varianza (ANOVA) permite determinar desde un punto de vista estadístico los factores que tienen un impacto significativo en la variabilidad de la

característica de calidad. Las tablas 11 y 12 muestran el ANOVA de la eficiencia y la destrucción de exergía respectivamente del ciclo Rankine básico, de Tablas estadísticas [Walpole E. Ronald, Myers H. Raymond, Myers L. Sharon, Ye Keying, 2012] con un nivel de significancia del 5% el valor del estadístico  $F_{0.05,2,6}$  es de 5.14. Por lo tanto, como  $F_0 < F$  para los factores A y B se acepta la hipótesis nula y se obtiene que estos factores no son significativos desde un punto de vista estadístico sobre la característica promedio de calidad. Pero como para el factor C  $F_0 > F$  lo cual nos dice que no existe suficiente evidencia para aceptar  $H_0$ , por lo tanto, se concluye que los diferentes niveles de temperatura de la turbina afectan de manera significativa a la eficiencia y a la destrucción de exergía.

Tabla 11 Análisis de varianza de la eficiencia del ciclo Rankine básico.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	$F_0$
Factor A	2	0.000095	0.000047	2.52
Factor B	2	0.002921	0.001461	77.78
Factor C	2	0.024504	0.012252	652.47
Error	2	0.000038	0.000019	
Total	8	0.027558		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 12 Análisis de varianza de la destrucción de exergía del ciclo Rankine básico.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	$F_0$
Factor A	2	29886214	14943107	0.24
Factor B	2	1174008524	587004262	9.52
Factor C	2	12080735388	6040367694	98.00
Error	2	123275690	61637845	
Total	8	13407905815		

Fuente: Elaboración propia.

En las tablas 13 y 14 muestran el ANOVA de la eficiencia y la destrucción de exergía respectivamente del ciclo Rankine con recalentamiento, donde realizando el mismo análisis de varianza para el ciclo Rankine con recalentamiento con un nivel de significancia del 5% el valor del estadístico  $F_{0.05,2,6}$  es de 5.14.

Tabla 13 Análisis de varianza de la eficiencia del ciclo Rankine con recalentamiento.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F <sub>0</sub>
Factor A	2	0.000168	0.000084	133.16
Factor B	2	0.002825	0.001413	2242.26
Factor C	2	0.000183	0.000091	144.96
Error	2	0.000001	0.000001	
Total	8	0.003177		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 14 Análisis de varianza de la destrucción de exergía del ciclo Rankine con recalentamiento.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F <sub>0</sub>
Factor A	2	27460589	13730294	27.56
Factor B	2	501235205	250617602	503.10
Factor C	2	29929469	14964734	30.04
Error	2	996296	498148	
Total	8	559621558		

Fuente: Elaboración propia.

Obtenemos que  $F < F_0$  lo cual nos dice que no existe suficiente evidencia para aceptar  $H_0$ , por lo tanto, se concluye que los diferentes niveles de la temperatura y presión de la turbina junto a la presión del condensador afectan de manera significativa a la eficiencia y a la destrucción de exergía.

Así mismo en las tablas 15 y 16 muestran el ANOVA de la eficiencia y la destrucción de exergía respectivamente del ciclo Rankine regenerativo, donde con un nivel de significancia del 5% el valor del estadístico  $F_{0.05,2,6}$  es de 5.14.

Tabla 15 Análisis de varianza de la eficiencia del ciclo Rankine regenerativo.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F <sub>0</sub>
Factor A	2	0.000462	0.000231	657.53
Factor B	2	0.004902	0.002451	6980.10
Factor C	2	0.000135	0.000068	192.78
Error	2	0.000001	0.0000005	
Total	8	0.005499		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16 Análisis de varianza de la destrucción de exergía del ciclo Rankine regenerativo.

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F <sub>0</sub>
Factor A	2	43591945	21795972	33.01
Factor B	2	758268675	379134337	574.17
Factor C	2	9595656	4797828	7.27
Error	2	1320629	660314	
Total	8	812776904		

Fuente: Elaboración propia.

Obtenemos que  $F < F_0$  lo cual nos dice que no existe suficiente evidencia para aceptar  $H_0$ , por lo tanto, se concluye que los diferentes niveles de la temperatura y presión de la turbina junto a la presión del condensador afectan de manera significativa a la eficiencia y a la destrucción de exergía.

### Optimización y Experimento de Confirmación

Una vez que se ha determinado el nivel óptimo o mejor combinación de los niveles de los factores involucrados en el diseño experimental, la etapa final es predecir y verificar la mejora de las características de calidad. La ecuación 28 establece como regla general que para determinar la proyección mencionada se debe contabilizar el efecto en promedio de cada uno de los factores que se tiene sobre la característica promedio de calidad [Roy, 2001].

$$\mu = \frac{T}{n} + \left( \bar{A}_1 - \frac{T}{n} \right) + \left( \bar{C}_3 - \frac{T}{n} \right) + \left( \bar{D}_1 - \frac{T}{n} \right) \quad (28)$$

Empezando por la verificación de la eficiencia en la ecuación 28,  $T$  es la suma total de los valores de la característica de calidad de cada uno de los experimentos (tabla 6),  $n$  es el número total de experimentos,  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  y  $\bar{C}$  son los valores promedio de la característica de calidad para cada factor en cada nivel, es decir, en los niveles 1, 1, 3 para los factores A, B y C respectivamente como se muestra en la tabla 17.

