

Diseño y Construcción de un Sistema de Instrumentación programable para la Medición del Ruido Térmico en Resistencias

Fermín Hugo Ramírez Leyva

Universidad Tecnológica de la Mixteca, Carretera a Acatlima km 2.5 Huajuapán de León, Oaxaca, C.P.
69000, Tel. (01953) 5320399 ext. (555)
hugo@mixteco.utm.mx

Luis Alberto Pérez Gaspar

Universidad Tecnológica de la Mixteca, Carretera a Acatlima km 2.5 Huajuapán de León, Oaxaca, C.P.
69000, Tel. (01953) 5320399 ext. (555)
hugo@mixteco.utm.mx

Resumen

En este trabajo se muestra la forma en que se hizo un sistema para la medición del ruido térmico en resistores. El ruido térmico es un concepto que en la mayoría de aplicaciones se toma como algo ya preestablecido, que es proporcional al valor de la resistencia, la temperatura y el ancho de banda. Se muestra el diseño y caracterización del Hardware usado para la medición del voltaje de ruido en resistores, y se usa un banco de resistencias como generador de ruido. Todos los circuitos se hicieron con componentes discretos y se desarrolló un programa en LabVIEW para obtener la caracterización de la respuesta en frecuencia. La comprobación del sistema se hizo derivando la constante de Boltzmann a partir de la medición del ruido, obteniendo valores muy aproximados.

Palabras Claves: Instrumentación, LabVIEW, Ruido Térmico.

1. Introducción

El ruido Johnson-Nyquist es una fluctuación aleatoria de voltaje inherente al movimiento térmico irregular de portadores de carga en conductores eléctricos en equilibrio. En 1928

Johnson demostró, experimentalmente, que el valor eficaz del voltaje a través de un conductor es proporcional a la resistencia y a la temperatura absoluta y no depende de la composición química con la que está hecho el conductor [1].

La constante de Boltzmann (k_B) relaciona los grados de libertad microscópicos a la temperatura. Es probablemente la constante más familiar en la ley de los gases ideales, ya que relaciona presión, volumen, número de partículas y temperatura. Como los electrones en un metal (los portadores de carga) pueden ser considerados como un "gas", su movimiento está relacionado con esta constante [2].

La densidad espectral de potencia del ruido, con unidades $V/\sqrt{\text{Hz}}$, a frecuencias bajas es dominado por el ruido $1/f$. Existe una frecuencia a partir de la cual su magnitud es menor que el ruido térmico [1]. La potencia del ruido térmico es muy pequeña, y para medirlo se necesita amplificarlo y filtrarlo. Se usa un filtro pasa banda para limitar la contribución del ruido $1/f$ y acotar su potencia.

Se hizo una investigación en internet de trabajos reportados en el país sobre experimentos para medir el ruido térmico, sin embargo no se encontró ninguno. En universidades de estados unidos como el Instituto Tecnológico de Massachusset, la Universidad de Texas A&M y la Universidad de Minessotta hay mucha información reportada como prácticas de laboratorio o artículos internos [1, 2, 3]. Una característica importante en común es que todos ellos usan amplificadores y filtros comerciales, los que son caros y en muchos casos no se cuenta en los laboratorios de las universidades de nuestro país.

Fuera del ámbito de enseñanza, no se encontraron trabajos para la medición en sí del ruido térmico. Sin embargo, en la comunidad científica existe mucho interés en medir la constante k_B por que la nueva definición del $^{\circ}\text{K}$ requiere de una medición precisa de esta constante. B. Tyukodi muestra cómo obtener la constante de k_B , con fines educativos, a partir de la evaporación del alcohol [4]. S. Benz describen un sistema para la medición de k_B usando fuentes de voltaje de ruido cuantizado como referencias de voltaje, mide el ruido térmico de una resistencia en el triple punto de agua [5]. B. Fellmuth determina k_B

en función de la capacitancia medida con un capacitor fabricado con un cilindro metálico lleno de helio, a la temperatura del triple punto del agua [6].

Con el fin de experimentar con la medición del ruido térmico y el hacer que los estudiantes de licenciatura comprueben su efecto en forma práctica, se decidió diseñar, construir y probar el sistema para su medición. Para la caracterización de la respuesta en frecuencia y el procesamiento de las mediciones se hicieron dos programas en LabVIEW. En las siguientes secciones se explica cómo se hizo y los resultados obtenidos.

2. Desarrollo

La agitación térmica de los electrones en una resistencia da lugar a fluctuaciones aleatorias en sus terminales, que es conocido como ruido de Johnson. La contribución del voltaje cuadrático medio en una banda de frecuencia Δf esta dado por la ecuación (1), donde T es la temperatura en $^{\circ}\text{K}$, R la resistencia en ohm, k_B la constante de Boltzmann (su valor es de $1.3806488 \times 10^{-23} \text{ J/}^{\circ}\text{K} = 13.806488 \text{ y J/}^{\circ}\text{K}$).

$$\langle V(t)_{rms}^2 \rangle = 4k_B TR \Delta f \quad (1)$$

El voltaje de ruido es muy pequeño para ser detectado sin amplificación. Si la resistencia se conecta a la entrada de un amplificador de alta ganancia, con respuesta en frecuencia es $G(f)$, el valor cuadrático medio del voltaje a la salida del amplificador se modela con la ecuación (2). El término $\langle V(t)_{rms}^2 \rangle$ es el ruido térmico generado por el mismo amplificador.

$$\langle V(t)_{rms}^2 \rangle = 4k_B TR \int_0^{\infty} [G(f)]^2 df + \langle V(t)_N^2 \rangle \quad (2)$$

Cada uno de los términos de la ecuación (2) son constantes y depende de la temperatura y la resistencia. $G(f)$ es la respuesta en frecuencia experimental de la etapa de amplificación y filtrado, su contribución al ruido generado a la salida es su integral. A medida que se tienen más mediciones se obtiene una mejor estimación del voltaje de ruido. Si el sistema de medición está bien caracterizado, al graficar el voltaje de ruido vs

el valor de la resistencia se obtiene una línea recta cuya pendiente es la constante de Boltzmann.

