

EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE SISTEMAS DE RADIO COGNITIVO CON DIFERENTES DISTRIBUCIONES DEL TIEMPO DE SERVICIO DE LOS USUARIOS SECUNDARIOS

EVALUATION OF THE PERFORMANCE OF COGNITIVE RADIO SYSTEMS WITH DIFFERENT DISTRIBUTIONS OF THE SERVICE TIME OF SECONDARY USERS

Diego García Olivares

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
dgoroyl@gmail.com

Genaro Hernández Valdez

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
ghv@correo.azc.uam.mx

Sandra Lirio Castellanos López

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
salicalo@correo.azc.uam.mx

Felipe Alejandro Cruz Pérez

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
facruz@cinvestav.mx

Grethell Georgina Pérez Sánchez

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
ggps@correo.azc.uam.mx

Resumen

Este trabajo estudia el desempeño de sistemas de radio cognitivo con diferentes distribuciones de probabilidad del tiempo de servicio de los usuarios secundarios. Para ello, se desarrolló un simulador de eventos discretos del sistema de radio cognitivo. En particular, se considera que el tiempo de servicio de los usuarios secundarios sigue una distribución de probabilidad log-normal y ésta es aproximada mediante distribuciones de probabilidad hiper-exponenciales de diferente orden. Para el cálculo de los parámetros de las distribuciones hiper-exponenciales se utiliza el algoritmo de Maximización de la Esperanza (EM). Los resultados obtenidos muestran que, mediante la distribución hiper-exponencial se pueden aproximar

diferentes distribuciones de probabilidad como la log-normal sin pérdida significativa en la precisión de los resultados numéricos de las diferentes métricas de desempeño. Este resultado es relevante porque facilita el tratamiento y análisis matemático de sistemas de radio cognitivo.

Palabras Claves: Distribución hiper-exponencial, maximización de la esperanza, radio cognitivo.

Abstract

In this paper, performance evaluation of cognitive radio networks (CRNs) with different probability density functions for the service time of secondary users is studied. To this end, a discrete event simulation program that captures the fundamental aspects of CRNs is developed. In particular, it is assumed that the secondary service time of many real life applications is well characterized by the log-normal distribution. In this work, the log-normal model is systematically approximated by n -th order hyper-exponential distributions. The parameters of the n -th order hyper-exponential distribution are computed by the well-known Expectation Maximization (EM) algorithm. Numerical results show that, the hyper-exponential distribution can be used for approximating the log-normal behaviour of the secondary service time without significant loss of precision on the obtained results for the different performance metrics. This result is relevant because the mathematical (queueing) analysis of CRN with log-normal service time is possible by means of approximating the log-normal behavior of the service time by the hyper-exponential model.

Keywords: *cognitive radio networks, expectation maximization, hyper-exponential distribution.*

1. Introducción

En los últimos años, radio cognitivo ha sido un concepto ampliamente estudiado en el área de las telecomunicaciones [Shanidul, 2017]. De manera elemental, una red de radio cognitivo (CRN) ésta constituida por dos tipos de usuarios: primarios (PUs) y secundarios (SUs), operando en una misma zona de cobertura. Los SUs

comparten de manera oportunista los recursos de la red primaria. Esto es, los PUs tienen prioridad sobre los SUs en la utilización de los recursos del sistema de comunicaciones. En otras palabras, cuando un usuario primario (PU) intenta acceder a los recursos del sistema que está siendo utilizado por un usuario secundario (SU), éste último debe liberar inmediatamente el recurso para que pueda ser utilizado por el PU [Aguilar-Rentería, 2011] [Filin, 2011]. De esta manera, el funcionamiento de la red secundaria debe ser transparente para la red primaria. Sin embargo, el desempeño de la red secundaria está en función de la ocupación de los recursos por parte de los PUs. Debido a la naturaleza aleatoria de la ocupación de los recursos, el desempeño de los sistemas de comunicaciones es analizado empleando herramientas de probabilidad para modelar variables temporales tales como el tiempo de sostenimiento de la llamada (también conocido como tiempo de servicio), tiempo entre arribos, tiempo de sostenimiento de canal, entre otras [Shanidul, 2017]. En algunos trabajos se ha considerado que el tiempo de servicio puede modelarse como una variable aleatoria (v.a.) con distribución de probabilidad exponencial negativa [Zhu, 2007] [Zhang, 2008]; sin embargo, esta distribución no describe adecuadamente el comportamiento de las variables temporales en los sistemas de comunicaciones actuales [Shanidul, 2017] [Bolotin 1994] [Orlik, 1998]. Se ha reportado en la literatura que la distribución log-normal mejora la precisión de la caracterización del tiempo de servicio con respecto a casos reales [Shanidul, 2017] [Abate, 1994] [Wang, 2007]. A pesar de esto, al ser una distribución que no posee la propiedad “sin memoria”, no es posible utilizarla en un modelo de teletráfico basado en cadenas de Markov. Por esta razón, en el presente trabajo se aproxima la distribución de probabilidad log-normal mediante una distribución tipo fase cuyos elementos básicos (i.e., etapas) poseen la propiedad “sin memoria”. En particular, se utiliza la distribución hiper-exponencial para éste fin. Los parámetros de la distribución hiper-exponencial, que aproxima alguna distribución en particular, se obtienen mediante el algoritmo de Maximización de la Esperanza (EM) [Asmussen, 1996].

Dentro de los trabajos relacionados se encuentra [Shanidul, 2017]. En [Shanidul, 2017], se analiza el desempeño de un sistema de radio cognoscitivo considerando

distribuciones generales (Erlang- m , lognormal) del tiempo de servicio de los SUs. En [Shanidul, 2017], los autores concluyen que la distribución log-normal es la más adecuada para modelar el tiempo de servicio de los SUs en el análisis del desempeño de CRNs. Por otra parte, en [Serrano-Chavez, 2017] se desarrolló un modelo matemático aproximado basado en cadenas de Markov para evaluar el desempeño de CRNs donde la distribución del tiempo de servicio se aproximó utilizando la distribución hiper-exponencial de orden n . A diferencia de [Serrano-Chavez, 2017], en el presente trabajo se desarrolla un simulador de eventos discretos para estudiar el efecto del coeficiente de variación (CoV) del tiempo de servicio en el desempeño de una CRN. Otro trabajo relacionado es [Saleem, 2014], donde se realiza una revisión exhaustiva de los modelos que se han utilizado para caracterizar el tiempo de servicio de los PUs y la forma en la que afectan el desempeño de una CRN. A diferencia de [Saleem, 2014], el presente trabajo trata con el modelado del tiempo de servicio de los SUs en CRNs.