Por lo tanto, sustituyendo valores en la ecuación 28 se tiene un valor promedio de  $\mu = 0.3849$ , el cual es únicamente un punto estimado en base al promedio de los resultados que se obtienen de los diferentes experimentos llevados a cabo. Por lo

tanto, debe determinarse un intervalo de confianza máximo y mínimo donde el valor de la característica de calidad real puede caer.

Tabla 17 Valores promedio de la eficiencia del ciclo Rankine básico.

Nivel	Eficiencia promedio		
	Factor A	Factor B	Factor C
1	0.3461	0.37483333	0.2794
2	0.32403333	0.31733333	0.35246667
3	0.3266	0.30456667	0.36486667

Fuente: Elaboración propia.

La ecuación 29 [Roy, 2001] se utiliza para determinar el intervalo de confianza.

$$C.I. = \pm \sqrt{\frac{[F(\alpha, 1, n_2)(V_e)]}{N_e}} \quad (29)$$

En la ecuación 29, el valor de F se obtiene de tablas estadísticas de puntos porcentuales de la distribución F como se mencionó anteriormente,  $n_2$  representa los grados de libertad del error estadístico (se obtiene de la tabla 11),  $V_e$  indica la varianza del error estadístico (se obtiene de la tabla 11) e  $N_e$  indica el número efectivo de repeticiones, el cual se determina a partir de la ecuación 30 [Roy, 2001].

$$N_e = \frac{NTE}{GDLM + GDLFM} \quad (30)$$

En ecuación 30,  $NTE$  es el número total de experimentos, el cual es igual 9 (tabla 6),  $GDLM$  es el grado de libertad de la media, el cual por regla es 1,  $GDLFM$  es el grado de libertad de todos los factores que afectan a la media, el cual es igual a 6 (tabla 6) Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5% el valor del estadístico  $F_{0.05,1,2}$  es de 18.51, el valor de  $V_e$  es de 0.000019 y  $N_e$  tiene un valor de 1.2857, así que el valor que se calcule de la eficiencia del modelo del ciclo Rankine real básico desarrollado en el presente trabajo debe de encontrarse entre los siguientes valores de  $0.3683 < 0.3849 < 0.4014$ . Se realizó un experimento de confirmación con los valores de los niveles seleccionados A1B1C3 y se obtiene una eficiencia de 38.06, la cual se encuentra dentro de los límites establecidos con anterioridad, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos.

Usando las mismas ecuaciones 28, 29 y 30 para el caso de la destrucción de exergía y usando sus respectivos datos se obtiene un valor de  $\mu = 54842.77$  con un intervalo de  $25053.8619 < 54842.77 < 84631.6936$  (Tabla 18). Con un experimento de confirmación con la combinación A1B1C3 se obtuvo una destrucción de exergía de 64113 la cual se encuentra dentro de los límites establecidos con anterioridad, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos. De la misma manera se realizan los mismos cálculos para los ciclos Rankine con recalentamiento y regenerativo.

Tabla 18 Valores promedio de la destrucción de exergía del ciclo Rankine básico.

Nivel	Eficiencia promedio		
	Factor A	Factor B	Factor C
1	80486.33333	66857.66667	131221
2	101627.6667	102329.6667	79453
3	98356.33333	111283	71751.66667

Fuente: Elaboración propia.

Para el ciclo Rankine con recalentamiento (tabla 19) se obtuvo para la eficiencia un valor de  $\mu = 0.415$  con un intervalo de  $0.4112 < 0.415 < 0.4187$ .

Tabla 19 Valores promedio de la eficiencia del ciclo Rankine con recalentamiento.

Nivel	Eficiencia promedio		
	Factor A	Factor B	Factor C
1	0.375833333	0.405133333	0.376133333
2	0.383166667	0.377666667	0.3818
3	0.3861	0.3623	0.387166667

Fuente: Elaboración propia.

Con un experimento de confirmación con la combinación A3B1C3 se obtuvo una eficiencia de 0.4149 la cual se encuentra dentro de los límites establecidos con anterioridad, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos. Para la destrucción de exergía (tabla 20) se obtuvo un valor de  $\mu = 50273.33$  con un intervalo de  $47595.336 < 50273.333 < 52951.331$ . Con un experimento de confirmación con la combinación A3B1C3 se obtuvo una destrucción de exergía de 50576 la cual se encuentra dentro de los límites

establecidos con anterioridad, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos.