Para realizar la medición del ruido se necesita un amplificador con impedancia de entrada y ganancia grande, conectado en cascada con un filtro pasa banda. En la aplicación [3] usan el preamplificador de bajo ruido SR560 de la firma *Stanford Research Systems* y el filtro pasa banda KH 3700R de la firma Krohn-Hite.

Las principales características del preamplificador de bajo ruido SR560 son: Ruido de entrada de $4nV/\sqrt{Hz}$, ancho de banda de 1MHz, ganancia variable de 1 a 50,000, acoplamiento de corriente directa (CD) o alterna (CA), filtros configurables, entrada referenciada o diferencial, alimentación con voltaje de línea o pilas e interfaz RS-232. Su costo es de \$2,855 dólares [7]. Desde su panel frontal se conectan las entradas y salidas y se configura el tipo de filtro a usar (ver Fig. 1). En su diagrama a bloques, de la Fig. 2, se observa que tiene la opción de deshabilitar el filtrado, y la impedancia de salida es configurable (de 600 o 50 Ω).

El filtro pasa banda KH 3700R tiene controles manuales para ajustar el ancho de banda en el rango de 0.2 a 20 kHz. Tiene una topología Butterworth de 4^o orden, con una atenuación máxima de 80dB. Su costo es de \$195 dólares [8].



Fig. 1. Panel frontal del preamplificador SR560

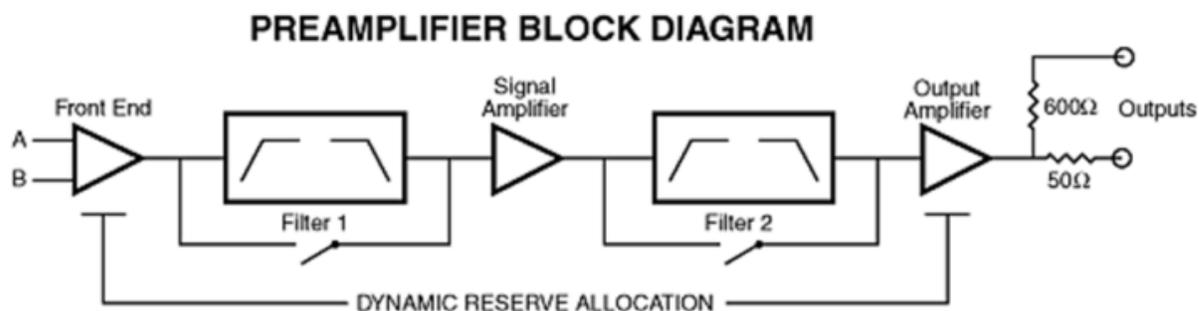


Fig. 2. Diagrama a bloques del preamplificador

Para repetir el experimento, como se describe en la referencia [3], es necesario comprar estos equipos e importarlos, lo cual es costoso. Por tal motivo, se decidió hacer estas etapas de forma discreta, con material que se consigue fácilmente en México. Otra ventaja es que se pone en práctica lo que se enseña y aprende en los cursos de diseño analógico, lo que favorece el nivel de aprendizaje de los alumnos.

Tomando como referencia las características de los equipos comerciales, las especificaciones del circuito a diseñar son:

- Amplificador con Impedancia de entrada mayor a 1 MΩ; ganancia de 10,000; limitado en banda con frecuencia de corte inferior de 300 Hz y superior de 30 kHz. Entrada diferencial o referenciada.
- Filtro pasa banda de ganancia unitaria, frecuencia de corte inferior de 300 Hz y superior de 20 kHz.

El amplificador de instrumentación AD620 de la firma Analog Devices® cumple con todos los requerimientos. Sus principales características son: Ganancia, configurable con un solo resistor, de 1 a 10,000; Bajo voltaje de offset (0.6 uV/°C); corriente de polarización de 1.0 nA; Relación de rechazo de modo común de 100 dB y bajo ruido $0.9\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ [9]. Se diseñó al AD620 con una ganancia de 10,000, para lo cual requiere de una resistencia de 5 Ω. La limitación en banda se consigue conectando a su salida un filtro pasa banda activo de segundo grado.

En la Fig. 3 se muestra el diagrama esquemático completo del amplificador con su filtro pasa banda. La entrada está marcada como Vin+ y Vin-, a la salida del AD620 se conecta el filtro pasa banda, realizado con un filtro pasa bajas y uno pasa altas, con frecuencias de corte de 30 kHz y 30 Hz, respectivamente. Ambos filtros son tipo Butterworth de 2° orden, hechos con el amplificador operacional (OPAM) TL084.