2. Métodos

El simulador del sistema de radio cognitivo que se desarrolló en el lenguaje de programación C, se basa en el simulador de un sistema de llamada bloqueada, llamada perdida y se realizó siguiendo el algoritmo descrito en las figuras 1, 2 y 3.

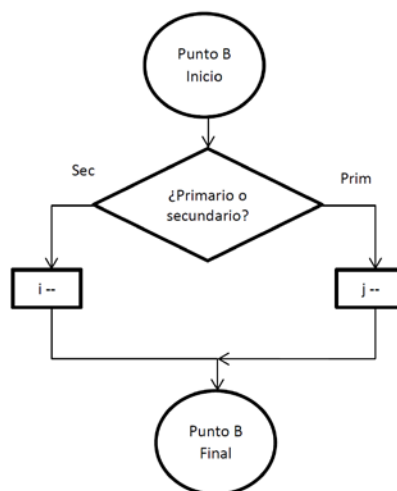


Figura 1 Diagrama de flujo del simulador del sistema de radio cognitivo (3ª parte).

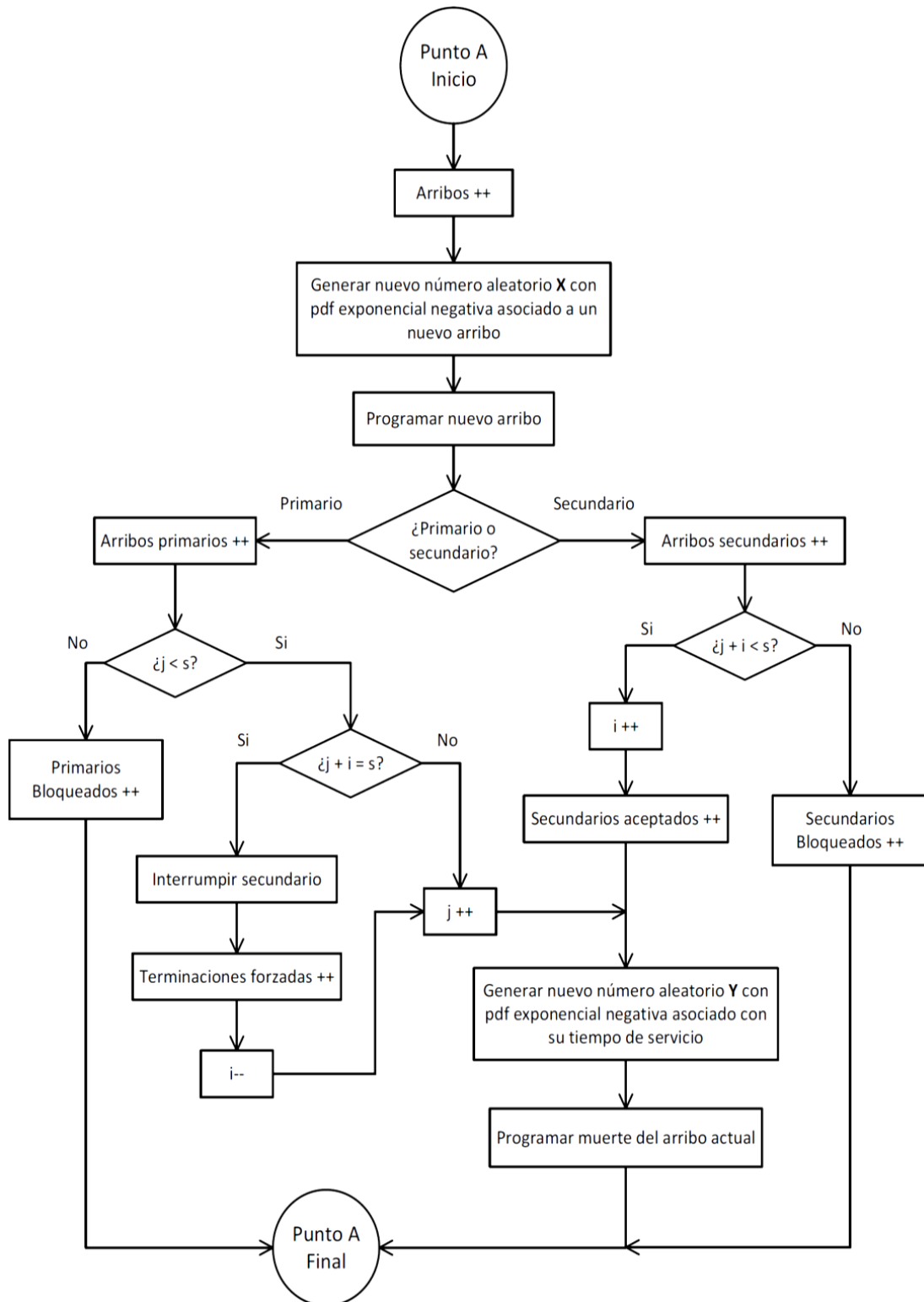


Figura 2 Diagrama de flujo del simulador del sistema de radio cognitivo (2ª parte).