Tabla 20 Valores promedio de la destrucción de exergía del ciclo Rankine con recalentamiento.

Nivel	Eficiencia promedio		
	Factor A	Factor B	Factor C
1	66379	54257.66667	66287.66667
2	63440.66667	65399.33333	66730.33333
3	62216.33333	72379	61823.33333

Fuente: Elaboración propia.

Para el ciclo Rankine regenerativo se obtuvo para la eficiencia un valor de  $\mu = 0.45357$  (tabla 21) con un intervalo de  $0.45089 < 0.45357 < 0.4562$ .

Con un experimento de confirmación con la combinación A3B1C3 se obtuvo una eficiencia de 0.4532 la cual se encuentra dentro de los límites establecidos con anterioridad, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos. Para la destrucción de exergía (tabla 22) se obtuvo un valor de  $\mu = 24125$  con un intervalo de  $21041.768 < 24125 < 27208.232$ .

Tabla 21 Valores promedio de la eficiencia del ciclo Rankine regenerativo.

Nivel	Eficiencia promedio		
	Factor A	Factor B	Factor C
1	0.400466667	0.440566667	0.404933333
2	0.410633333	0.4043	0.409666667
3	0.417933333	0.384166667	0.414433333

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 22 Valores promedio de la destrucción de exergía del ciclo Rankine regenerativo.

Nivel	Eficiencia promedio		
	Factor A	Factor B	Factor C
1	42719	27920.66667	41213.33333
2	39677.33333	41607.33333	43873.66667
3	37343.66667	50212	38687.33333

Fuente: Elaboración propia.

Con un experimento de confirmación con la combinación A3B1C3 se obtuvo una destrucción de exergía de 24606, la cual se encuentra dentro de los límites

establecidos, por lo que se concluye que los factores con sus niveles seleccionados son los correctos.

En tabla 23 se muestra la comparativa de los tres tipos de ciclos de potencia Rankine entre sus valores iniciales y sus valores después de la optimización.

Tabla 23 Tabla comparativa de la optimización de los ciclos.

Ciclo Rankine	Parámetros base/iniciales		Parámetros de optimización	
	Eficiencia (%)	Dstrucción de exergía	Eficiencia (%)	Dstrucción de exergía
Básico	31.43	98620	38.06	64113
Recalentamiento	35.70	78047	41.49	50576
Regenerativo	36.88	56178	45.32	24606

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Discusión

En este proyecto se consolidaron los conocimientos básicos de termodinámica ya que fueron necesarios para la modelación de los ciclos de potencia de vapor. Así mismo se conocieron técnicas estadísticas para la optimización de procesos. Las cuales se pueden implementar en cualquier tipo de proceso o sistema. Junto con el uso de un método de diseño de experimentos con un enfoque Taguchi para encontrar el estado óptimo en de los ciclos de potencia Rankine. La simulación en ayudó a encontrar la mejor combinación de parámetros para mejorar el rendimiento de un sistema o proceso. Aunque desde la parte estadística para el ciclo Rankine básico el único parámetro que afecta a las características de calidad es la temperatura a la entrada de la turbina. Pero para el caso de estudio se necesita valorar la combinación de todos los parámetros establecidos, por lo que se opta seguir con el enfoque de Taguchi. El método de Taguchi brindó el número mínimo de experimentos que se deben de hacer gracias a los arreglos ortogonales y junto con la simulación se ahorró un tiempo considerable. Ya que se pudo corroborar cuál de las combinaciones obtenidas es la más eficiente sin la necesidad de llevar los experimentos al campo. Al encontrarse con las mejores combinaciones de parámetros para los ciclos de potencia Rankine. Se obtuvo un aumento de la eficiencia y una disminución en la destrucción de exergía en todos los ciclos de potencia lo cual cumplió con el objetivo principal del proyecto.

## **5. Bibliografía y Referencias**

- [1] Wark, Kenneth, Richards, E., Donald (2001), *Termodinámica*, Sexta Edición, Mc Graw Hill.
- [2] Cengel, A., Yunus, Boles, A., Michael (2012), *Termodinámica*, Séptima Edición, Mc Graw Hill.
- [3] Gutiérrez, Pulido, H., De La Vara, Salazar, R. (2008), *Análisis Y Diseño De Experimentos*, Segunda Edición, Mc-Graw Hill.
- [4] Moran, J., Michael, Shapiro, N., Howard (2006), *Fundamentals Of Engineering Thermodynamics*, 5 Th Edition, Wiley.
- [5] Roy, K. (2001), Ranjit, *Design Of Experiments Using The Taguchi Approach*, Primera Edition, Wiley Interscience.
- [6] Walpole, E., Ronald, Myers, H., Raymond, Myers, L., Sharon, Ye, Keying (2012), *Probabilidad Y Estadística Para Ingeniería Y Ciencias*, Novena Edición, Pearson.