El filtro pasa bajas activo consta de 2 OPAM, 3 resistencias y 2 capacitores. Su ecuación de diseño es la (3) donde R_B es la resistencia, C_B el capacitor y f_C la frecuencia de corte [10]. El procedimiento de diseño es proponer el valor del capacitor, calcular el valor del resistor con (3), finalmente ajustar éste a una resistencia comercial. Para este filtro los componentes usados son $R_{1B}=5.6k\Omega$ y $C_{1B}=1nF$. Con estos elementos la frecuencia de corte es $f_C=20.09kHz$, que se aproxima al valor deseado.

$$R_B = \frac{0.7071}{2\pi f_C C_B} \quad (3)$$

El filtro pasa altas se muestra en la parte final de la Fig. 3. Consta de 2 capacitores y 2 resistencias. Su ecuación de diseño es la (4). Los componentes usados fueron $C_{1A}=220nF$ y $R_{1A}=3.3k\Omega$, que da un frecuencia de corte $f_C=219Hz$, muy aproximado al requerido.

$$R_A = \frac{1}{2\pi f_C C_A} \quad (4)$$

La fuente de alimentación intrínsecamente genera ruido térmico, para disminuirlo se usan pilas para energizar al circuito. Por lo cual el sistema debe tener la capacidad de poder funcionar con pilas o con una fuente de alimentación. Se diseñó y fabricó el circuito con un interruptor selector del voltaje de alimentación. Para disminuir el ruido externo, los circuitos se montaron en un impreso y se le construyó una caja metálica.

El generador de ruido térmico se hizo con un banco de resistencias dentro de un encapsulado metálico, con un selector y un conector BNC para facilitar la conexión. Experimentalmente se observa que con un mayor valor de resistencia, el voltaje RMS de la salida del amplificador aumentaba. La conexión entre el banco de resistencias y el amplificador se hace con un cable coaxial.