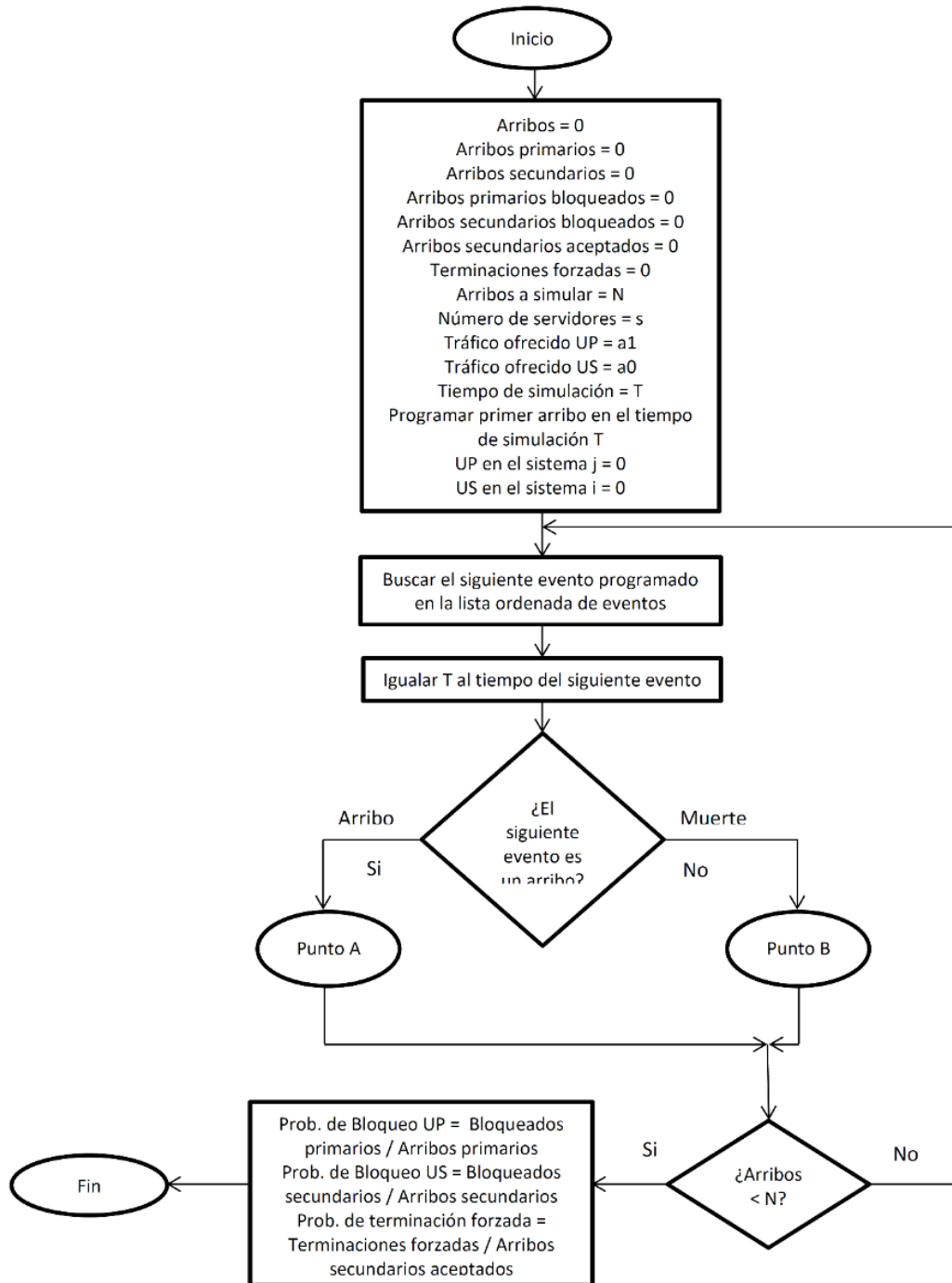


Figura 3 Diagrama de flujo del simulador del sistema de radio cognitivo (1ª parte).

Como se mencionó, en el sistema se consideran dos tipos de usuarios. La red primaria cuenta con un número s de servidores (canales) y los SUs tienen acceso a éstos recursos siempre y cuando no estén siendo utilizados por los PUs. Si todos los recursos del sistema están ocupados cuando un PU realiza una petición de

servicio y al menos existe un SU en servicio, éste debe concluir su servicio para que el PU pueda ser atendido. Se dice entonces que el SU experimenta una interrupción de llamada debido a la petición de servicio de un PU. Para evaluar el desempeño de la red secundaria se consideran dos métricas de calidad de servicio: la probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas y la probabilidad de terminación forzada de llamada.

La probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas de SUs (PUs) $P_b^{(S)}$ ($P_b^{(P)}$) es la proporción de peticiones de servicio que no pueden ser atendidas debido a insuficiencia de recursos. Por otro lado, la probabilidad de terminación forzada $P_{ft}^{(S)}$ es la proporción de las peticiones de servicio de SUs admitidas en el sistema pero que son forzadas a terminar por las peticiones de servicio de los PUs. Se considera que el proceso de arribos de ambos tipos de usuarios es de Poisson. Así, el tiempo entre arribos para los PUs es una v.a. $X_a^{(P)}$ con distribución de probabilidad exponencial negativa con parámetro $\lambda^{(P)} = 1/E\{X_a^{(P)}\}$ y una v.a. $X_a^{(S)}$ con distribución de probabilidad exponencial negativa con parámetro $\lambda^{(S)} = 1/E\{X_a^{(S)}\}$ para los SUs. El tiempo de servicio de los PUs se modela como una v.a. exponencial negativa $X_s^{(P)}$ con parámetro $\mu_s^{(P)} = 1/E\{X_s^{(P)}\}$. Por otro lado, se considera que el tiempo de servicio de los SUs tiene distribución de probabilidad exponencial negativa, log-normal e hiper-exponencial de orden n . Se consideró un tiempo medio de servicio de 180 segundos para todas las distribuciones de probabilidad y diferentes valores del coeficiente de variación (CoV) para las distribuciones log-normal e hiper-exponencial. La ecuación 1 muestra la expresión matemática de la función de densidad de probabilidad (pdf) log-normal. Los parámetros de la distribución log-normal se reportan en la tabla 1.

Tabla 1 Valores numéricos de los parámetros de la distribución log-normal para obtener los valores de la media y coeficiente de variación especificados.

$E(X)$	CoV	$Desv. Estandar$	$V(X)$	σ	μ
180	2	360	129600	1.268636	4.388237
	5	900	810000	1.805019	3.563908
	10	1800	3240000	2.126276	2.979959

$$f_X(t) = \left(\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right) u(t) \quad (1)$$

La pdf hiper-exponencial de orden n está dada por la expresión (2).

$$f_X(t) = \sum_{i=1}^n P_i \lambda_i e^{-\lambda_i t} u(t) \quad (2)$$

Con ayuda del algoritmo EM se determinaron los parámetros de las distribuciones de probabilidad hiper-exponenciales de diferentes órdenes que aproximan la distribución log-normal. Para determinar los valores de estos parámetros se prosigue de la siguiente manera:

- Se generan números aleatorios con distribución log-normal con cierta media y varianza.
- En el algoritmo EM se especifica el número de fases deseadas (i.e., orden de la distribución hiper-exponencial).
- Se especifica el número de iteraciones deseadas (la aproximación mejora entre mayor sea el número de iteraciones), para este trabajo se utilizaron 1000 iteraciones, ya que con esta cantidad se obtuvieron buenas aproximaciones.
- Finalmente, el algoritmo EM entrega como datos de salida los valores de los parámetros de la distribución hiper-exponencial utilizada para aproximar la distribución log-normal.

Los parámetros de las distribuciones hiper-exponenciales de diferentes órdenes obtenidos se muestran en la tabla 2.

3. Resultados

Con el fin de realizar un análisis completo, se obtuvieron resultados numéricos de las probabilidades de bloqueo de llamadas nuevas y de terminación forzada de SUs en función del tráfico ofrecido de ambos tipos de usuarios. Para el cálculo de estos resultados se generó un millón de arribos de peticiones de servicio de usuarios, 30

servidores, el tiempo de servicio de los PUs se considera exponencial negativo con media 180 s y para el tiempo de servicio de los SUs se consideran las distribuciones de probabilidad exponencial negativa, log-normal e hiper-exponencial de diferente orden con media 180 s.

Tabla 2 Parámetros de las distribuciones hiper-exponenciales de orden n que aproximan distribuciones log-normal con coeficiente de variación CoV.

Distribución Log-normal		Distribución hiper-exponencial	
CoV	n	λ_n	P_n
2	2	$\lambda_1 = 1.765702 \times 10^{-3}$ $\lambda_2 = 9.925955 \times 10^{-3}$	$P_1 = 1.705689 \times 10^{-1}$ $P_2 = 8.294311 \times 10^{-1}$
	4	$\lambda_1 = 1.132026 \times 10^{-2}$ $\lambda_2 = 2.967125 \times 10^{-2}$ $\lambda_3 = 7.118179 \times 10^{-4}$ $\lambda_4 = 1.132026 \times 10^{-2}$	$P_1 = 1.242840 \times 10^{-1}$ $P_2 = 2.586565 \times 10^{-1}$ $P_3 = 2.088898 \times 10^{-2}$ $P_4 = 5.961705 \times 10^{-1}$
	6	$\lambda_1 = 2.967121 \times 10^{-3}$, $\lambda_2 = 1.132037 \times 10^{-2}$, $\lambda_3 = 1.132036 \times 10^{-2}$, $\lambda_4 = 1.132008 \times 10^{-2}$, $\lambda_5 = 4.118163 \times 10^{-4}$, $\lambda_6 = 1.132037 \times 10^{-2}$	$P_1 = 2.586562 \times 10^{-1}$, $P_2 = 1.718715 \times 10^{-1}$, $P_3 = 8.798178 \times 10^{-2}$, $P_4 = 3.001729 \times 10^{-1}$, $P_5 = 2.088887 \times 10^{-2}$, $P_6 = 1.604288 \times 10^{-1}$
5	2	$\lambda_1 = 1.527524 \times 10^{-3}$ $\lambda_2 = 2.559002 \times 10^{-2}$	$P_1 = 2.305409 \times 10^{-1}$ $P_2 = 7.694591 \times 10^{-1}$
	4	$\lambda_1 = 1.193668 \times 10^{-2}$ $\lambda_2 = 2.142928 \times 10^{-3}$ $\lambda_3 = 2.752712 \times 10^{-4}$ $\lambda_4 = 6.717739 \times 10^{-2}$	$P_1 = 4.389741 \times 10^{-1}$ $P_2 = 1.688855 \times 10^{-1}$ $P_3 = 1.646539 \times 10^{-2}$ $P_4 = 3.756750 \times 10^{-1}$
	6	$\lambda_1 = 4.876701 \times 10^{-4}$, $\lambda_2 = 8.903031 \times 10^{-2}$, $\lambda_3 = 7.255441 \times 10^{-3}$, $\lambda_4 = 2.026486 \times 10^{-3}$, $\lambda_5 = 7.471851 \times 10^{-5}$, $\lambda_6 = 2.431217 \times 10^{-2}$	$P_1 = 2.440317 \times 10^{-2}$, $P_2 = 2.458474 \times 10^{-1}$, $P_3 = 2.676304 \times 10^{-1}$, $P_4 = 1.192036 \times 10^{-1}$, $P_5 = 1.377348 \times 10^{-3}$, $P_6 = 3.415381 \times 10^{-1}$
10	2	$\lambda_1 = 1.460506 \times 10^{-3}$ $\lambda_2 = 5.042044 \times 10^{-2}$	$P_1 = 2.397328 \times 10^{-1}$ $P_2 = 7.602672 \times 10^{-1}$
	4	$\lambda_1 = 2.664741 \times 10^{-2}$ $\lambda_2 = 3.340898 \times 10^{-3}$ $\lambda_3 = 2.739843 \times 10^{-4}$ $\lambda_4 = 2.298163 \times 10^{-1}$	$P_1 = 4.412573 \times 10^{-1}$ $P_2 = 2.092771 \times 10^{-1}$ $P_3 = 2.702007 \times 10^{-2}$ $P_4 = 3.224455 \times 10^{-1}$
	6	$\lambda_1 = 1.045632 \times 10^{-3}$, $\lambda_2 = 5.055893 \times 10^{-1}$, $\lambda_3 = 2.594716 \times 10^{-2}$, $\lambda_4 = 5.760932 \times 10^{-3}$, $\lambda_5 = 1.193793 \times 10^{-4}$, $\lambda_6 = 1.080195 \times 10^{-1}$	$P_1 = 6.923661 \times 10^{-2}$, $P_2 = 1.291826 \times 10^{-1}$, $P_3 = 3.059366 \times 10^{-1}$, $P_4 = 2.124125 \times 10^{-1}$, $P_5 = 7.346075 \times 10^{-3}$, $P_6 = 2.758856 \times 10^{-1}$

Las figuras 4 y 5 muestran, respectivamente, las gráficas de las probabilidades de bloqueo de llamada nueva y de terminación forzada de SUs cuando el tiempo de servicio de los SUs es exponencial negativo. Se observa que ambas métricas son funciones monótonicamente crecientes de los tráficos ofrecidos primario y secundario. En la figura 5 se puede observar que el valor de la probabilidad de terminación forzada es más sensible al tráfico ofrecido de SUs que al tráfico ofrecido de PUs. Esto se debe a que, al incrementar el tráfico ofrecido secundario, el número de SUs en condiciones de ser interrumpidos aumenta.

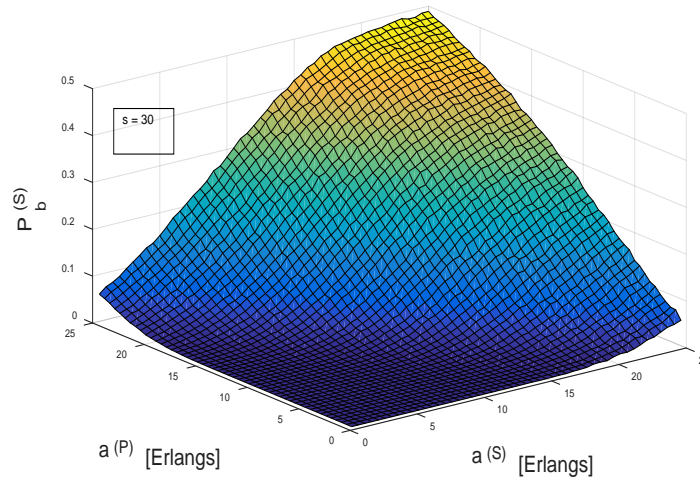


Figura 4 Probabilidad de bloqueo llamadas nuevas de SUs en función del tráfico ofrecido de los PUs y de los SUs con tiempo de servicio exponencial negativo.