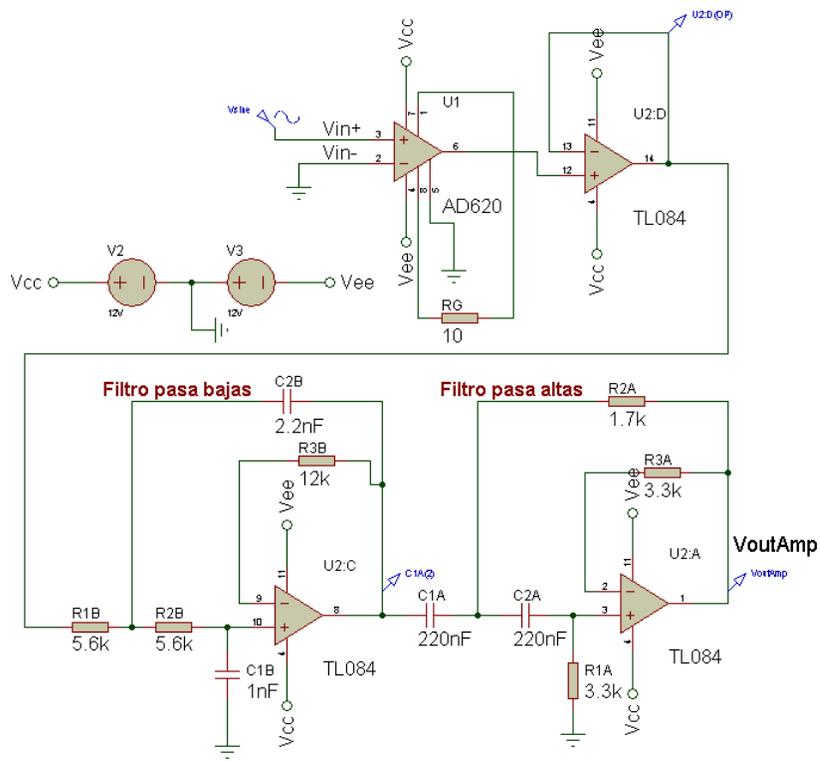


Fig. 3. Amplificador de instrumentación con su filtro pasa banda

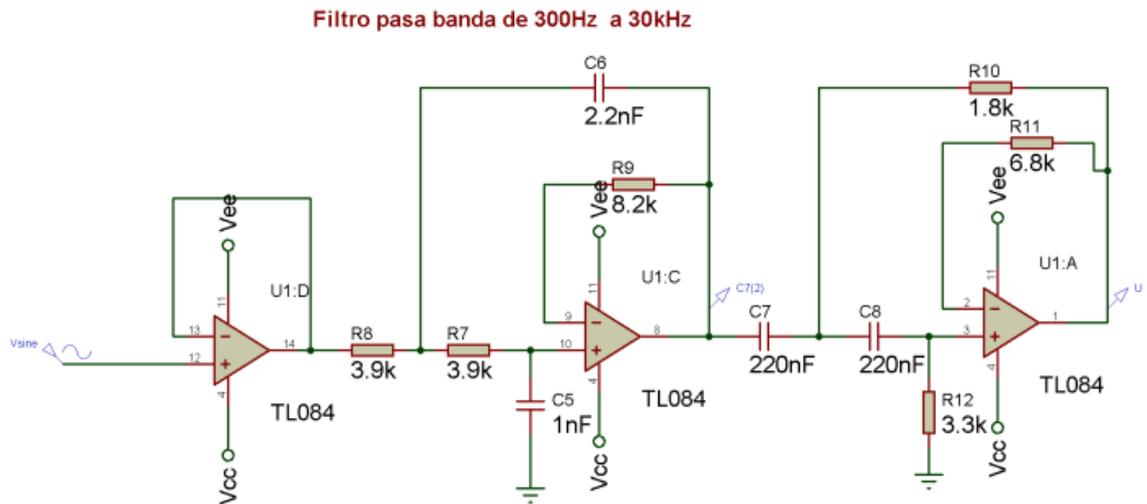


Fig. 4. Filtro pasa banda

En la Fig. 5 se muestran todos los componentes del sistema ya terminado, que consta de: El amplificador y filtro (marca 1), el banco de resistencias (marca 2) y el multímetro de banco (marca 3). El amplificador y filtro están dentro del gabinete metálico de color negro y en la parte superior se observan las dos pilas de 9V. El banco de resistencias se hizo con 6 resistencias cuyos valores son: 50Ω , $1k\Omega$, $12k\Omega$, $39k\Omega$, $82k\Omega$ y $100k\Omega$. Cuenta con un selector para elegir la resistencia a usar. La medición del ruido se hizo con el multímetro de banco marca HP modelo 34401A.

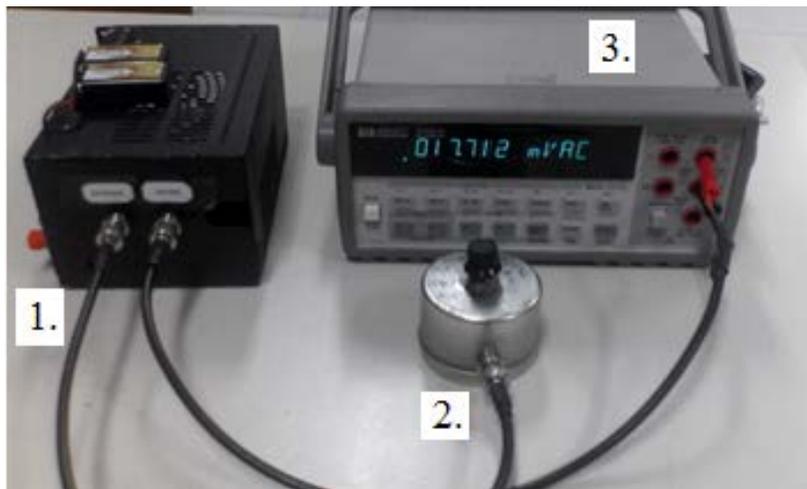


Fig. 5. Fotografía del Amplificador con el filtro pasa bajas y el selector de resistencias terminados

3. Caracterización del sistema

Una vez terminado el sistema de medición, el siguiente paso es caracterizar su respuesta en frecuencia. Se usa un generador de funciones y un osciloscopio, la señal de entrada es una onda sinusoidal en el rango de 10Hz a 50kHz. Manualmente el procedimiento para hacer la medición es: Configurar la amplitud y frecuencia del generador; Conectarla al amplificador y filtro; Medir el voltaje RMS de la entrada y salida con el osciloscopio; Capturar las mediciones e incrementar la frecuencia. Se necesita atenuar la señal del generador antes de conectarla al amplificador para no saturarlo. En forma manual este proceso es lento y el tiempo de medición aumenta en función del número de mediciones

La caracterización de la respuesta en frecuencia se hizo con instrumentos programables controlados por un programa ejecutándose en una computadora portátil. Los instrumentos usados fueron el generador de funciones HP modelo 33120A con interfaz RS-232 y el osciloscopio marca Tektronix modelo TDS2012 con interfaz USB. El programa de control se hizo con el LabVIEW versión 2010 para Windows 7®. En la Fig. 6 se muestra el diagrama a bloques del sistema realizado.

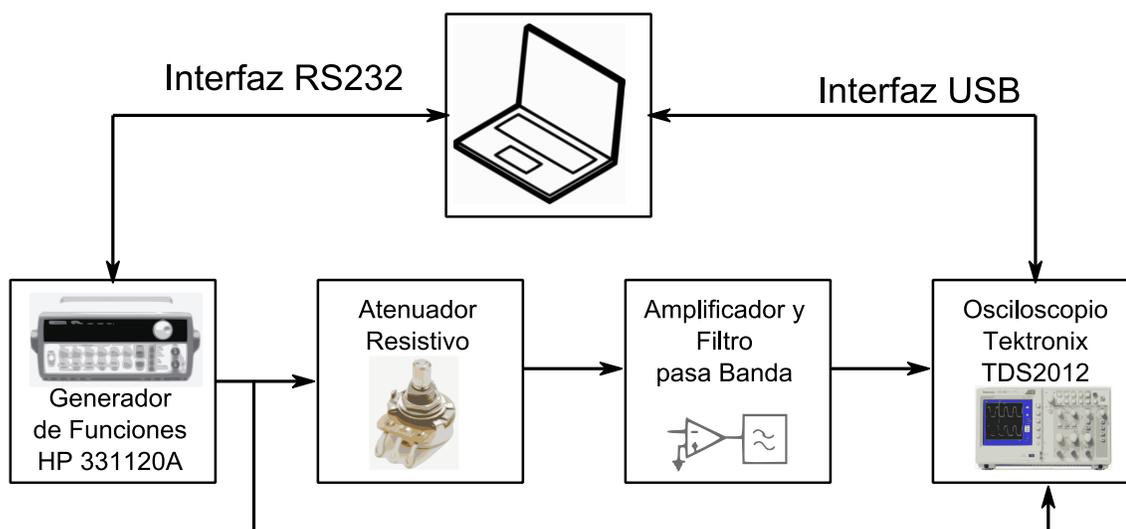


Fig. 6. Diagrama a bloques para la caracterización del sistema para medir ruido

El programa de control configura la amplitud y frecuencia del generador, con el osciloscopio se capturan las señales de voltaje de la entrada y la salida (de 2000 datos cada uno), establecido para que siempre capture 4 periodos de la señal. Para limitar el efecto del ruido, la medición de los voltajes a la frecuencia fundamental se hace con la transformada rápida de Fourier (TFF). Se encontró experimentalmente que con este método los voltajes se mantenían estables. Se almacenan en un arreglo los voltajes y las frecuencias medidas. Al final todos los datos se guardan en un archivo para su procesamiento posterior.