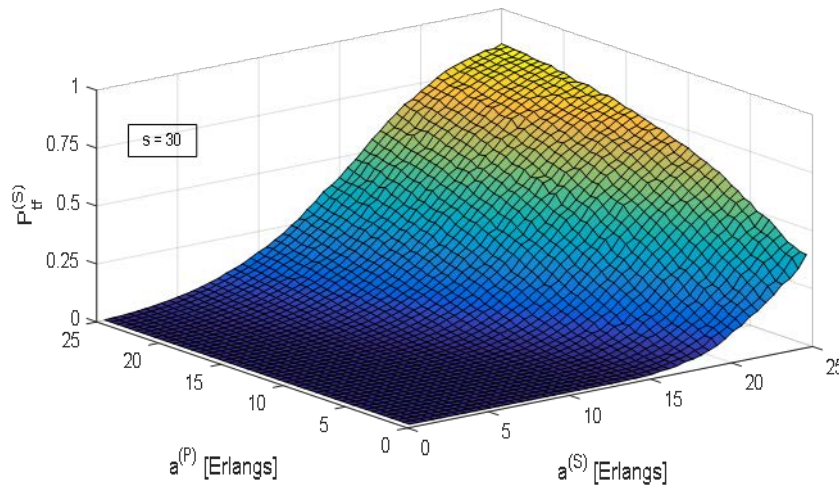


Figura 5 Probabilidad de terminación forzada de llamada de SUs en función del tráfico ofrecido de los PUs y de los SUs con tiempo de servicio exponencial negativo.

Posteriormente, se caracterizó el tiempo de servicio de los SUs con la distribución log-normal considerando diferentes valores del coeficiente de variación: 2, 5 y 10. De igual manera se utilizaron sus aproximaciones mediante las distribuciones de probabilidad hiper-exponenciales de diferente orden. Se consideraron los mismos escenarios de evaluación; es decir, el mismo número de servidores y arribos simulados. Las figuras 6, 7 y 8 muestran los resultados obtenidos de la probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas cuando el coeficiente de variación del tiempo de servicio de los usuarios secundarios es igual a 2, 5 y 10, respectivamente. Se observa que conforme aumenta el valor del coeficiente de variación, la precisión de los valores numéricos de las métricas de desempeño obtenidos con la que las distribuciones hiper-exponenciales de orden bajo (i.e. $n=2$) para aproximar la distribución log-normal se deteriora. Esto se debe a que, cuando aumenta el coeficiente de variación, los valores del tiempo de servicio se alejan del valor medio provocando que la pendiente con la que cae la función de distribución acumulativa (CDF) de la distribución normal sea más lenta. Esto trae como consecuencia que se requiera una hiper-exponencial de mayor orden para mejorar la aproximación ya que de esta forma se tiene un mayor número de parámetros de control con los que es posible lograr un coeficiente de variación más grande.

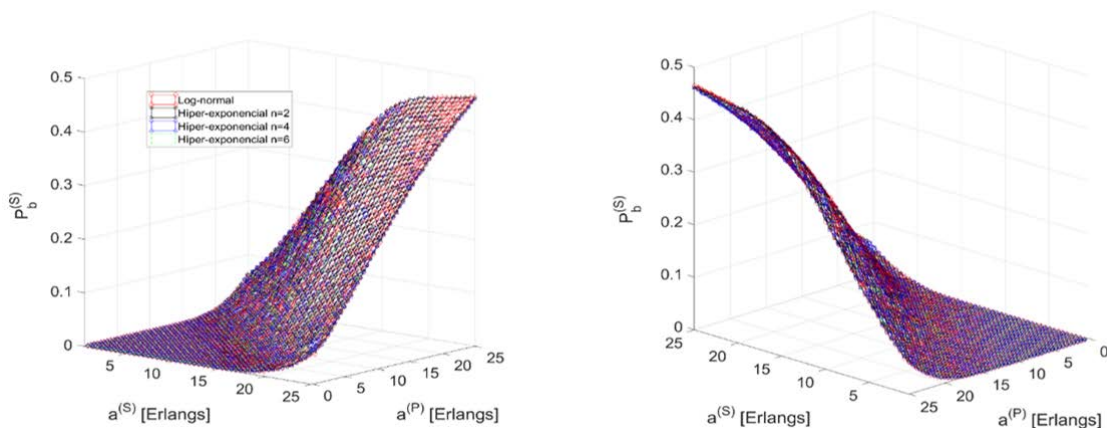


Figura 6 Probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas considerando tiempo de servicio de los usuarios secundarios con distribuciones log-normal con coeficiente de variación 2 y sus aproximaciones con distribuciones hiper-exponenciales de orden 2, 4 y 6.

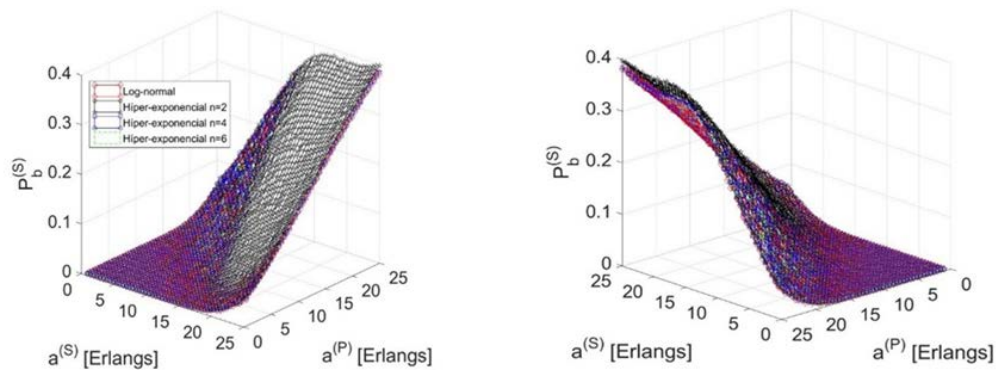


Figura 7 Probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas considerando tiempo de servicio de los usuarios secundarios con distribuciones log-normal con coeficiente de variación 5 y sus aproximaciones con distribuciones hiper-exponenciales de orden 2, 4 y 6.

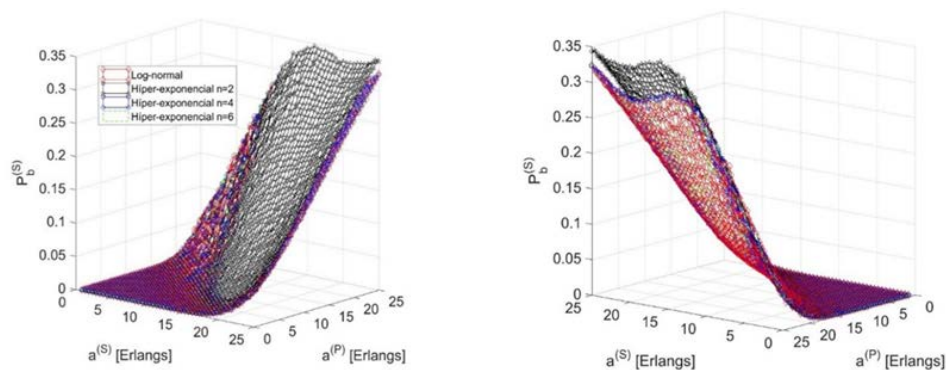


Figura 8 Probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas considerando tiempo de servicio de los usuarios secundarios con distribuciones log-normal con coeficiente de variación 10 y sus aproximaciones con distribuciones hiper-exponenciales de orden 2, 4 y 6.

De manera análoga se graficaron las probabilidades de terminación forzada. Los casos cuando el coeficiente de variación del tiempo de servicio de los usuarios secundarios es igual a 2, 5 y 10, se muestran en las figuras 9, 10 y 11, respectivamente. De las figuras 9, 10 y 11 se observa que, la probabilidad de terminación forzada es una función monótonicamente creciente del tráfico ofrecido primario y secundario. La precisión de los valores numéricos de esta métrica de desempeño también es sensible al valor del coeficiente de variación y al orden de la distribución hiper-exponencial empleada. Esto es que, a mayor coeficiente de variación de la distribución log-normal se requiere de un mayor número de parámetros de control de la distribución hiper-exponencial para mejorar la precisión de los valores numéricos de la probabilidad de terminación forzada.

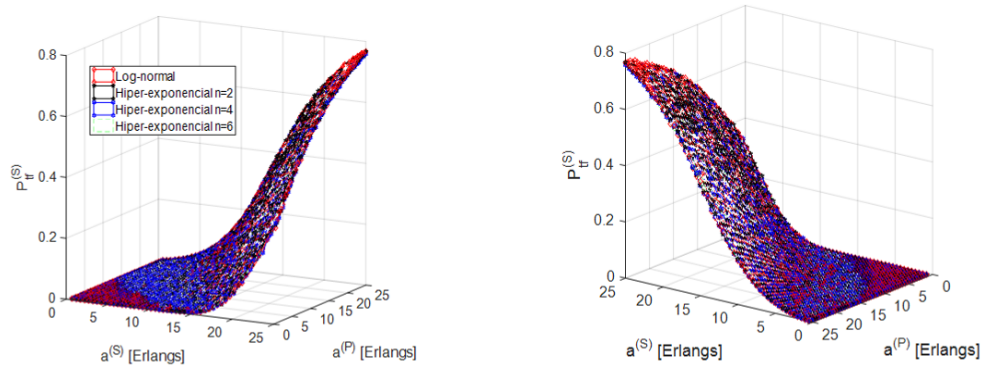


Figura 9 Probabilidad de terminación forzada de llamada considerando tiempo de servicio de los usuarios secundarios con distribuciones log-normal con coeficiente de variación 2 y sus aproximaciones correspondientes con distribuciones hiper-exponenciales de orden 2, 4 y 6.

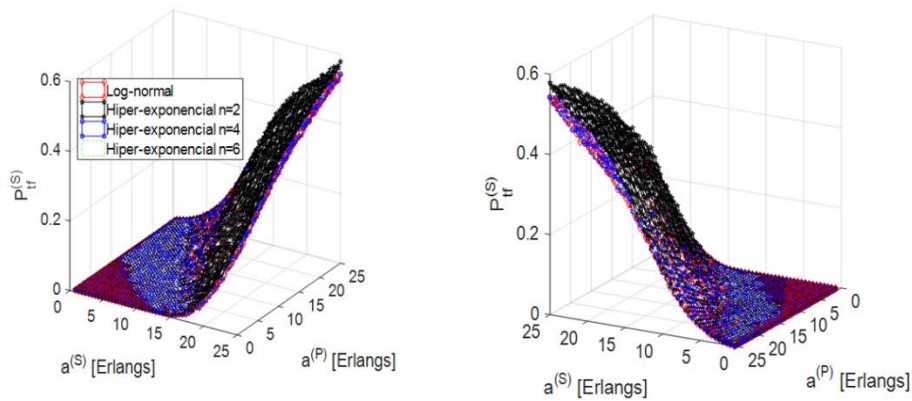


Figura 10 Probabilidad de terminación forzada de llamada considerando tiempo de servicio de los usuarios secundarios con distribuciones log-normal con coeficiente de variación 5 y sus aproximaciones correspondientes con distribuciones hiper-exponenciales de orden 2, 4 y 6.

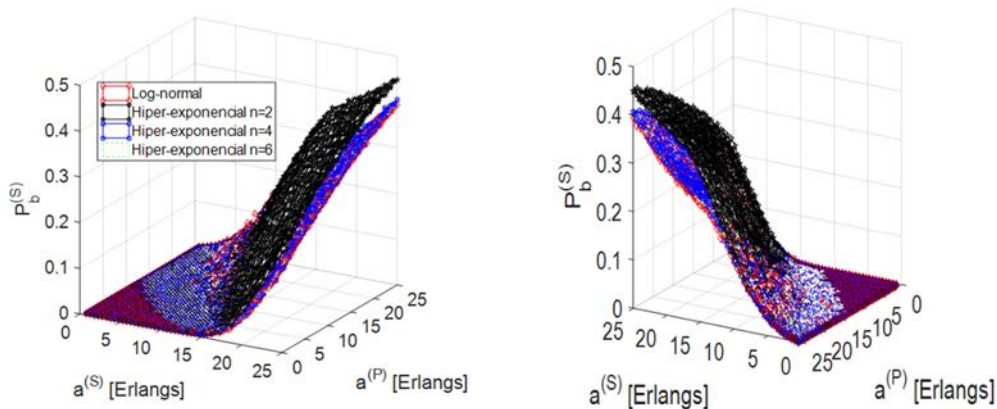


Figura 11 Probabilidad de terminación forzada de llamada considerando tiempo de servicio de los usuarios secundarios con distribuciones log-normal con coeficiente de variación 10 y sus aproximaciones correspondientes con distribuciones hiper-exponenciales de orden 2, 4 y 6.