El mínimo voltaje que proporciona el generador de funciones es 50 mV, el cual satura al amplificador. Para poder caracterizarlo se utiliza un atenuador resistivo con un factor de atenuación de 5714. Se configuró al generador con un voltaje de salida de 3 V, por lo que el voltaje de entrada al amplificador fue de 0.52 mV. Experimentalmente se encontró que se tardaba 10s en configurar la frecuencia y voltaje del generador y leer los 2 canales del osciloscopio. Se obtuvo la respuesta en frecuencia de 10 a 300 Hz con incrementos de 10 Hz, y de 300 Hz a 50 kHz con incrementos de 100 Hz. En total se hicieron 537 mediciones en un tiempo de 1.58 horas. También se encontró que la magnitud del voltaje del generador no es constante en todo el rango de medición.

En la Fig. 7 se muestra el panel frontal del programa en LabVIEW que obtiene la respuesta en frecuencia. La interfaz tiene 4 pestañas que son: **Configura**, **Mediciones** y **Frecuencia**. En la pestaña Configura, la mostrada en la Fig 7, se establecen la interfaz de conexión de los instrumentos usados, la frecuencia inicial, final y sus incrementos. En este caso para el generador de funciones usa el puerto COM13 y el osciloscopio la USB. Está configurado con una frecuencia inicial y final de 10 y 300 Hz, con incrementos de 10Hz.

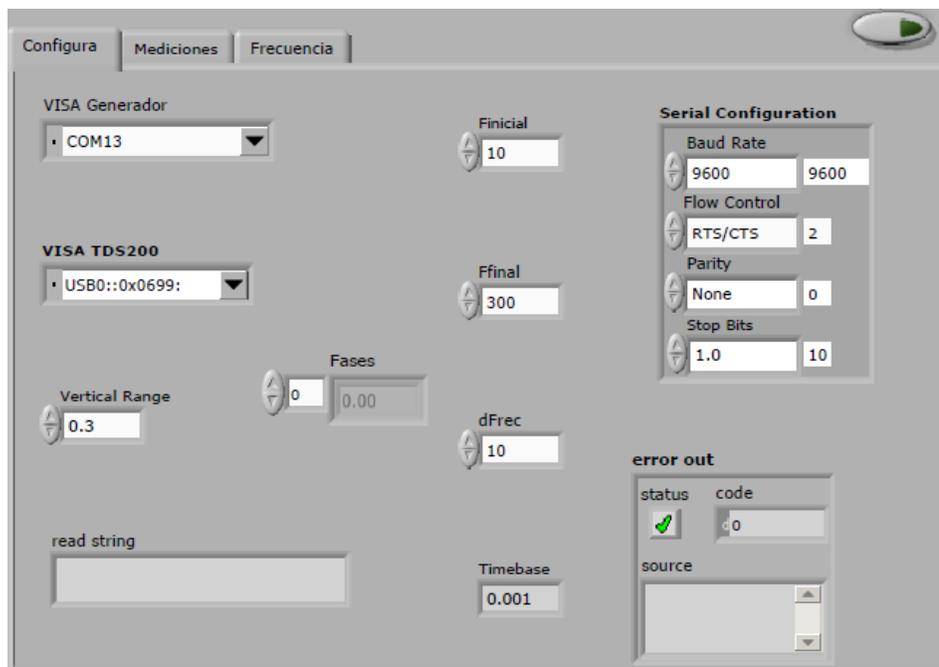


Fig. 7. Panel frontal del programa que obtiene la respuesta en frecuencia del sistema

En la Fig. 8 se muestra el diagrama a bloques del programa de la interfaz de la Fig. 7. Los bloques que están antes del ciclo while configuran la conexión con el generador y el osciloscopio. En cada iteración configura al generador, lee los datos del osciloscopio, les aplica la transformada de Fourier, hace la división del voltaje de salida entre el voltaje de entrada y almacena estos datos en un arreglo. El proceso termina hasta que se recorrieron todos los datos o se detecta un error. A la salida del ciclo while se guarda la respuesta en frecuencia y grafica la frecuencia contra los voltajes medidos.