Para cuantificar la precisión en los valores numéricos de las métricas de desempeño obtenidos con las aproximaciones de la distribución de probabilidad log-normal por medio de distribuciones hiper-exponenciales, se calculó la diferencia porcentual entre los valores numéricos de las métricas de desempeño obtenidos considerando una y otra distribución. Esta diferencia porcentual se calcula con ecuación 3.

$$Pct = \left(\frac{P_{Log-normal} - P_{hiper-exponencial n}}{P_{Log-normal}} \right) \times 100 \quad (3)$$

Donde:

- $P_{Log-normal}$ representa el valor de la métrica de desempeño ($P_b^{(S)}$ o $P_{tf}^{(S)}$) obtenida considerando que la distribución de probabilidad del tiempo de servicio de los usuarios secundarios es log-normal; y
- $P_{hiper-exponencial n}$ representa el valor de la métrica de desempeño ($P_b^{(S)}$ o $P_{tf}^{(S)}$) obtenida considerando que la distribución probabilidad del tiempo de servicio de los usuarios secundarios es hiper-exponencial de orden n .

Las figuras 12 y 13 muestran el valor de la diferencia porcentual de la probabilidad de bloqueo de llamadas nuevas en función de los tráficos ofrecidos de ambos tipos de usuarios con distribución hiper-exponencial de orden 2 y 6, respectivamente; en ambas figuras se utilizó un coeficiente de variación igual a 10.

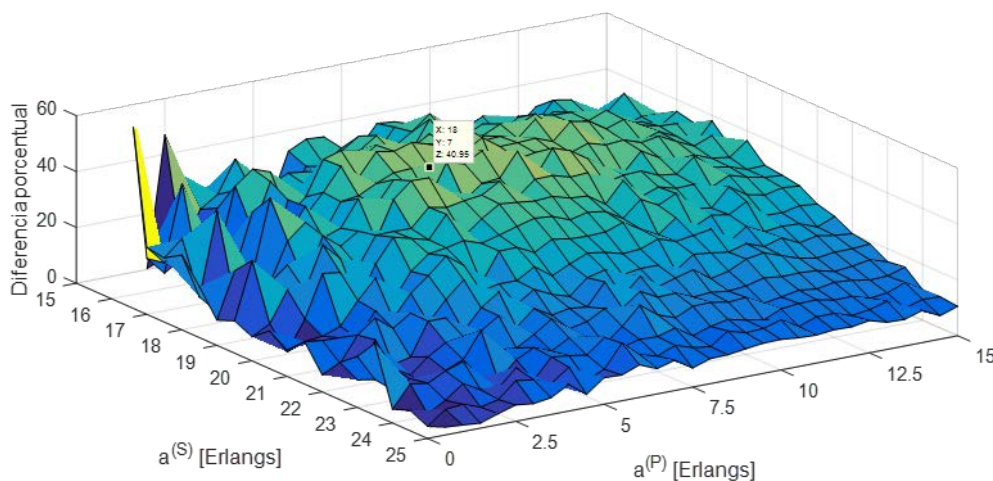


Figura 12 Diferencia porcentual entre la probabilidad de bloqueo de usuarios secundarios obtenida considerando tiempo de servicio con distribuciones log-normal e hiper-exponencial de orden 2.

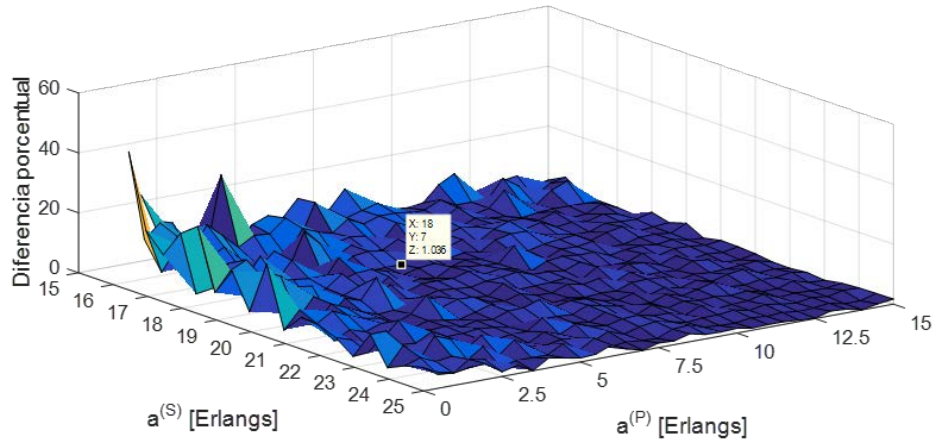


Figura 13 Diferencia porcentual entre la probabilidad de bloqueo de usuarios secundarios obtenida considerando tiempo de servicio con distribuciones log-normal e hiper-exponencial de orden 6.

Las figuras 12 y 13 muestran que, para un tráfico ofrecido primario y secundario igual a 7 y 18 Erlangs, respectivamente, existe una disminución del 39.9% en la diferencia porcentual entre el valor de la probabilidad de bloqueo cuando se emplea una distribución hiper-exponencial de orden 2 y de orden 6 para aproximar la distribución log-normal. De la misma forma se realizó el cálculo de la diferencia porcentual para la probabilidad de terminación forzada de llamada. Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 14 y 15. Al igual que para la probabilidad de bloqueo de llamada nueva, se observa que la diferencia porcentual decrece conforme aumenta el orden de la distribución hiper-exponencial.

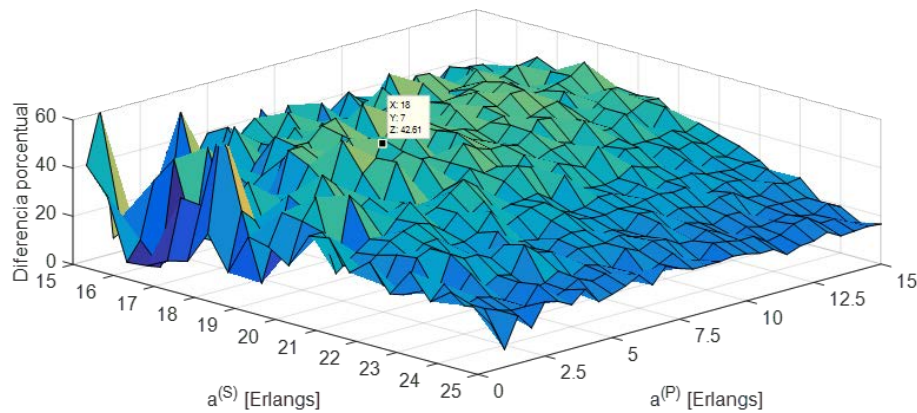


Figura 14 Diferencia porcentual entre la probabilidad de terminación forzada de llamada obtenida considerando tiempo de servicio con distribuciones log-normal e hiper-exponencial de orden 2.