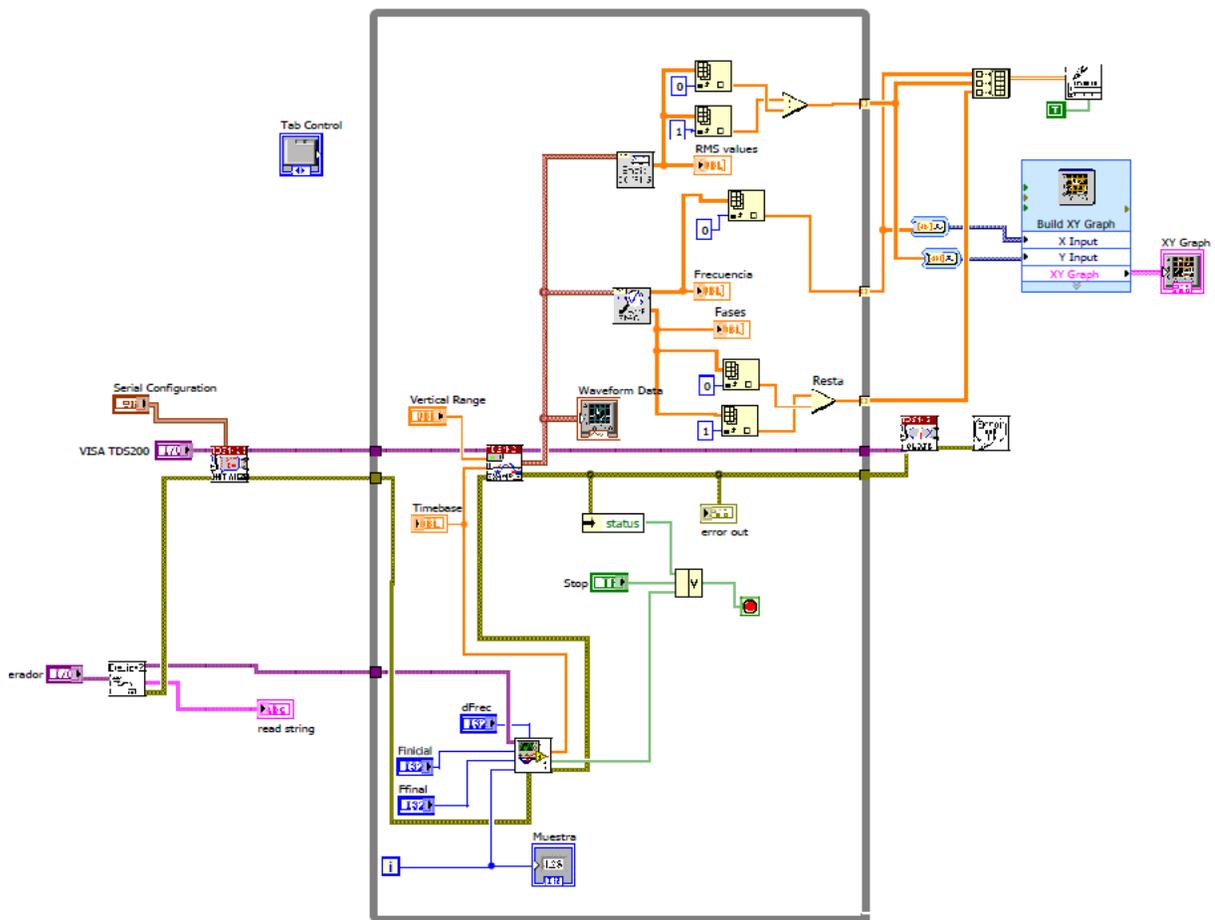


Fig. 8. Diagrama a bloques del programa en LabVIEW para obtener la respuesta en frecuencia

En otro programa de LabVIEW, se lee el archivo de mediciones, grafica la respuesta en frecuencia de magnitud y fase, obtiene la integral de la respuesta en frecuencia, calcula y grafica la constante de Boltzmann. En la Fig. 9 se muestra su panel frontal, el cual consta de 5 pestañas, la que está activa es la de **Señales**. En ésta se muestra la variación en frecuencia del voltaje eficaz de la entrada y salida del amplificador.

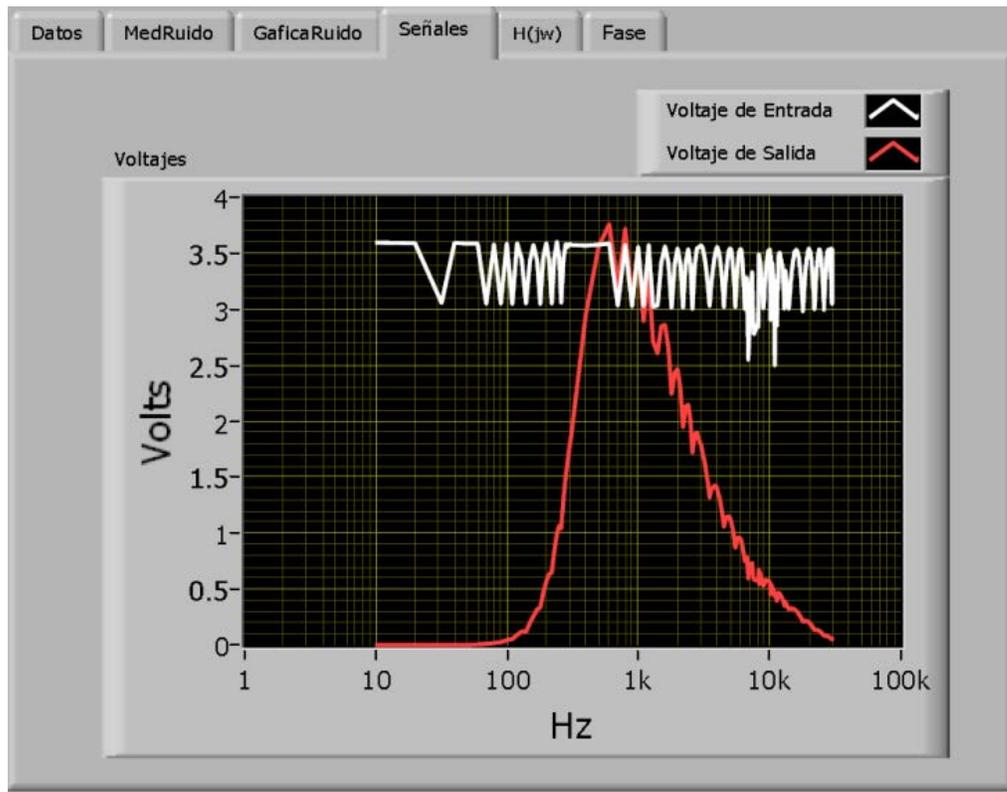


Fig. 9. Panel frontal con la medición del voltaje de entrada y salida del sistema

Con los datos de respuesta en frecuencia experimental se calcula la integral numérica de la misma con el algoritmo de sumas de Riemann En la ecuación (5) se muestra la integral y valor resultante que fue de 1.79046×10^{10} Hz.

$$\int_0^{\infty} [G(f)]^2 df = 1.79046 \times 10^{10} \text{ Hz} \quad (5)$$

Como se puede ver la magnitud de la integral es muy grande porque la ganancia del amplificador en la banda de paso es mucha. En la siguiente sección se usa el valor de la integral, para calcular el voltaje de ruido térmico que se tiene a la salida del amplificador con las diferentes resistencias.

4. Resultados

Una vez caracterizado el amplificador se hicieron mediciones del voltaje de ruido generado con las diferentes resistencias. Cuando se tenía los circuitos en la tablilla de interconexiones (*proto-board*), se observó que el voltaje de ruido tenía fluctuaciones y no había repetitividad de las mismas. En el sistema final todos los elementos se encuentran dentro de cajas metálicas, conectados con cable coaxial y cables blindados, las mediciones se mantienen estables.

Se encontró que cuando se conectan en paralelo el osciloscopio y el multímetro, a la salida del amplificador, el voltaje de ruido es mayor que si solo se utiliza el multímetro. Por lo cual todas las mediciones se hicieron con éste.

El voltaje de ruido a la salida del amplificador, es directamente proporcional al valor de la resistencia conectada a su entrada más el que genera internamente. Para cuantizar la contribución al ruido por el amplificador, a su entrada se le conecta un corto circuito y se mide el voltaje de ruido. Esta medición se le resta a las mediciones obtenidas con el banco de resistencias. La tabla 1 muestra estas mediciones obtenidas. Se capturaron con el circuito alimentado con pilas y también con la fuente de voltaje HP E3631A.

Tabla 1. Mediciones de ruido con el circuito alimentado con y sin pilas.

Resistencia (Ω)	Vrms con Fuente (mV)	Vrms con Pilas (Vm)	K con fuente J ^o K	K con pilas J ^o K
0	8.1	6.2	--	--
50	8.1	6.2	--	--
1k	8.2	6.4	17.29y	2.6731y
11.96k	9.8	7.8	26.98y	19.867y
38.75k	12	10.9	21.45y	22y
80.6k	16	15	25.057y	24.553y
99.3k	18	17	27.6y	26.766y

Las dos últimas columnas corresponden a la constante de Boltzmann calculadas con la ecuación (6). Donde $\langle V(t)_{rms}^2 \rangle$ es el voltaje de ruido a la salida del amplificado, $\langle V(t)_N^2 \rangle$ es el voltaje de ruido del amplificador, R la resistencia, T la temperatura (de 25 °C) y la integral de la respuesta en frecuencia de la ecuación (5).

$$k_B = \frac{\langle V(t)_{rms}^2 \rangle - \langle V(t)_N^2 \rangle}{4TR \int_0^\infty [G(f)]^2 df} \quad (6)$$

Los datos de la tabla 1 se captura en el programa den LabVIEW de la Fig. 9. Este programa los toma para calcular k_B con la ecuación (6), cuyos resultados se muestran en la Fig. 10. El valor teórico es $k_B=1.513806488 \times 10^{-23}$ J^oK, y con los datos experimentales se obtuvieron valores entre 1.729×10^{-23} J^oK y 2.76×10^{-23} J^oK. Es importante resaltar que con los datos obtenidos, no hay una diferencia importante en las mediciones con el circuito alimentado con pilas o con la fuente de voltaje HP E3631A.

5. Conclusiones

En este trabajo se mostró como se desarrolló un sistema para la medición del ruido térmico en resistores. En la mayoría de los libros de texto donde explican el concepto de ruido solo presenta la ecuación (1), pero si se quiere comprobar experimentalmente no

se tiene más información de cómo hacerlo. Con este trabajo se contribuye a explicar el procedimiento para realizar la medición del este parámetro.