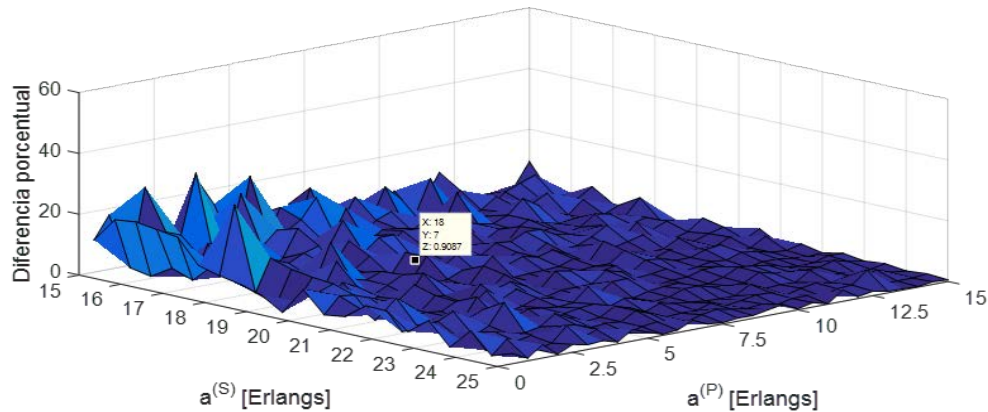


Figura 15 Diferencia porcentual entre la probabilidad de terminación forzada de llamada obtenida considerando tiempo de servicio con distribuciones log-normal e hiper-exponencial de orden 6.

4. Discusión

De los resultados mostrados en la sección anterior se pueden destacar algunas observaciones. Conforme se incrementa el valor del coeficiente de variación de la distribución log-normal que representa al tiempo de servicio de los usuarios secundarios, es necesario aumentar el orden de la distribución hiper-exponencial para mejorar la precisión de la aproximación. Por ejemplo, para valores pequeños del coeficiente de variación ($CoV = 2$), se observa que basta con un orden pequeño de la distribución hiper-exponencial para obtener una aproximación aceptable con respecto al comportamiento de las métricas de desempeño. Además, al aumentar el valor del coeficiente de variación, las métricas de desempeño tienen una mayor dependencia al tráfico de los usuarios secundarios. Lo anterior se debe a que el tiempo de servicio de usuarios primarios se caracteriza con la distribución exponencial negativa para todos los casos.

Los resultados obtenidos son de utilidad para futuros trabajos en los que se pretende desarrollar modelos matemáticos para el análisis basado en cadenas de Markov de sistemas cognitivos.

5. Conclusiones

Se evaluó el desempeño de un sistema de radio cognitivo mediante simulaciones de eventos discretos por computadora. Se consideraron diferentes distribuciones de

probabilidad del tiempo de servicio de los usuarios secundarios. El desempeño del sistema se evaluó en términos de la probabilidad de bloqueo de llamada nueva y la probabilidad de terminación forzada de llamada. Se hizo énfasis en comparar el comportamiento de estas métricas obtenidas utilizando la distribución log-normal y sus aproximaciones con distribuciones hiper-exponenciales de diferente orden. De los resultados obtenidos se observa que las aproximaciones con distribución hiper-exponencial mejoran su precisión conforme aumenta el orden de la misma. Sin embargo, a mayor valor del coeficiente de variación de la distribución que se busca aproximar, se necesita un orden mayor de la distribución hiper-exponencial para obtener una precisión similar. Los resultados numéricos obtenidos en una diversidad de escenarios de evaluación muestran que la distribución hiper-exponencial puede sustituir a la distribución log-normal para la caracterización del tiempo de servicio de los usuarios secundarios, ya que se obtienen valores numéricos similares de las métricas de desempeño del sistema. Con esto se busca facilitar los análisis matemáticos de este tipo de sistemas.

6. Bibliografía y Referencias

- [1] Abate J., Choudhury G. L. and Whitt W. Waiting-time tail probabilities in queues with long-tail service-time distributions. *Queueing Systems*, vol. 16, no. 3-4, 311-338, 1994.
- [2] Aguilar-Rentería J. H. and Navarro-Cadavid A. Radio cognitiva - Estado del arte. *Sistemas y Telemática*, vol. 9, no. 16, 31-53, 2011.
- [3] Asmussen S., Nerman O. and Olson M. Fitting Phase-Type Distributions via the EM Algorithm. *Scandinavian Journal of Statistics*, vol. 23, no. 4, 419-441, 1996.
- [4] Bolotin V. A. Modeling call holding time distributions for CCS network design and performance analysis. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 12, no. 3, 433-438, 1994.
- [5] Filin S., Harada H., Murakami H. and Ishizu K. International Standardization of Cognitive Radio Systems. *IEEE Communications Magazine*, 82-89, 2011.
- [6] Orlik P. V. and Rappaport S. A model for tele-traffic performance and channel holding time characterization in wireless cellular communication with general

- session and dwell time distributions. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 16, no. 5, 788-803, 1998.
- [7] Saleem Y. and Rehmani M.-H. Primary radio user activity models for cognitive radio networks: A survey. ELSEVIER Journal of Network and Computer Applications, vol. 43, pp.1-16, 2014.
- [8] Serrano-Chavez, et al. Approximating Log-Normally Distributed Secondary Service Time by Hyper-Exponential Distribution for the Analytical Performance Evaluation of Cognitive Radio Networks. The 20th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC2017), pp. 641-645, 2017.
- [9] Shanidul H. and Wasim A. Performance analysis of cognitive radio networks with generalized call holding time distribution of secondary users. Telecommunication Systems, vol. 66, no. 1, 95-108, 2017.
- [10] Wang X. and Fan P. Channel Holding Time in Wireless Cellular Communications with General Distributed Session Time and Dwell Time. IEEE Communications Letters, vol. 11, no. 2, 158-160, 2007.
- [11] Zhang Y. Dynamic spectrum Access in cognitive radio wireless networks. IEEE International Conference on Communications. Beijing, China. May, 2008.
- [12] Zhu X., Shen L. and Yum T-S. P. Analysis of cognitive radio spectrum Access with optimal channel reservation. IEEE Communications Letters, vol. 11, no. 4, 1-3, 2007.