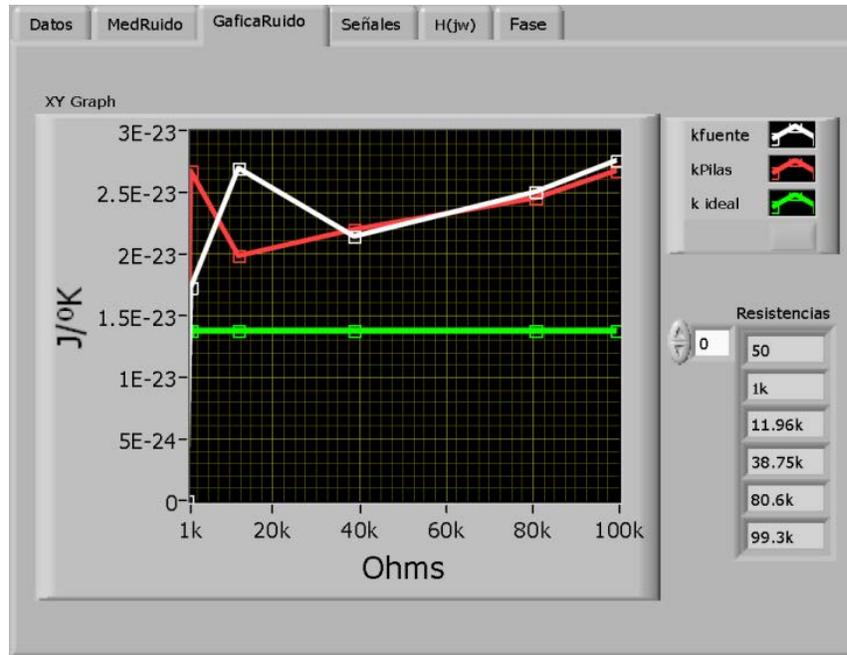


Fig. 10. Panel frontal con la gráfica del valor de la constante de Boltzmann

De las referencias consultadas se observó que la mayoría usan equipo comercial para hacer el experimento, lo cual facilita mucho la medición. Sin embargo, en muchas instituciones no se cuenta con ellos. Los circuitos usados para hacer el amplificador y filtro usan componentes que son de fácil adquisición en el país. La teoría necesaria para diseñar y realizar el hardware se aprende en la mayoría de cursos de diseño electrónico, por lo cual se puede usar este trabajo como referencia para hacer prácticas de medición de ruido térmico.

El uso de la instrumentación programable permite hacer la caracterización semiautomatizada del amplificador y el filtro, y disminuye el error humano en la captura de las mediciones. También hace posible el tomar un mayor número de medidas, que si

se hace en forma manual. Con este sistema permite repetir la medición tantas veces como sea necesario modificando los parámetros del sistema.

El valor obtenido de la constante de Boltzmann fue muy cercano a su valor teórico, pero el error se puede reducir mejorando las mediciones o haciendo un análisis estadístico de ellas. Como trabajo futuro se pretende realizar una caracterización más fina para medir el ancho de banda del circuito. También hacer un solo programa en LabVIEW que capture las mediciones, las procese y muestre los resultados. De igual manera se espera integrar una aplicación gráfica que simule la señal del ruido en función del resistor, a la vez que realice una comparación con mediciones reales. Se va usar el sistema con estudiantes en los cursos de licenciatura para explicar en forma práctica el fenómeno de ruido térmico.

6. Referencias

- [1] V. Experimental determination of the Boltzmann constant by Johnson noise. <http://www.vedphoto.com/experimental-determination-of-the-boltzmann-constant.pdf>. Mayo 2014
- [2] Johnson Noise and the Boltzmann Constant. <http://people.physics.tamu.edu/mahapatra/phys327/johnsonnoise.pdf>. Mayo 2014
- [3] Physics 4052 Lab Manual. <http://www.physics.rutgers.edu/ugrad/389/statistics-notes-minnesota-MXPStats.pdf>. Mayo 2014.
- [4] B Tyukodi, Zs Sárközi, Z Néda, A Tunyagi and E Györke, "The Boltzmann Constant From a Snifter". *European Journal of Physics*. Volumen 33. Número 2. Fecha 2012. Páginas 455-465.
- [5] S.P. Benz, A. Pollarolo, J. Qu, H. Rogalla, C. Urano, W.L. Tew, P.D. Dresselhaus, D.R White. "An Electronic Measurement of the Boltzmann Constant". *Metrologia*. Volumen 48. Número 3. Fecha 2011. Páginas 142-153.

- [6] B. Fellmuth, J. Fischer, C. Gaiser, O. Jusko, T. Priruenrom, W. Sabuga, T. Zandt. "Determination of the Boltzmann constant by dielectric-constant gas thermometry". *Metrologia*. Volumen 48. Número 5. Fecha 2011. Páginas 142-153.
- [7] Preamplifier SR560. <http://www.thinksrs.com/products/SR560.htm>. Mayo 2014..
- [8] Band pass filter Krohn-Hite KH-3700R. http://www.testequipmentconnection.com/1067/Krohn_Hite_3700R.php. Mayo 2014.
- [9] Low Cost Low Power Instrumentation Amplifier, AD620. Analog Devices. E.U. 2011.
- [10] R. Coughlin, F. Driscoll. "Amplificadores Operacionales y Circuitos Integrados Lineales". 5ª edición. 1999. Editorial Prentice Hall. Páginas 294- 304.

7. Autores

M. en C. Fermín Hugo Ramírez Leyva obtuvo su título de Maestría en Ciencias con especialidad en electrónica por el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica. Actualmente es profesor investigador, adscrito al Instituto de Electrónica y Mecatrónica de la Universidad Tecnológica de la Mixteca desde 1999. Es estudiante de doctorado en Ingeniería Mecatrónica en la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla.

Ing. Luis Alberto Pérez-Gaspar, es egresado del Tecnológico de Veracruz, especialidad en sistemas digitales. Actualmente es estudiante de maestría en Robótica en la Universidad Tecnológica de la Mixteca.